

Brownov pohyb podla Langevina

Vladimír Domček

12. června 2013

Brownov pohyb

- Brownov pohyb je neustály neusporiadaný chaotický pohyb častíc.
- Prvýkrát ho zaznamenal v roku 1827 botanik Robert Brown, ktorý pozoroval správanie peľových zrniečok vo vode.

Brownov pohyb graficky

G10



Robert
Brown

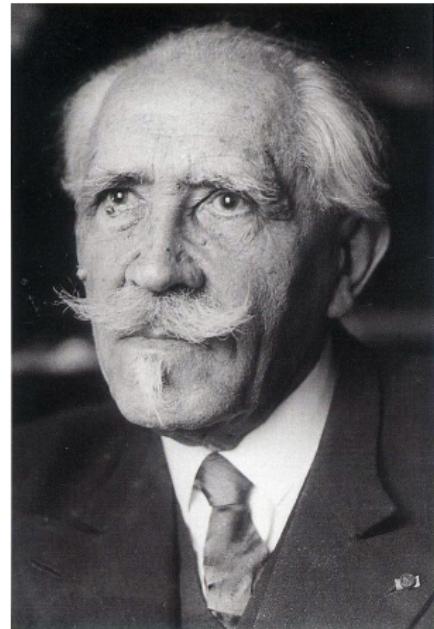


Brownov pohyb

- Brownov pohyb je neustály neusporiadaný chaotický pohyb častíc.
- Prvýkrát ho zaznamenal v roku 1827 botanik Robert Brown, ktorý pozoroval správanie peľových zrniečok vo vode.
- Pravú podstatu tohto javu objasnil pomocou kinetickej teórie látok v roku 1905 Albert Einstein
- Molekuly v roztoku sa pod vplyvom tepelného pohybu neustále zrážajú, pričom smer a sila týchto zrážok sú náhodné a vd'aka tomu je aj poloha častíc náhodná.

Paul Langevin

- Prominentný francúzsky fyzik a člen Parížskej akadémie vied
- Po ňom pomenované Langevinove rovnice
- Jeho meno sa spája s významnými vedcami ako J.J. Thomson, Pier a Maria Curie či A. Einstein
- Podporovateľ teórie relativity (Twin Paradox)
- Odporca fašizmu



Riešenie podľa Einsteina

Einsteinov vzorec predikcie kvadrátu priemernej zmeny polohy za čas τ :

$$\overline{\Delta_x^2} = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \tau \quad (1)$$

Langevinov postup riešenia

- V úpravách využijeme znalosti kinetickej energie vďaka eqipartičnému teorému

$$m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{RT}{N} \quad (2)$$

- Použitím Stokesovho zákona trenia napíšeme pohybovú rovnicu pre časticu Brownovho pohybu

$$m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -6\pi\mu a \frac{dx}{dt} + X \quad (3)$$

a - polomer častice, X - doplňujúca sila

Langevinov postup riešenia

- Rovnicu (2) sme prenásobili x -om a následne upravili

$$\frac{m}{2} \left(\frac{d^2x^2}{dt^2} \right)^2 - m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -3\pi\mu a \left(\frac{dx^2}{dt} \right) + Xx \quad (4)$$

- Zavedieme substitúciu $z = \frac{dx^2}{dt}$, zároveň stredná hodnota náhodných doplnkových síl je rovná 0 a nemusíme s ňou tak d'alej počítat'

$$\frac{m}{2} \frac{dz}{dt} + 3\pi\mu a z = \frac{RT}{N} \quad (5)$$

- Riešenie takejto rovnice je:

$$z = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} + Ce^{-\frac{6\pi\mu a}{m}t} \quad (6)$$

Langevinov postup riešenia

- Rovnica sa stáva konštantná pri čase $t = 10^{-8}$ s pri ktorom je Brownov pohyb pozorovateľný

$$\frac{\overline{dx^2}}{dt} = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \quad (7)$$

- Po integracií dostaneme

$$\overline{x^2} - \overline{x_0^2} = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \tau = \overline{\Delta_x^2} \quad (8)$$

čo je zároveň posunutie častice. Tento vzorec sa zhoduje s tým, čo odvodil Einstein.

- S prvými pokusmi o experimentálne overenie tejto teórie prišiel M.T. Svedberg, pričom výsledky sa líšili od vzťahu (1) len približne pomerom 1 až 4.
- Vo svojej práci Langevin spomenul, že Svedberg vo svojich experimentoch v skutočnosti nemeral $\overline{\Delta_x^2}$ a pre neistotu merania veľkosti častíc volá po nových meraniach.
- Navrhuje, aby sa namiesto ultramikroskopických granúl urobil experiment s mikroskopickými granulami, ktoré bude možné presnejšie zmerať a pre ktoré bude Stokesova formula legitímnejšia.

Zdroj:

Paul Langevin's 1908 paper "On the Theory of Brownian Motion"

Ďakujem za pozornosť