

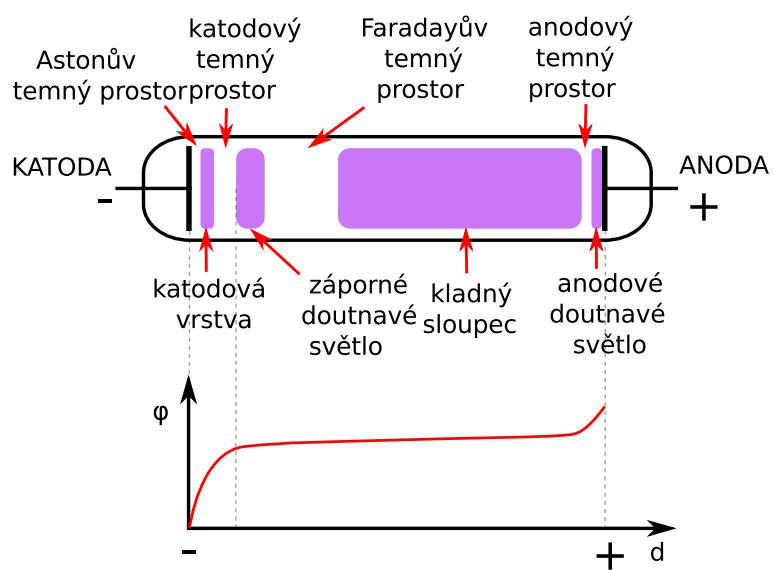
# Studium kladného sloupce doutnavého výboje pomocí elektrostatických sond: jednoduchá sonda

## 1 Úvod

V této úloze se zaměříme na měření parametrů kladného sloupce doutnavého výboje, proto je vhodné se na úvod věnovat jeho základním charakteristikám. Doutnavý výboj obvykle vzniká za sníženého tlaku (10 Pa až 1000 Pa) ve výbojových trubicích (obr. 1), které mohou být plněné inertními nebo molekulárními plyny. Podstatným procesem pro samostatné udržení doutnavého výboje je sekundární emise elektronů z katody, která je způsobena dopadem kladných iontů (tzv.  $\gamma$  procesy). Rozlišujeme katodové a anodové oblasti doutnavého výboje viz obr. 1. Na rozdíl od katodových oblastí není kladný sloupec nutnou součástí doutnavého výboje, při zkracování vzdálenosti mezi elektrodami se totiž jeho délka zmenšuje a může dokonce zcela vymizet. Kladný sloupec tvoří kvazineutrální plazma a je podél osy homogenní jak z hlediska emitovaného záření, tak z hlediska koncentrace nabitých částic. Může nabývat rozličných forem podle tvaru výbojové trubice (toho se využívá v neonových reklamních poutačích). Intenzita elektrického pole podél osy kladného sloupce je konstantní a může být určena buď pomocí sondových měření nebo může být vypočtena ze závislosti napětí na elektrodách na vzdálenosti elektrod při konstantním proudu výbojem.

## 2 Použití elektrostatické (Langmuirovy) sondy pro měření parametrů plazmatu

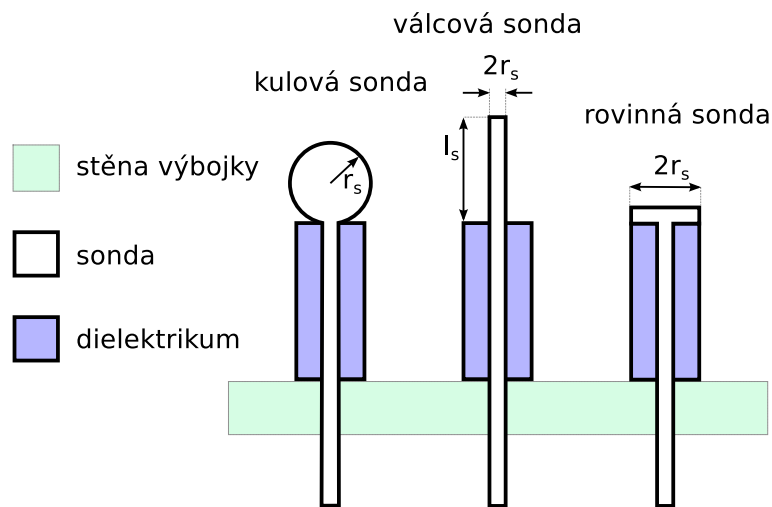
Mezi nejdůležitější parametry plazmatu patří elektronová hustota  $n_e$ , teplota elektronů  $T_e$ , rozdělovací funkce elektronů  $f(v)$  a také prostorové rozdělení potenciálu a elektrického pole. Pomocí sondové metody, vyvinuté v roce 1923 Irvingem Langmuirem, dokážeme tyto parametry jednoduchým způsobem určit. Pod pojmem Langmuirova sonda rozumíme vodič malých rozměrů, který je zavedený do plazmatu (obr. 2), jehož potenciál, který určujeme vzhledem k referenční elektrodě (může se jednat o anodu, katodu, nebo zeměnou stěnu reaktoru), označíme  $V_s$ . Podle tvaru rozdělujeme sondy na válcové, kulové a rovinné. Je-li plocha sondy velmi malá oproti ploše druhé referenční elektrody, pak se jedná o jednoduchou sondu. Potenciál plazmatu v místě sondy, který opět určujeme vůči stejné referenční elektrodě, označme jako  $V_p$ . Závislost měřeného proudu protékajícího sondou



