

*Kapplerov experiment
a ekvipartičný zákon*

12. 6. 2013

Martin Gajarský
394 415

Ekvipartičný zákon

- Kvantitatívne spojuje teplotu systému s priemernou energiou jednotlivých stupňov voľnosti.
- „Ekvipartičný“ = rovnomerne rozdelený, na každý stupeň voľnosti teda pripadá rovnaká energia.
- Podľa tohto zákona na jeden stupeň voľnosti pripadá energia:

$$E = \frac{1}{2} kT \quad (\text{vid' slide č. 4})$$

Ekvipartičný zákon

Pre jeho platnosť musia byť dodržané nasledujúce podmienky:

- Systém je *klasický* (jednoducho povedané popísaný rovnicami, v ktorých sa nevyskytuje Planckova konštanta)
- Daný *stupeň voľnosti* (napríklad p alebo q) je v celkovom hamiltoniáne aditívnou kvadratickou funkciou (typicky $\frac{1}{2}Ax^2$)
- Musí byť dodržaná podmienka *ergodicity*.

Ekvipartičný zákon

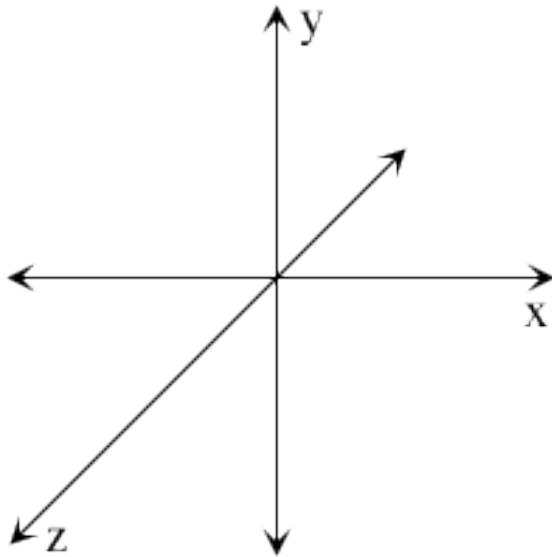
$$\left\langle \frac{1}{2} Ax^2 \right\rangle = \frac{\int dx \cdot \frac{1}{2} Ax^2 \cdot \exp(-\beta \cdot \frac{1}{2} Ax^2)}{\int dx \cdot \exp(-\beta \cdot \frac{1}{2} Ax^2)}$$

$$J(\beta) \equiv \int dx \cdot \exp(-\beta \cdot \frac{1}{2} Ax^2) = \beta^{-\frac{1}{2}} J(1)$$

$$\left\langle \frac{1}{2} Ax^2 \right\rangle = \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta} J(\beta)}{J(\beta)} = \frac{\frac{1}{2} \beta^{-\frac{3}{2}}}{\beta^{-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} k_B T$$

Ekvipartičný zákon

- Jednoatomový plyn sa môže pohybovať v smere osy x , y a z . Má teda 3 stupne voľnosti.

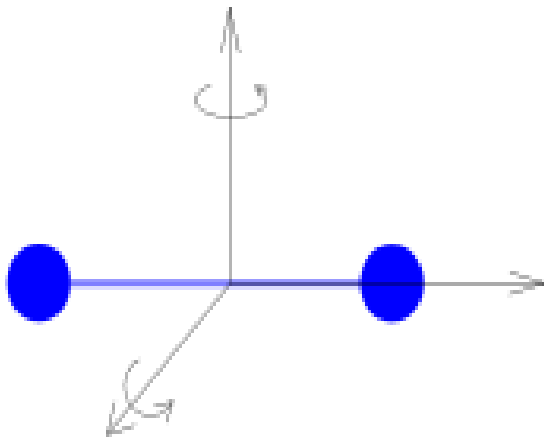


$$E = \frac{3}{2} kT$$

Ekvipartičný zákon

- Pri dvojatomovom plyne (približne dva hmotné body spojené pružinou) sa môžu pohybovať v smere osy x , y a z a navyše môže rotovať podľa dvoch osí.

