

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2012 - 2013

V.
Synchrotronové záření
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 27. BŘEZNA 2013

Krátký historický přehled

Začátky

Synchrotron objeven jako urychlovač částic
Brzy se ukázalo, že parazitní jev, vyzařování elmg. energie skoro dominuje činnost těchto zařízení
Záření jevílo již při relativně nízkých energiích elektronů uvedené vlastnosti a bylo vlastně dost nebezpečné

Roku 1949 vypracoval základní teorii SZ
Julian Schwinger (později Nobelova cena za elektroslabé interakce)

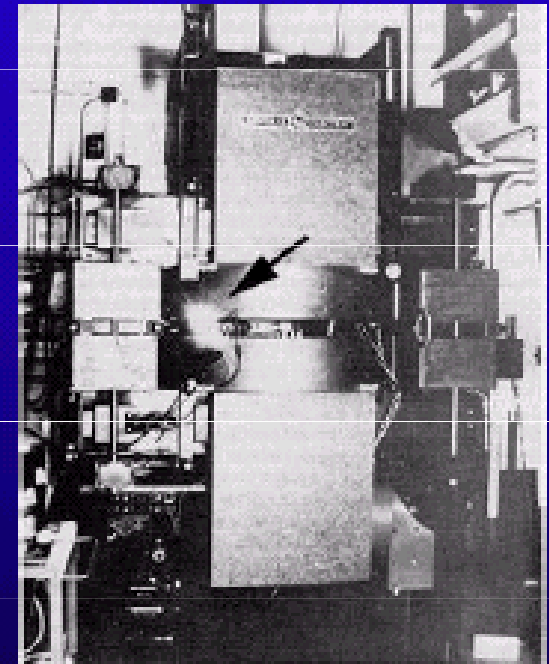
Již na konci 50 let žebrouli nečásticovní fysici, aby mohli SZ využívat.

Problémy: pokusy s částicemi a se světlem se špatně slaďovaly, synchrotrony také nebyly ideální zdroje.

Proto vznikla myšlenka **dedikovaných zdrojů SZ**

Ta se ujala, protože stejně synchrotrony pro částicovou fysiku ztratily význam.

GE Synchrotron New York State



**First light observed
1947**

Klíkatá cesta

- 1873** Maxwellovy rovnice ... nerovnoměrná změna v rozložení nábojů \Rightarrow vyzařování elmg. energie
- 1878** Hertz ... generace elmg. vln, anténa \rightarrow Hertzův dipól
- 1898** Liénard (-Wiechertovy) potenciály ... řešení Maxwellových rovnic pro pole vyvolané libovolným pohybem bodového náboje
- 1907** Schott úplné řešení pro zářící náboj na kruhové orbitě (model atomu) ... *úplně zapomenuto*
- ♠ ♠ ♠ ♠
- 1946** Blewett pozoroval ztráty energie u elektronů v betatronu, ale nepozoroval žádné záření
Arcimovič a Pomerančuk obnovená teorie záření orbit. elektronu
- 1947** Pollock (vlastně Floyd Haber) náhodně pozorují záření synchrotronu se 70 MeV elektrony
Alfvén & Herlofsen a Ginzburg & Šklovskij ... SR z Vesmíru
- 1947** Rozvoj radioteleskopie mlhovina Cassiopea A ... zdroj SR ...
- 1948** Ivaněnko a Sokolov základní teorie SR – na Západě neznámá
- 1949** Schwinger „klasická“ klasická teorie SR
- 1954** Schwinger „klasická“ kvantová teorie SR

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité u . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = zu_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{du}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$z = \left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dt} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dx} + \frac{dy}{dy} + \frac{dz}{dt} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dt} (zu_x) \quad (5)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) z = 4\pi V^2 \left[\frac{d}{dt} (zu_y) - \frac{d}{dy} (zu_z) \right] \quad (6)$$

(1) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417-4, 5, 7, sont les composantes de la force magnétique et f, g, h , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 z \quad (7)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 zu_x$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi V^2 zu_y$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi V^2 zu_z \quad (8)$$

On satisfait aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d\psi}{dx} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$z = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dt} \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dt} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7). On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V}}{r} dv' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

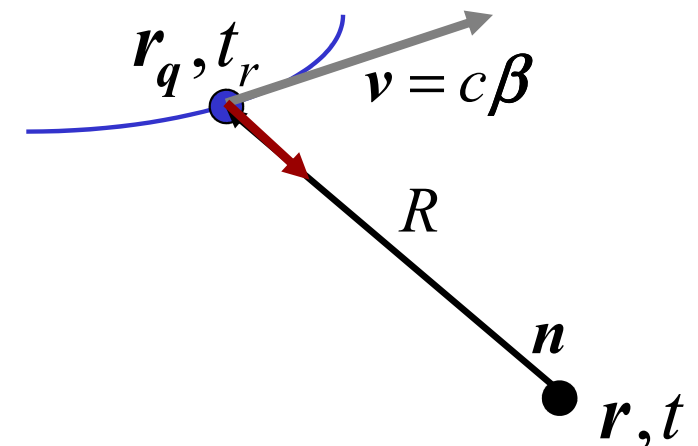
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

POLE ELEKTRICKÉ A MAGNETICKÉ

VYTVÁŘENÉ ELEKTRICKÝM NÁBOJEM SOUSTŘEDĚNÝM DO BODU A POHÁNĚNÉ JEHO POHYBEM

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité u . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = zu_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{du}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$z = \left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dt} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dx} + \frac{dy}{dy} + \frac{dz}{dt} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dt} (zu_x) \quad (5)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) z = 4\pi V^2 \left[\frac{d}{dt} (zu_y) - \frac{d}{dy} (zu_z) \right] \quad (6)$$

(1) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417-4, 5, 7, sont les composantes de la force magnétique et f, g, h , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 z \quad (7)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 zu_x$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi V^2 zu_y$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi V^2 zu_z \quad (8)$$

On satisfait aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d\psi}{dx} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$z = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dt} \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dt} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7). On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V}}{r} dv' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

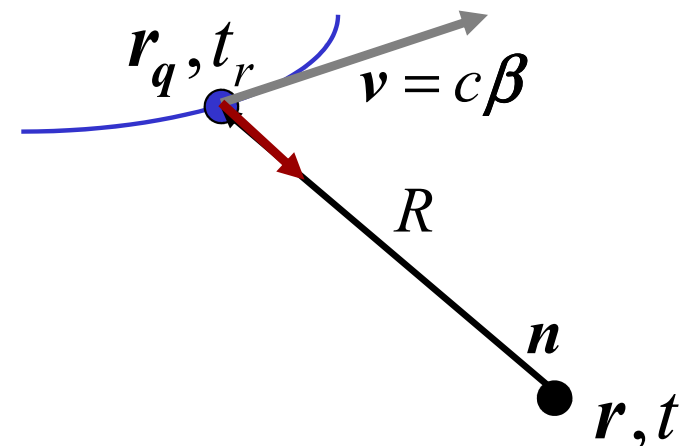
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité u . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = zu_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{du}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$z = \left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dt} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dx} + \frac{dy}{dy} + \frac{dz}{dt} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dt} (zu_x) \quad (5)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) z = 4\pi V^2 \left[\frac{d}{dt} (zu_y) - \frac{d}{dy} (zu_z) \right] \quad (6)$$

(1) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417-4, 5, 7, sont les composantes de la force magnétique et f, g, h , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 z \quad (7)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 zu_x$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi V^2 zu_y$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi V^2 zu_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d\psi}{dx} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$z = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dt} \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dt} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7).