Obrázek 1: Doutnavý výboj s popsány charakteristickými oblastmi a přibližným průběhem potenciálu. Katodová oblast je tvořena Astonovým, katodovým a Faradayovým temným prostorem, mezi nimiž je katodové světlo a záporné doutnavé světlo. Kladná oblast je tvořena kladným sloupcem, anodovým temným prostorem a anodovým doutnavým světlem.

$I_s$  na napětí  $V_s$  přiloženém na sondu nazýváme voltampérová charakteristika sondy (VAC). Napětí sondy se obvykle vyjadřuje vzhledem k potenciálu plazmatu, takže  $U_s = V_s - V_p$ .

Na sondu dopadají ionty a elektrony i v případě, pokud na ni není vložen žádné napětí, a pokud není připojena k vnějšímu obvodu. Proud elektronů a iontů se v tomto případě ustálí na takové hodnotě, že celkový výsledný proud sondy je nulový. V tomto případě se sonda nabíjí na potenciál  $V_{fl}$ , který se nazývá plovoucí potenciál (z anglického floating potential).



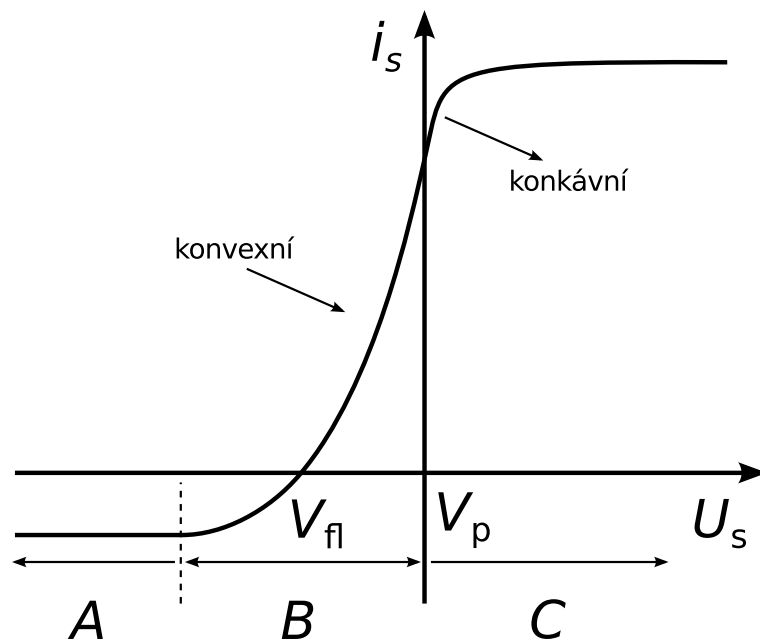
Obrázek 2: Osový řez kulovou, válcovou a plošnou sondou.

