

5. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 15. 4. 2013

1. Mějme vektorový prostor U nad \mathbb{R} dimenze n a přirozené číslo $k \leq n$. Uvažujme k lineárních forem $f_1, f_2, \dots, f_k : U \rightarrow \mathbb{R}$. Dokažte:

a) $\dim(\bigcap_{i=1}^k \ker f_i) \geq n - k$.

b) $\dim(\bigcap_{i=1}^k \ker f_i) = n - k$ právě když jsou f_1, f_2, \dots, f_k lineárně nezávislé.

2. Necht' $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitá. Dokázali jsme již, že každá spojitá funkce na uzavřeném intervalu je shora omezená. Tedy existuje $s = \sup\{f(x) \in \mathbb{R}; x \in [a, b]\}$. Dokažte, že existuje $x_o \in [a, b]$ tak, že $f(x_o) = s$.