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V}}{r} dv' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

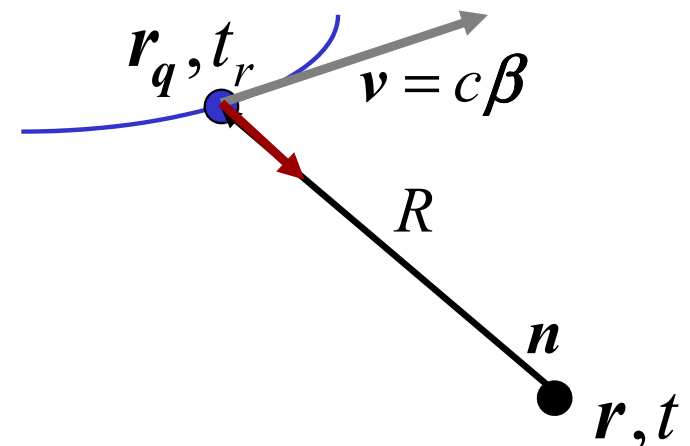
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité u . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left. \begin{aligned} \left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi &= -4\pi V^2 \rho \\ \left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F &= -4\pi V^2 \rho u_x \\ \left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G &= -4\pi \rho u_y \\ \left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H &= -4\pi V^2 \rho u_z \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho \left[x', y', z', t - \frac{r}{V} \right]}{r} d\omega' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

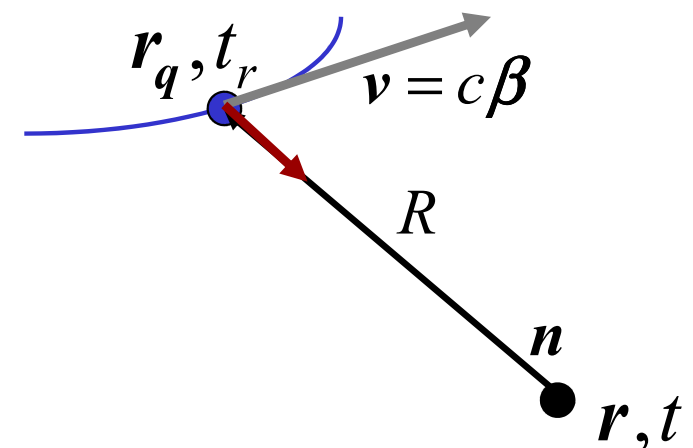
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité w . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left. \begin{aligned} \left(V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi &= -4\pi V^2 \rho \\ \left(V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) F &= -4\pi V^2 \rho u_x \\ \left(V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) G &= -4\pi \rho u_y \\ \left(V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) H &= -4\pi V^2 \rho u_z \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\Phi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{c})}{4\pi\epsilon_0 r} dV' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

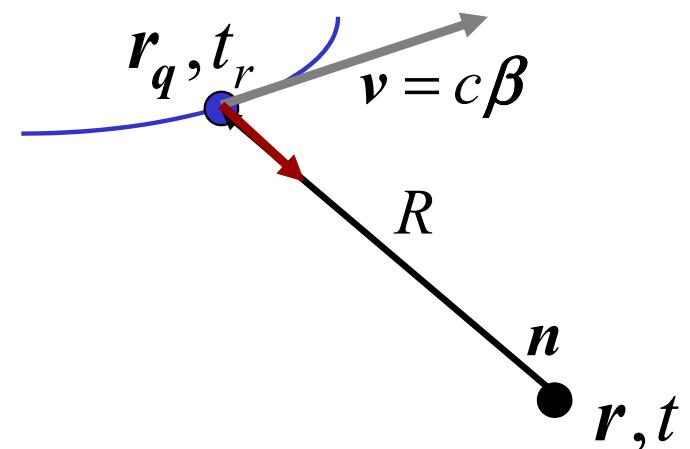
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1 - n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse w en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité w . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho w_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left. \begin{aligned} (V^2 - \frac{d^2}{dt^2})\psi &= -4\pi V^2 \rho \\ (V^2 - \frac{d^2}{dt^2})F &= -4\pi V^2 w_x \\ (V^2 - \frac{d^2}{dt^2})G &= -4\pi w_y \\ (V^2 - \frac{d^2}{dt^2})H &= -4\pi w_z \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\Phi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{c})}{4\pi\epsilon_0 r} dV' \quad (12)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t))$$

První strana Liénardovy práce

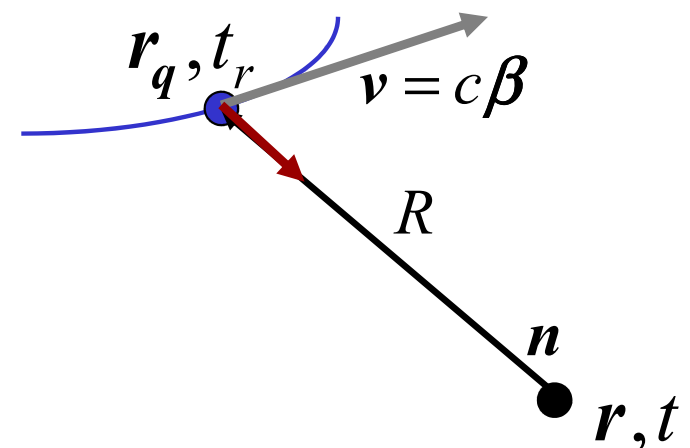
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R(1 - n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