### 3 VAC jednoduché rovinné sondy

Na obrázku 3 je zobrazena typická VAC jednoduché sondy. Význačnými body VAC jsou plovoucí potenciál  $V_{fl}$ , při kterém dochází k vyrovnání iontového a elektronového proudu na sondu a plazmový (prostorový) potenciál  $V_p$  neporušeného plazmatu. VAC jednoduché sondy můžeme rozdělit na tři části:

1. Je-li sonda silně negativní  $U_s \leq -2(V_p - V_{fl})$ , jsou elektrony odpuzovány a ionty naopak přitahovány. Kolem sondy vzniká vrstva, v níž nejsou elektrony, a tak zde nemůže docházet k rekombinaci, excitaci nebo ionizační nárazy elektronů. Je možné pozorovat temný prostor obalující sondu.

Rovinná sonda: Mechanismus toku částic na sondu je podobný mechanismu toku elektronů v diodě. Plazma tvoří rezervoár nabitých částic. Proud iontů je dán zákonem Child-Langmuierovým, který je pro rovinnou sondu následující



Obrázek 3: Voltampérová charakteristika jednoduché rovinné sondy.

$$i_i = \frac{A}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U_s^{3/2}}{d^2}, \quad (1)$$

kde  $d$  je tloušťka vrstvy obalující sondu,  $M$  je hmotnost iontů a  $A$  je plocha vrstvy. Pro Maxwellovské rozdělení je možné ukázat (viz [2]), že tento proud je konstantní, i když se mění napětí na sondě. Při změně napětí se mění tloušťka vrstvy  $d$  tak, aby podíl  $\frac{U_s^{3/2}}{d^2}$  zůstal konstantní. Při potenciálu sondy rovnému potenciálu plazmatu je  $d = 0$ .

2. Druhou část VAC jednoduché sondy tvoří přechodová oblast  $-2(V_p - V_{fl}) \leq U_s \leq 0$ . Od určitého potenciálu sondy začnou na sondu dopadat nejrychlejší elektrony. Absolutní hodnota celkového proudu sondy, daná součtem iontového a elektronového proudu, s rostoucím potenciálem sondy klesá, až dosáhne nulové hodnoty při plovoucím potenciálu  $V_{fl}$ . Další vzrůst potenciálu sondy má za následek změnu polaritu a prudký nárůst proudu, nyní je proud na sondu dán převážně elektrony. Výskyt elektronů je charakterizován Boltzmannovým vztahem

$$n_{se} = n_{ve} \exp\left(-\frac{|U_s|}{k T_e}\right), \quad (2)$$

kde  $n_{se}$  je koncentrace elektronů na povrchu sondy a  $n_{ve}$  je koncentrace elektronů na povrchu stěnové vrstvy náboje v okolí sondy.

Nyní odvodíme vztah mezi napětím rovinné sondy  $U_s$  a elektronovým proudem na rovinnou sondu v této oblasti VAC. V neporušeném plazmatu je koncentrace iontů  $n_i$  rovna koncentraci elektronů  $n_e$ . Počet elektronů, majících rychlost v rychlostním intervalu  $v_x, v_x + dv_x$ , bude v případě Maxwellova rozdělení

$$dn_x = f_{\text{Max}}(v_x)dv_x = n_e \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_e}} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k T_e}\right) dv_x. \quad (3)$$

Počet elektronů, procházejících hranicí vrstvy obalující sondu je

$$S v_x dn_x = S n_e \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_e}} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k T_e}\right) v_x dv_x. \quad (4)$$

Z těchto elektronů dosáhnou sondy pouze ty, jejichž rychlost je dostatečná k překonání brzdícího potenciálu. Rychlost elektronů tedy musí splňovat podmínku  $\frac{1}{2} m_e v_x^2 \geq e U_s$ . Počet elektronů dopadajících na sondu tedy bude

$$i_e = S e n_e \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_e}} \int_{\sqrt{2eU_s/m_e}}^{\infty} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k T_e}\right) v_x dv_x. \quad (5)$$

Po integraci dostaneme

$$i_e = S e n_e \sqrt{\frac{k T_e}{2\pi m_e}} \exp\left(-\frac{e U_s}{k T_e}\right). \quad (6)$$

Při vyšších napětích  $U_s$  převládá elektronový proud na sondu, při nižších napětích proud iontový.

3. Ve třetí části VAC pro  $0 \leq U_s$  je sonda kladná vzhledem k potenciálu plazmatu  $V_p$ , přitahuje elektrony (v případě elektronegativních plynů také záporné ionty) a odpuzuje kladné ionty. Na VAC pozorujeme oblast nasyceného elektronového proudu. Zlom VAC pro potenciál sondy rovný potenciálu plazmatu  $V_p$  dovoluje určit tento potenciál.