$$3+2 = 5 \text{ stupňov voľnosti.}$$

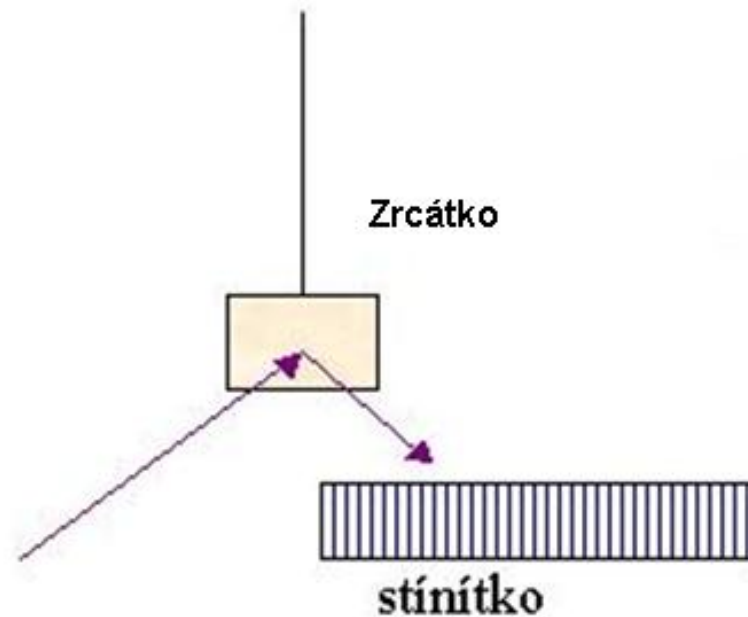


$$E = \frac{5}{2} kT$$

Kapplerov experiment

- Pokus klasickej fyziky, ktorý demonštruje tepelné fluktuácie.
- Čerpal z teórie o Brownovom pohybe (1837) a nadviazal na Einsteinove objasnenie (1905).
- Bol vykonaný v roku 1931.
- Dáva nám možnosť výpočtu Avogadrovej konštanty N_A .
(Konštantu vyjadrujúca počet častíc v jednotkovom látkovom množstve)

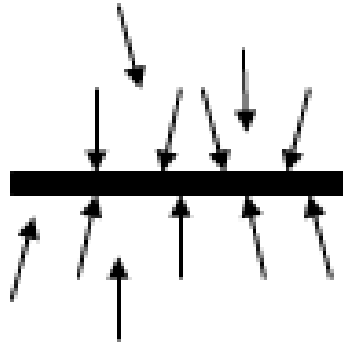
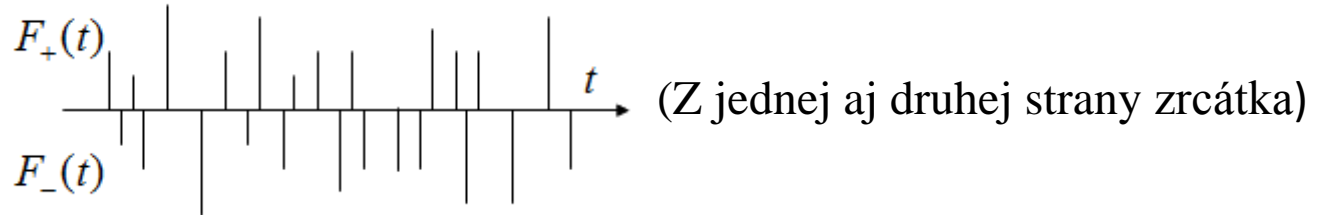
Kapplerov experiment



- Zrcátko má iba jeden stupeň voľnosti.
- Jeho stredná kinetická energia sa teda dá vyjadriť vzt'ahom: $E_k = \frac{1}{2}kT$
- Pre malé kmity sa rovná energii potenciálnej.