Liénard - Wiechertovy potenciály a jejich pole

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \right)_{t_r} \quad \boldsymbol{\beta}(t) = \frac{\mathbf{v}_s(t)}{c}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 c}{4\pi} \left(\frac{q\boldsymbol{\beta}}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \right)_{t_r} = \frac{\boldsymbol{\beta}(t_r)}{c} \varphi(\mathbf{r}, t)$$

$$t_r = t - \frac{R(t_r)}{c}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})}{\gamma^2(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|^2} + \frac{q\mathbf{n} \times ((\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{c(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \right)_{t_r}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{qc(\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n})}{\gamma^2(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|^2} + \frac{q\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times ((\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}))}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \right)_{t_r} = \frac{\mathbf{n}(t_r)}{c} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \frac{\mathbf{v}_s(t)}{c} \quad \mathbf{n}(t) = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_s(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s(t)|} \quad \gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - |\boldsymbol{\beta}(t)|^2}}$$

Ultrarelativistický elektron

Ultrarelativistický elektron

klidová energie elektronu

$$E_0 = m_0 c^2 = 0.5 \text{ MeV}$$

typická energie v synchrotronu

$$E = 2 - 6 \text{ GeV}$$

typická hodnota $\gamma = E / E_0 = m / m_0$

$$\gamma = 4000 - 12000$$

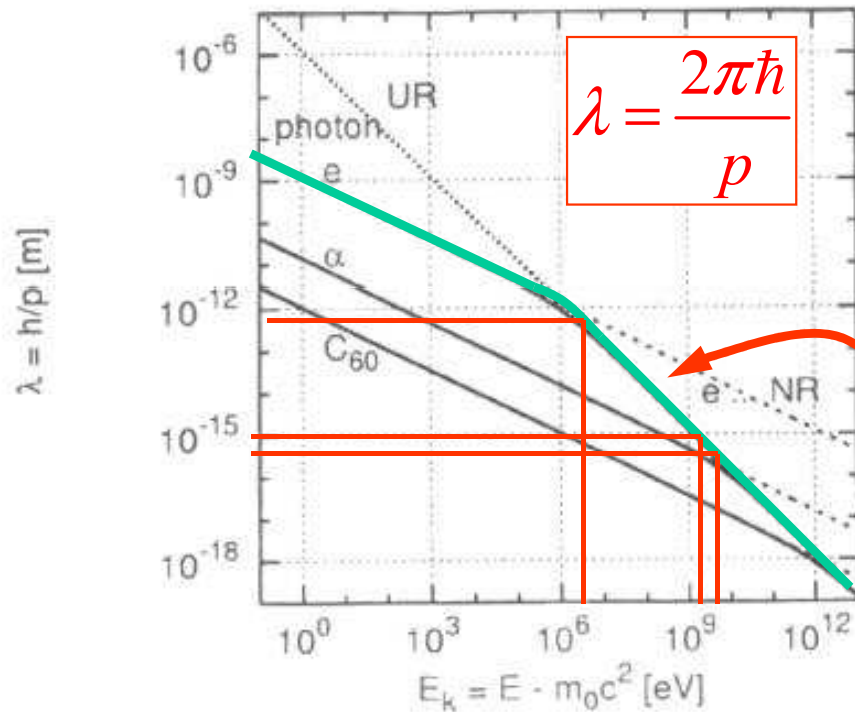
Vztah β a γ

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\gamma = 10000 \quad \beta \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \cong 1 - 5 \times 10^{-7} \quad v \leftarrow c$$

Realistické vlnové délky elektronů v synchrotronu



$\beta = \frac{v}{c}$ **ZÁSOBNÍK VZORCŮ**

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2 \equiv \gamma m_0 c^2 = \gamma E_0$$

$$E = m_0 c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv = m_0 c \cdot \gamma \beta = m_0 c \sqrt{\gamma^2 - 1}$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0 E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0 c^2$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

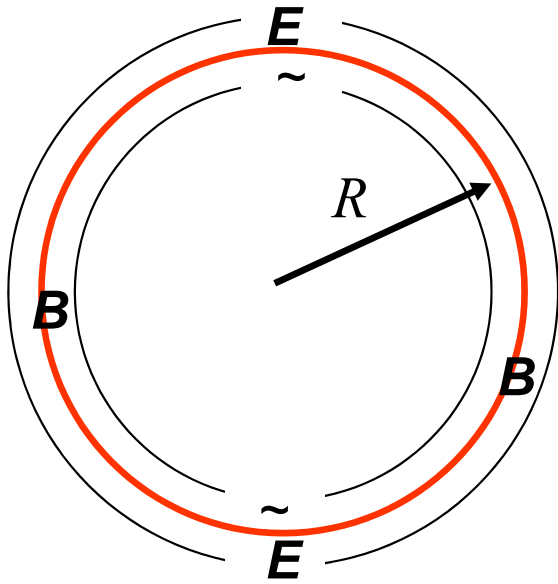
ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0 c^2$$

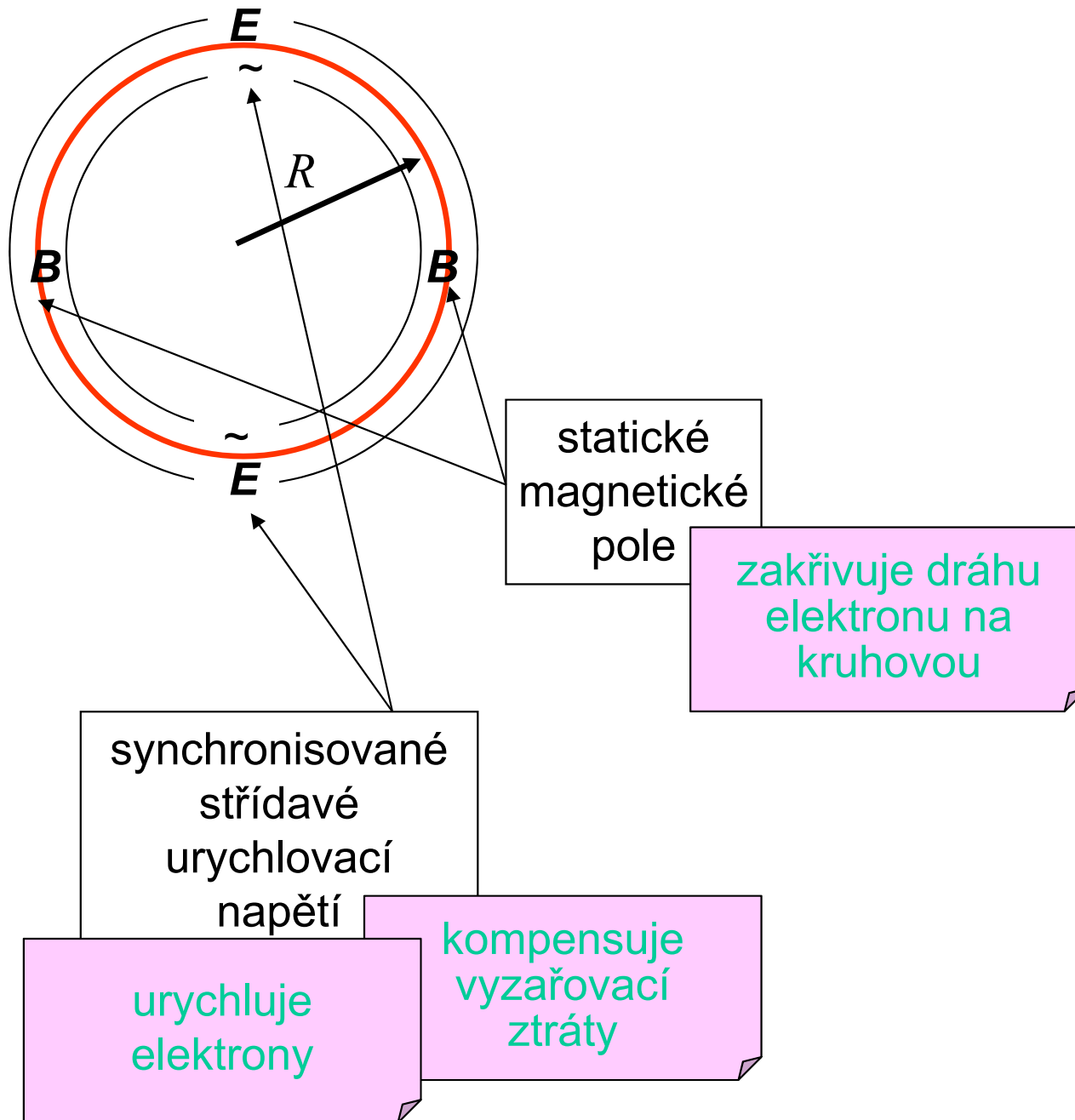
$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Princip synchrotronu:
Ultrarelativistický elektron
na kruhové orbitě