## 4 VAC jednoduché cylindrické sondy

1. Je-li sonda silně negativní  $U_s \leq V_p - 2(V_p - V_{fl})$ , tak podobně jako pro rovinnou sondu dostáváme iontovou část VAC. Protože se zápornějším napětím narůstá i povrch stěnové vrstvy, obalující sondu, nebude průběh iontového proudu nasycený tak, jako u rovinné sondy, nýbrž bude vzrůstat s rostoucím napětím.

2. Střední část VAC je v případě Maxwellova rozdělení stejná jako u plošné sondy, platí opět rovnice 6.

3. Část VAC pro  $0 \leq U_s$  u cylindrické sondy nejví nasycení, nýbrž parabolicky narůstá. Pro proud sondy platí za předpokladu  $\frac{e U_s}{k T_e} > 2$ :

$$i_e = S e n_e \sqrt{\frac{k T_e}{2 \pi m_e}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{e U_s}{k T_e}\right)^{1/2}. \quad (7)$$

Poznámky:

a) Pro všechny charakteristiky odpovídající elektronům je nejprve nutné odečíst iontový nasycený proud, který nabitujeme vhodnou funkcí, alespoň přímkou. Extrapolaci iontového proudu sondy provádíme až po hodnotu  $U_s = 0$ , pro každou hodnotu napětí z druhé oblasti VAC přičteme hodnotu iontového proudu k sondovému proudu. Tím dostaneme závislost pouze elektronového proudu na napětí sondy.

b) Je-li  $|U_s| \gg 0$ , pak se sonda chová jako boční elektroda, pozorujeme prudký nárůst sondového proudu. Tento parazitní jev může rušit měření, nelze pak totiž nalézt oblast nasyceného elektronového proudu.

c) Je třeba, aby tloušťka vrstvy iontů byla menší, než střední volná dráha elektronů. Není-li tato podmínka splněna, může docházet k ionizaci ve vrstvě a tím dochází k poruše ideální VAC. Tato podmínka nám udává maximální tlak, při němž je uvedená teorie sondy použitelná. Střední volná dráha závisí na druhu plynu a elektronové teplotě, mezní tlak bývá řádově několik stovek pascalů.

d) Proud sondy musí být mnohem menší, než proud výboje.

e) Elektronovou teplotu lze stanovit z naměřeného plovoucího potenciálu. Je-li sonda na plovoucím potenciálu, pak  $i_e + i_i = 0$ . Uvážíme-li dále Bohmovu podmínku, platí:

$$i_e = S e n_e \sqrt{\frac{k T_e}{2 \pi m_e}} \exp\left(-\frac{e |V_{fl} - V_p|}{k T_e}\right), \quad (8)$$

$$i_i = -S e n_i \langle v \rangle = -S e n_e \sqrt{\frac{2 k T_e}{M}}. \quad (9)$$

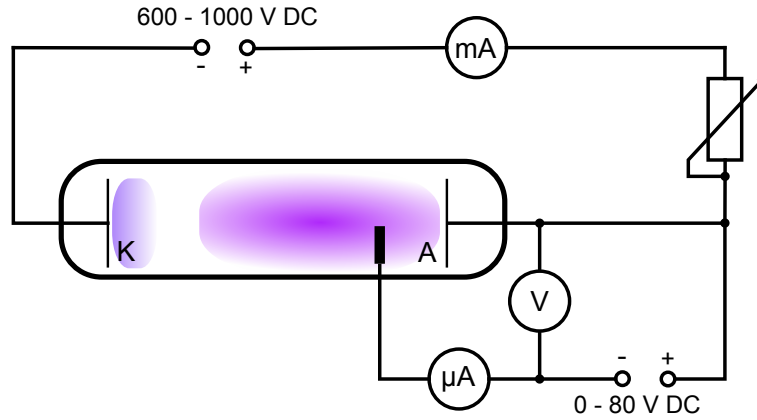
Na hranici vrstvy platí  $\frac{1}{2} M v_i^2 = k T_e$ . Odtud dostáváme:

$$|V_{fl} - V_p| = \frac{k T_e}{2 e} \ln \frac{M}{4 \pi m_e}. \quad (10)$$

Pečlivé měření  $V_{fl}$  tedy umožní stanovení  $T_e$ .