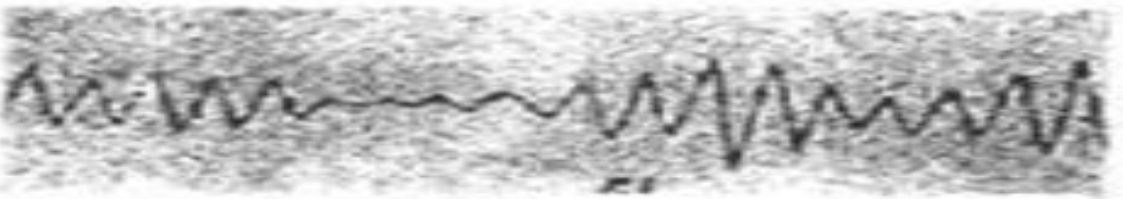
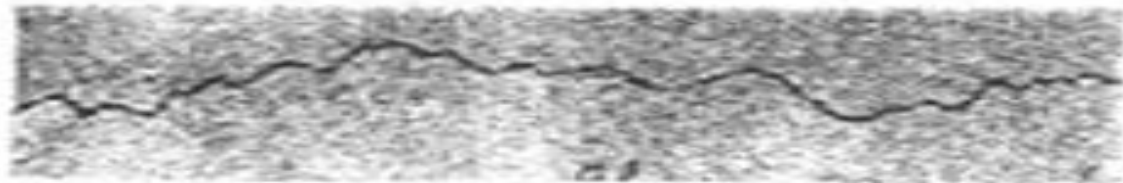
Kapplerov experiment

Pôsobenie síl:

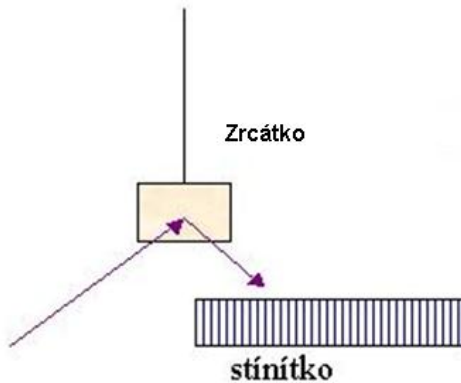


Súčet síl: $F(t) = F_+(t) - F_-(t)$

Kapplerov experiment

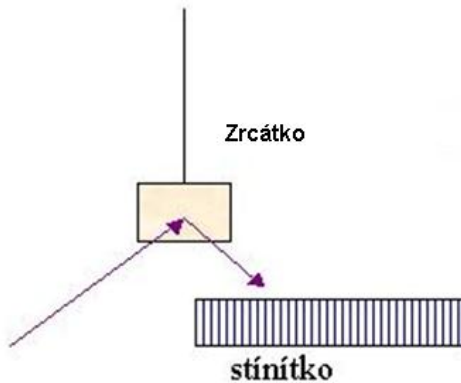


Kapplerov experiment



- Na zaznamenanie kmitov bola použitá fotografická registrácia výchylek φ na film.
- Toto meranie prebiehalo takmer 5 dní pri teplote
 $T = 287 \text{ K}$
- Namerané hodnoty $\langle \varphi^2 \rangle = 4,178 \cdot 10^{-6} \text{ rad}^2$

Kapplerov experiment



- Potenciální energie torzního zrcátka:

$$E_p = \frac{1}{2} A \varphi^2$$

- Podľa ekvipartičného zákona:

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{2} A \langle \varphi^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

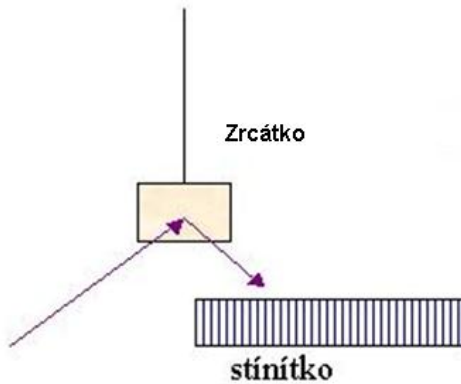
- Výpočet Avogadrovej konštanty:

$$N_A = \frac{R}{k_B}$$

- Avogadrova konštantá získaná týmto pokusom:

$$N_A = 6.057 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Kapplerov experiment



Zdroje:

- www.is.muni.cz
- www.wikipedia.org
- Prezentácie p. prof. Velického

*Kapplerov experiment
a ekvipartičný zákon*

Ďakujem za pozornosť

12. 6. 2013

Martin Gajarský
394 415