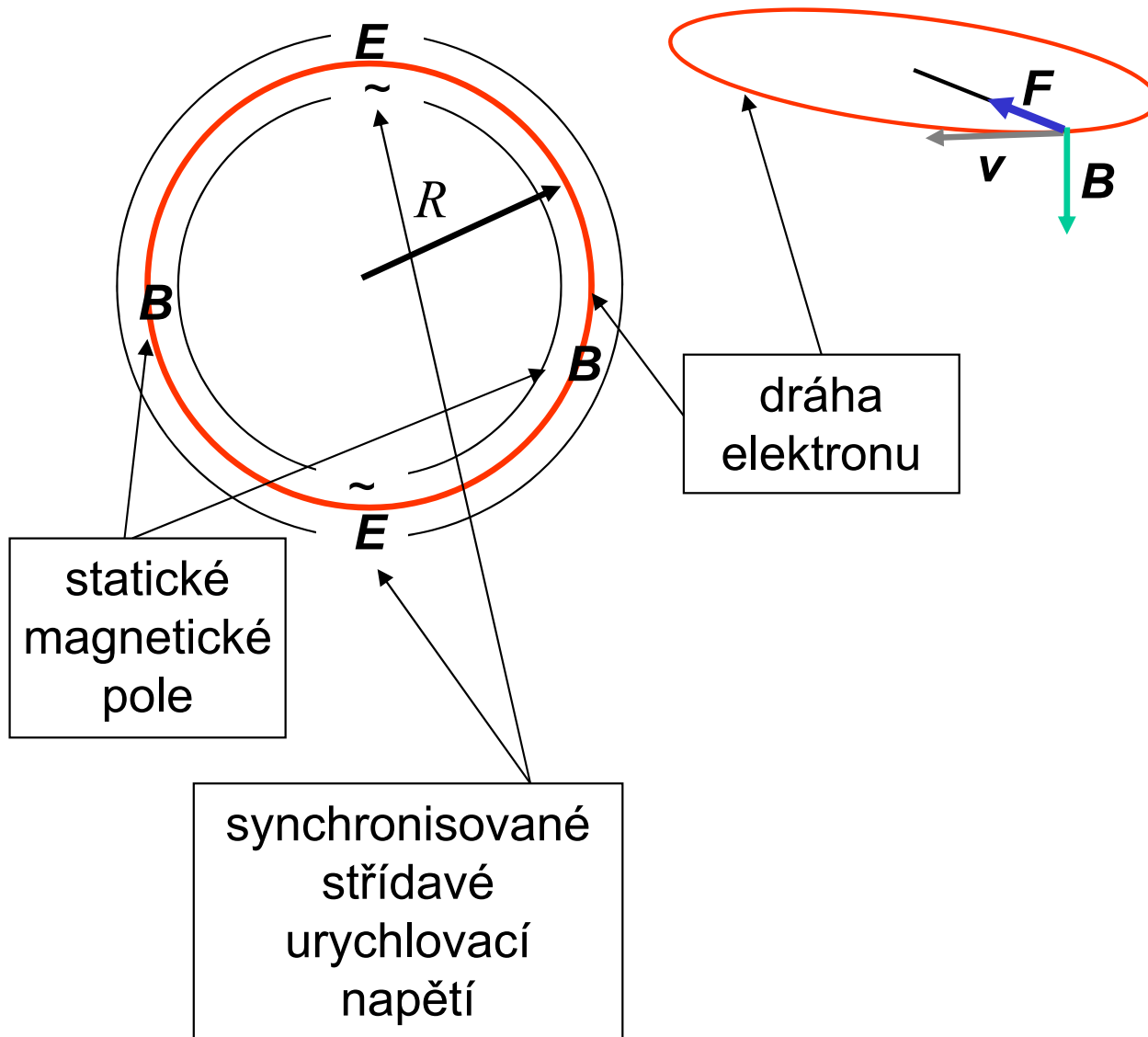
Princip synchrotronu



Princip synchrotronu



Elektron na kruhové dráze



Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

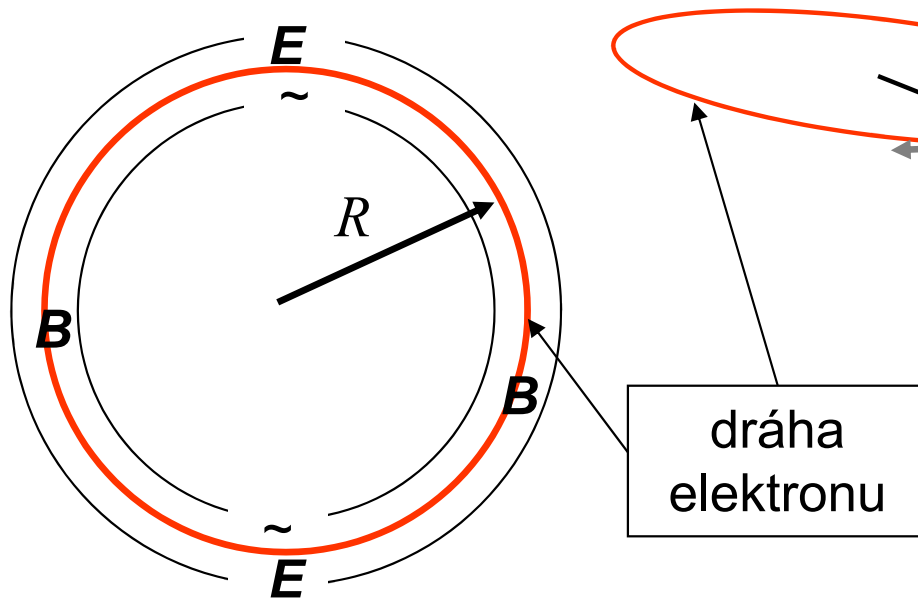
$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$E = mc^2 = m_0c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c}\mathbf{v} = \boldsymbol{\beta}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Elektron na kruhové dráze



$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

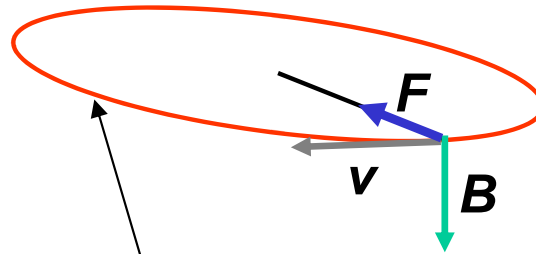
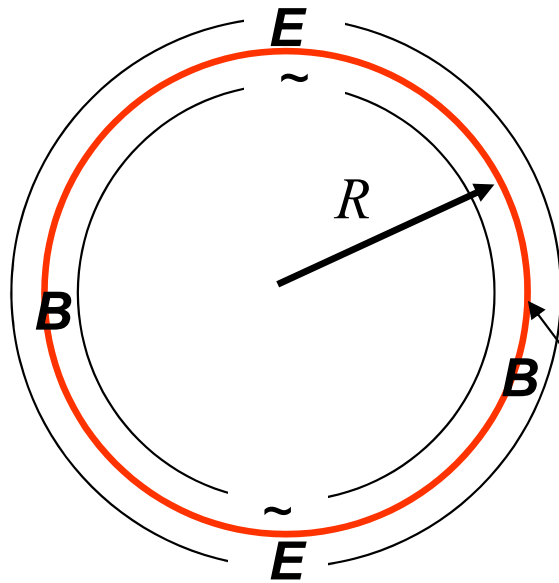
$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta \quad E = mc^2 = m_0 c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} = \boldsymbol{\beta} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Elektron na kruhové dráze



dráha
elektronu

Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$e < 0$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$E = mc^2 = m_0c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c}\mathbf{v} = \boldsymbol{\beta}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