## 5 Experimentální aparatura a způsob měření

Sondové měření provádíme na aparatuře schématicky znázorněné na obr. 4. Výbojový prostor čerpáme rotační olejovou vývěvou. Měření tlaku provádíme pomocí Piraniho manometru. Měření provádíme pomocí jednoduché rovinné sondy. Při měření VAC nejprve nalezneme plovoucí potenciál. Napětí, při kterém dochází ke změně polarity sondového proudu, odpovídá právě plovoucímu potenciálu sondy  $V_{fl}$ . Dále měříme v rozsahu  $\pm 20$  V kolem tohoto potenciálu.



Obrázek 4: Schéma zapojení pro měření VAC jednoduché Langmuirovy sondy.

### 5.1 Měření rozdělovací funkce elektronů podle energie

Maxwellovská rozdělovací funkce elektronů se pozná podle toho, že proud tekoucí sondou pro  $U_s < 0$  je exponenciální funkcí napětí. Druyvesteyn dokázal, že rozdělovací funkce elektronů podle energie  $f|U_s|$  je určena druhou derivací sondového proudu podle napětí. Platí vztah:

$$f(|U_s|) = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{8m_e}{e^3}} |U_s|^{1/2} \frac{d^2 i_e}{dU_s^2}. \quad (11)$$

Odvození uvedeného vztahu vychází z toho, že záporná sonda je schopna vybrat pro daný potenciál  $U_s$  z plazmatu pouze elektrony, jejichž energie je větší nebo rovna  $eU_s$ . Existuje několik metod, jak získat ze sondové charakteristiky funkci  $\frac{d^2 i_e}{dU_s^2}$ , která udává rozdělovací funkci. Jednou z možností je provést druhou derivaci numericky pomocí počítače. Jinou možností je přeložení slabého střídavého napětí  $\varepsilon \cdot \sin(\omega t)$ . Musí platit, že  $\varepsilon/U_s \ll 1$ . Rozvineme-li za těchto předpokladů sondový proud v řadu, uvidíme, že složka stejnosměrného proudu sondy vzrostla na hodnotu  $\Delta i$ , přičemž platí

$$\Delta i \approx \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{d^2 i_e}{dU_s^2}. \quad (12)$$

Rozdělovací funkce  $f|U_s|$  je tedy úměrná výrazu  $\sqrt{|U_s|} \Delta i$ .

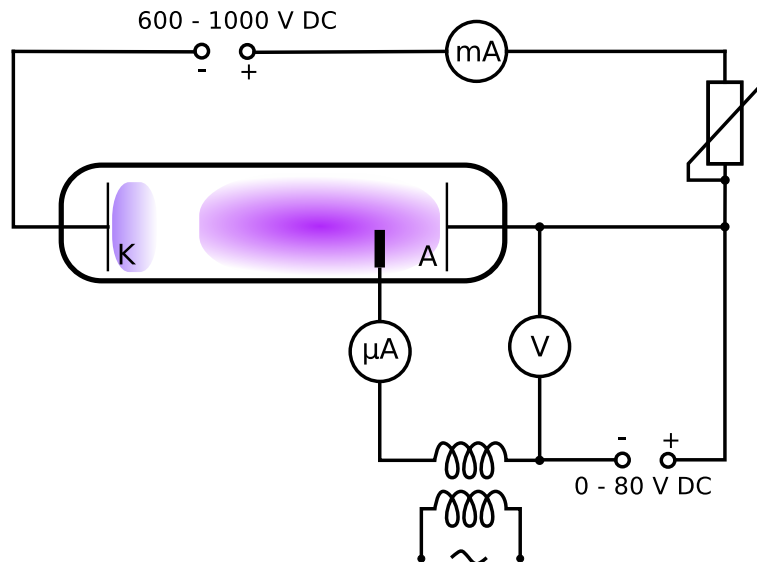
V případě Maxwellova rozdělení rychlostí platí

$$\frac{\Delta i}{i_0} = \left[ J_0 \left( \frac{e|U_s|}{kT_e} \right) - 1 \right], \quad (13)$$

kde  $J_0$  je Besselova funkce prvního druhu nultého řádu.