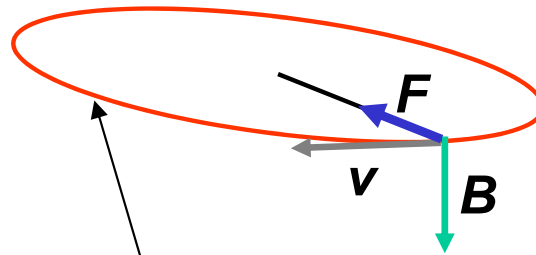
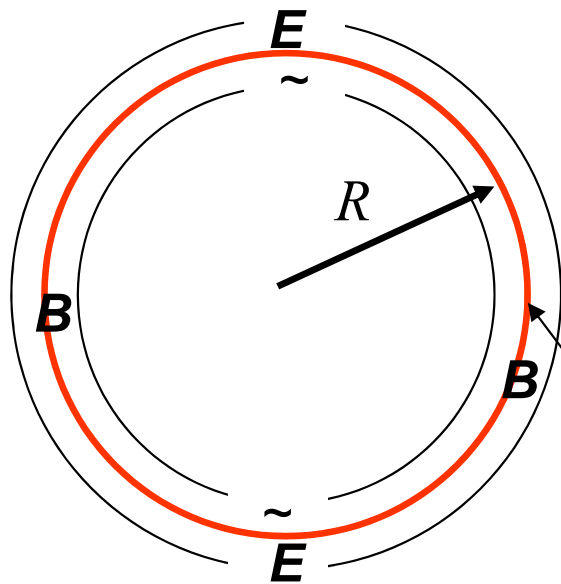
$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{eB}{m}$$

Larmorova
frekvence

$$\frac{m}{m_0} = \frac{e}{m_0 v} BR$$

$$\gamma = \frac{eB}{m_0 c} R \cdot \beta^{-1}$$

Ultrarelativistický elektron na kruhové dráze



Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$e < 0$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta \quad E = mc^2 = m_0 c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} = \boldsymbol{\beta} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{eB}{m}$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{e}{m_0 v} BR$$

$$\gamma = \frac{eB}{m_0 c} R \cdot \beta^{-1}$$

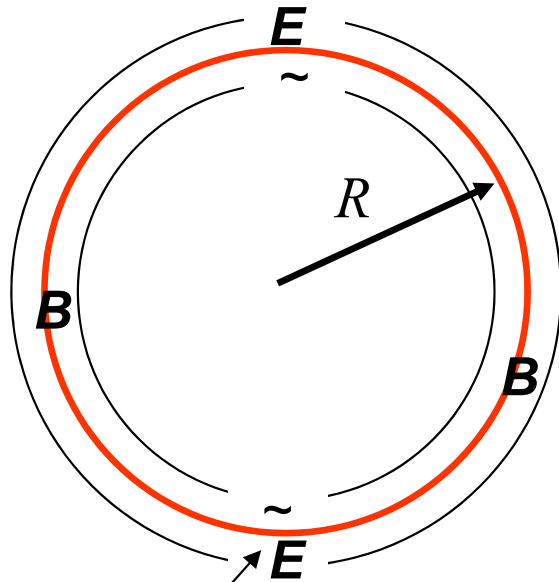
Larmorova
frekvence

$$\omega_L = \frac{c}{R} = \frac{e}{m_0} B \gamma^{-1}$$

v ultrarelativistickém
případě $\beta \sim 1$

$$\gamma = \frac{e}{m_0 c} \cdot BR$$

Vkládání energie



výkon elektrického pole

$$W = eE\mathbf{v}$$

pohybová rovnice

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e|\mathbf{E}| \quad \text{podélná složka}$$

počítáme

$$W = v \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m_0 c^2 \beta \frac{d}{dt}(\gamma\beta) \quad \leftarrow \beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$$

synchronisované
střídavé
urychlovací
napětí

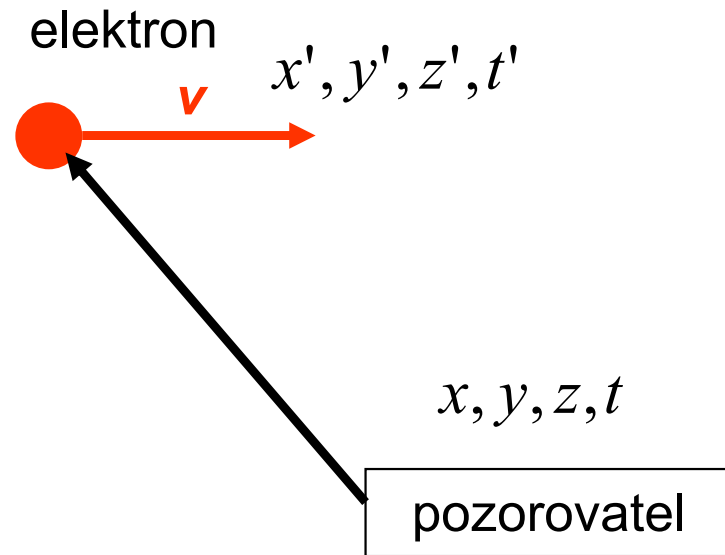
$$W = m_0 c^2 \cdot \frac{d}{dt} \gamma = \frac{d}{dt} E$$

urychluje
elektrony

kompensuje
vyzařovací
ztráty

Kolimace vyzářené vlny

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



Lorentzova transformace

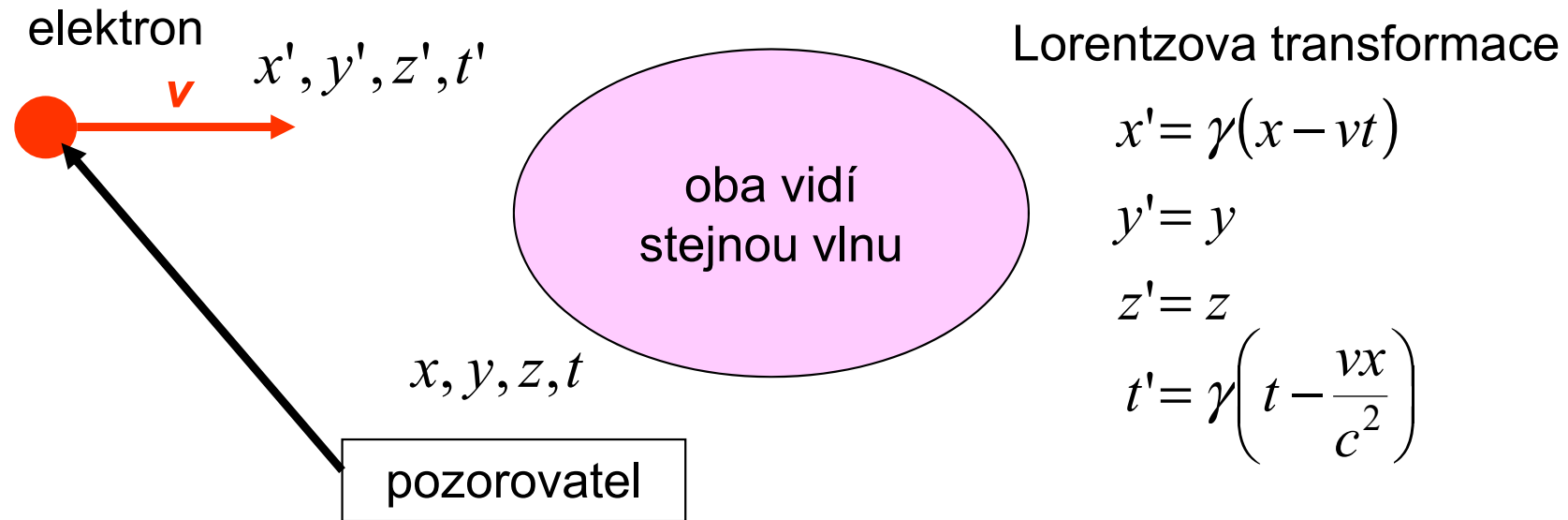
$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron x', y', z', t'



x, y, z, t

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$\mathbf{kr} - \omega t = \frac{\omega}{c}(\mathbf{nr} - ct), \quad \omega = ck$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron x', y', z', t'



x, y, z, t

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$\mathbf{kr} - \omega t = \frac{\omega}{c}(\mathbf{nr} - ct), \quad \omega = ck$$

$$\omega(n_x x + n_y y + n_z z - ct) = \omega'(n'_x x' + n'_y y' + n'_z z' - ct')$$

$$\omega n_x = \omega' \gamma(n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma(1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\begin{aligned}\omega n_x &= \omega' \gamma (n'_x + \beta) & \omega n_y &= \omega' n'_y \\ \omega &= \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) & \omega n_z &= \omega' n'_z\end{aligned}$$

oddělíme

n od ω

$$\begin{aligned}n_x &= \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} & n_y &= \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)} \\ \omega &= \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) & n_z &= \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}\end{aligned}$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega n_x = \omega' \gamma (n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

oddělíme

n od ω

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} \quad n_y = \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad n_z = \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

DOPPLERŮV
JEV

KOLIMACE V
POMĚRU γ^{-1}

vlastní frekvence záření je ovšem
Larmorova frekvence oběhu
elektronů ... radiofrekvence

$$\omega' \approx c/R$$

ta se Dopplerem posune do
zhruba viditelné oblasti

$$\omega \approx \gamma \cdot c/R$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega n_x = \omega' \gamma (n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

oddělíme
n od ω

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} \quad n_y = \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad n_z = \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

DOPPLERŮV
JEV

KOLIMACE V
POMĚRU γ^{-1}

Je to přesně učebnicové odvození aberace a relativistického výrazu pro Dopplerův efekt