Hodnota brzdného napětí pro elektrony, dopadajících na sondu, je rovna  $|U_s|$ . Pro každou hodnotu brzdného napětí určíme přírůstek  $\Delta i$  sondového proudu při zapojení střídavého napětí na sondu. Graficky zobrazíme závislost  $f|U_s| = \sqrt{|U_s|} \Delta i$ . Měření rozdělovací funkce budeme provádět metodou poruchového napětí s frekvencí  $\omega$  malé amplitudy  $\varepsilon$ .

Měření provádíme v zapojení vyznačeném na obr. 5. Proud jednoduché rovinné sondy měříme mikroampérmetrem. Střídavé napětí  $\varepsilon \cdot \sin(\omega t)$  způsobuje změnu sondového proudu  $\Delta i$ . Měření provedeme pro deset hodnot sondového napětí z intervalu mezi  $V_{fl}$  a  $V_p$  vždy bez přiloženého a s přiloženým střídavým napětím. Do grafu vyneseme závislost  $f|U_s| = \sqrt{|U_s|} \Delta i$  pro různé hodnoty  $U_s$ , která nám udává rozdělovací funkci. Měření provedeme pro tlak  $\sim 100$  Pa a výbojový proud 20 mA.



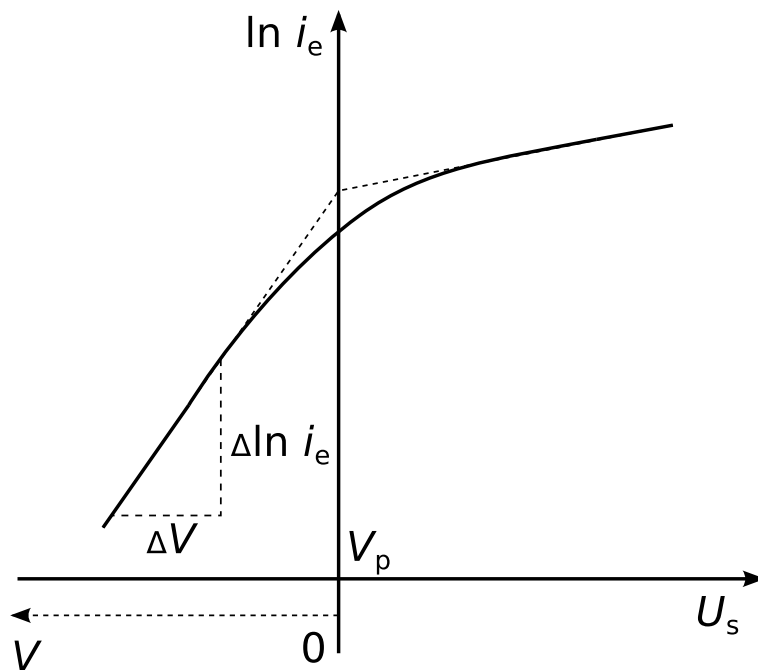
Obrázek 5: Schéma zapojení pro měření rozdělovací funkce elektronů.

## 5.2 Určení elektronové teploty a potenciálu plazmatu z VAC jednoduché sondy

Z naměřené VAC stanovíme elektronový proud odečtením iontového proudu v druhé oblasti VAC. Sestrojíme závislost  $\ln i_e = -\frac{e}{kT_e} U_s + C$ . Směrnice této přímky nám určuje elektronovou teplotu  $T_e$ . Potenciál plazmatu  $V_p$  můžeme přibližně určit ze zlomu VAC jako průsečík asymptot k částem VAC v druhé a třetí oblasti, viz obr. 6.

Pokud máme proměřený dostatečný počet bodů, tak můžeme potenciál plazmatu určit také pomocí provedení druhé derivace na počítači, protože sondová charakteristika má v potenciálu plazmatu inflexní bod. Koncentraci





Obrázek 6: Stanovení elektronové teploty  $T_e$  a potenciálu plazmatu  $V_p$ .

elektronů určíme z naměřeného elektronového proudu sondou  $i_e$  pro  $U_s = 0$ . Dle rovnice 6 potom platí

$$n_e = \frac{i_e}{S e} \sqrt{\frac{2 \pi m_e}{k T_e}}. \quad (14)$$

## Reference

- [1] Tálský A., Janča J. *Speciální praktikum z vysokofrekvenční elektroniky a fyziky plazmatu* Přírodovědecká fakulta UJEP, Brno 1975.
- [2] Šmíd R. *Návod k úloze Měření rozdělovací funkce energie elektronů pomocí vf kompenzované Langmuirovy sondy.*