Fotonová interpretace: vynásobením c máme relativistické skládání rychlostí



vlastní frekvence záření je ovšem Larmorova frekvence oběhu elektronů ... radiofrekvence

$$\omega' \approx c/R$$

ta se Dopplerem posune do zhruba viditelné oblasti

$$\omega \approx \gamma \cdot c/R$$

Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

**kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze**

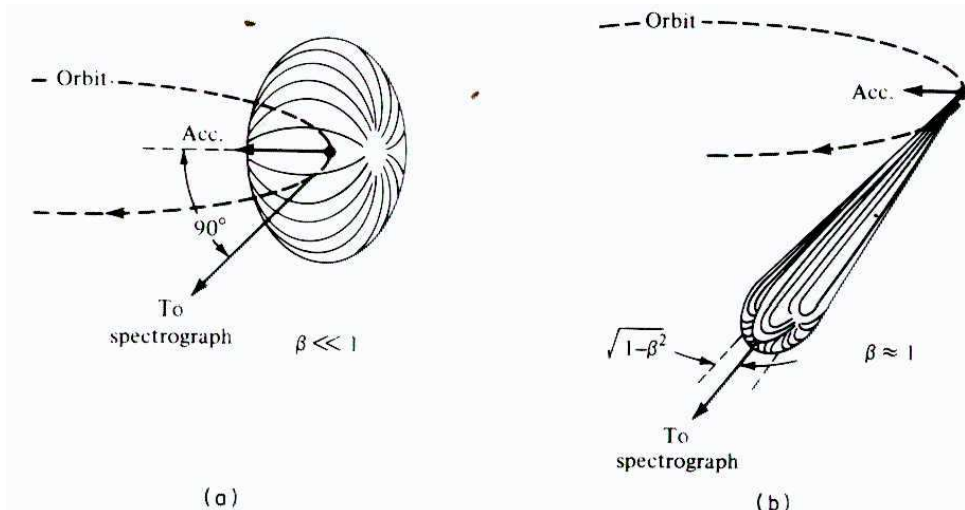


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tomboulian and Hartman⁵)

při rychlém pohybu
elektron na kruhové
dráze sám sebe
vnímá jako
superposici dvou
vzájemně kolmých
dipólů,

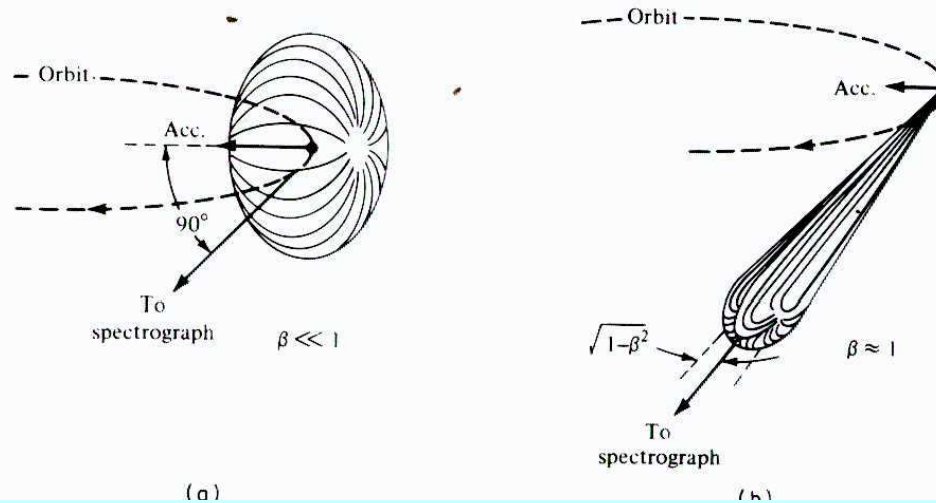
**pozorovatel však
vnímá vlny po
Lorentzově
transformaci, tedy
silně kolimované
vpřed**

Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze



při rychlém pohybu
elektron na kruhové
dráze sám sebe
vnímá jako
superposici dvou
vzájemně kolmých
dipólů,

pozorovatel však
vnímá vlny po

"vidíme elektron i
zezadu"

silně kolimované
vpřed

pro $1 > n'_x > -\beta \square -\left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right)$

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} > 0$$

pro $1 > n'_x > -\left(1 - 999(1 - \beta)\right) > -\beta$

$$n_x > 0.998$$

skoro všechny
kolimovány lépe než
na 1‰

Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze

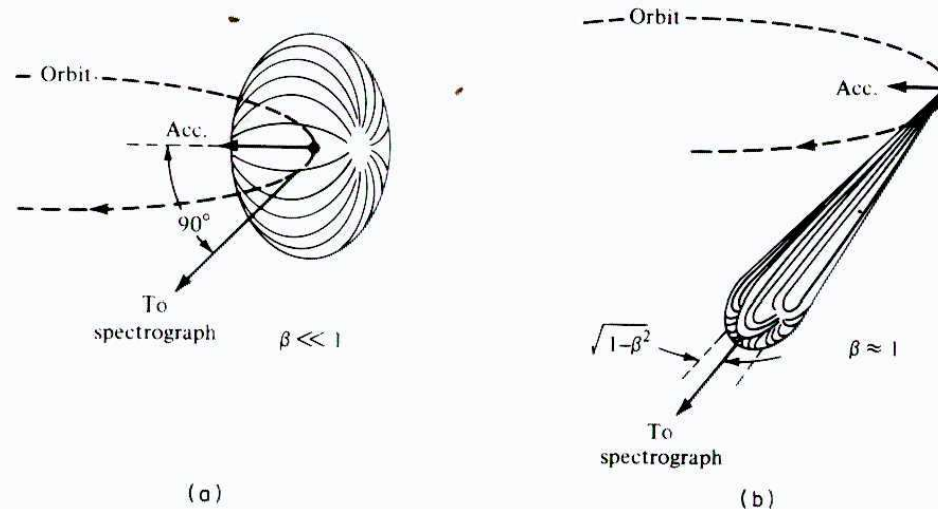


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tomboulian and Hartman⁵)

pro $1 > n'_x > -\beta \square -\left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right)$

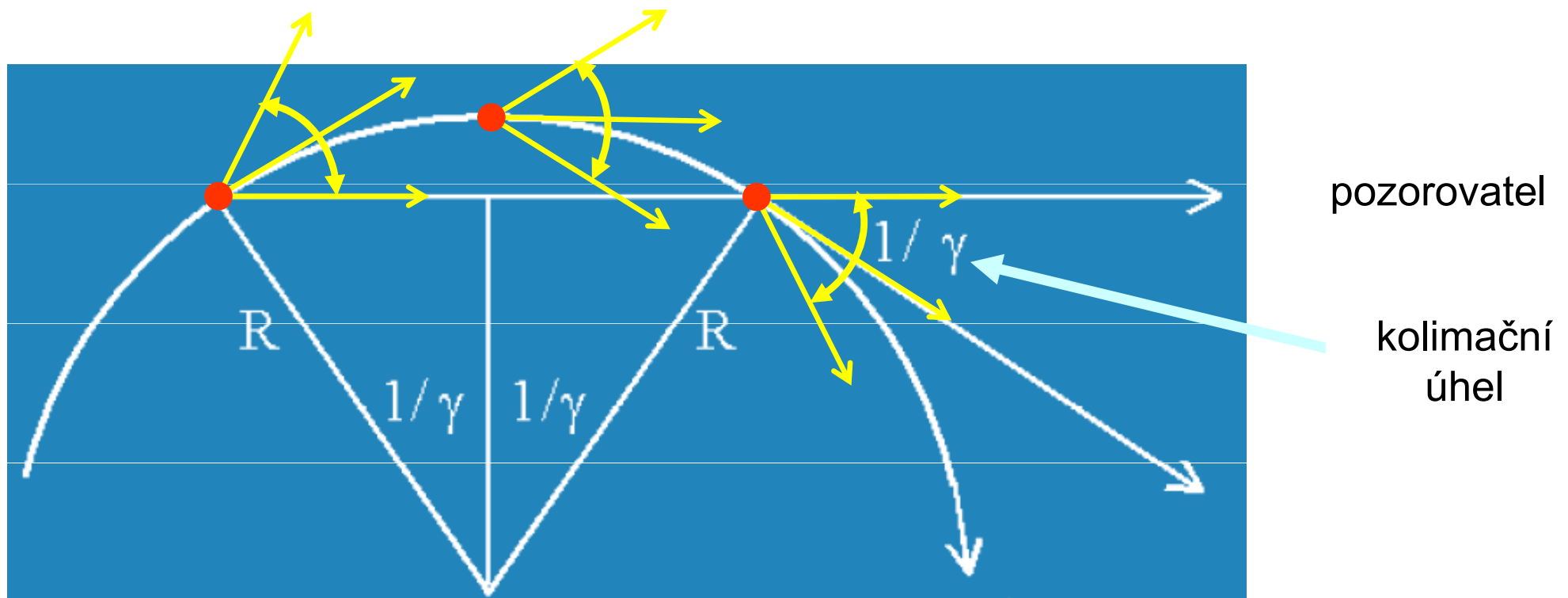
$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} > 0$$

při rychlém pohybu
elektron na kruhové
dráze sám sebe
vnímá jako
superposici dvou
vzájemně kolmých
dipólů,

pozorovatel však
vnímá vlny po
"vidíme elektron i
zezadu"
silně kolimované
vpřed

Spektrální a celková intenzita SR

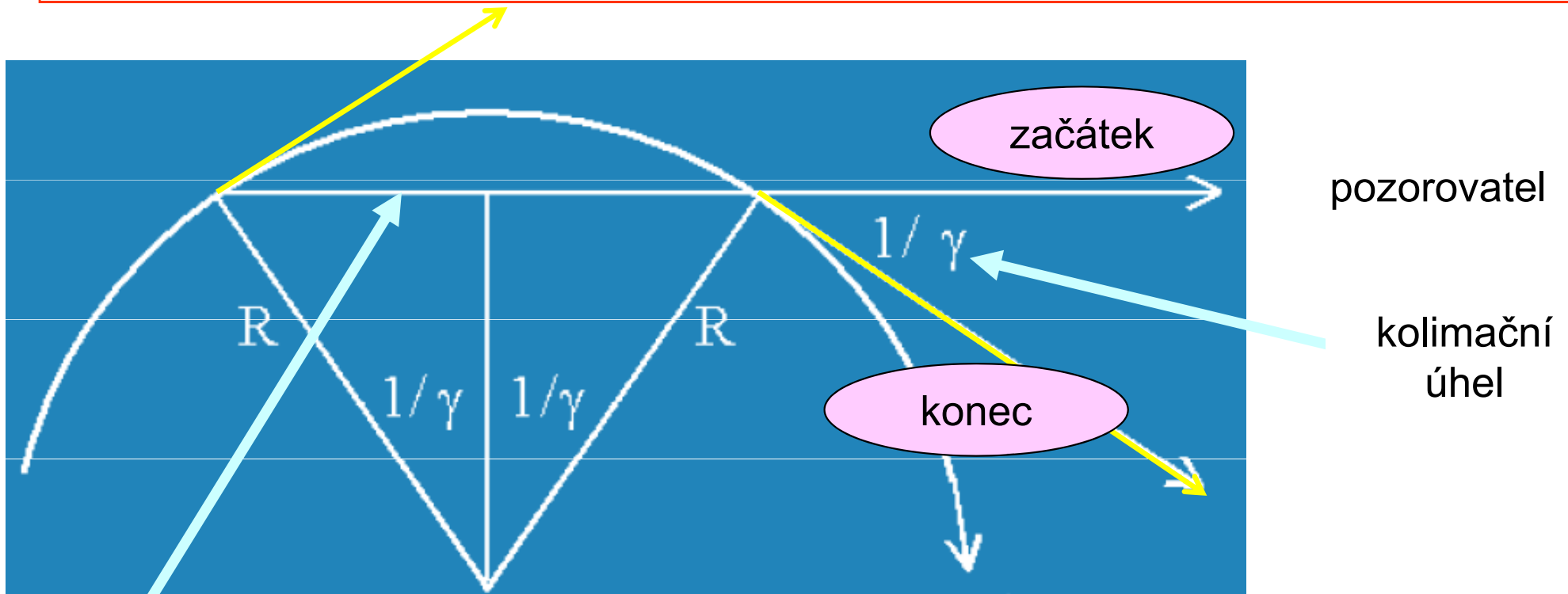
Pozorování záblesku SZ od prolétajícího elektronu



geometricky je pozorovatel v kolimačním kuželi po dobu přejezdu elektronu obloukem
světlo ze vzdálených částí se však opoždí o dobu letu
trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů těživou

Doba záblesku a spektrální obor SZ

trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů těživou



dráha fotonů

elektron

$$\Delta t = \frac{2R}{c} \left\{ \frac{1}{\beta\gamma} - \sin \frac{1}{\gamma} \right\} \approx \frac{2R}{c} \left\{ \frac{1}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right) - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{6\gamma^3} \right\}$$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

Spektrální obor SZ -- pokračování

použijeme
"relací neurčitosti"
čas × frekvence $\sim 2\pi$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

$$\omega_S = \dots \omega_L \times \gamma^3$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} \approx \frac{c}{R}$$

dobrý odhad charakteristické
frekvence

... DOSTANEME SE DO VELMI VYSOKÝCH
FREKVENCÍ, ZPRAVIDLA V RTG OBLASTI

Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \text{const} \times F(\omega / \omega_C) \quad \text{univerzální funkce}$$

kritická frekvence $\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3$

Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \text{const} \times F(\omega / \omega_C) \quad \text{univerzální funkce}$$

kritická frekvence $\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3 = \frac{3}{2} \omega_S \quad \dots \text{OK} .$

The end