

6. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 22. 4. 2013

1. Dokažte detailně následující tvrzení: Nechť funkce $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ má v bodě $x \in (a, b)$ derivaci

$$f'(x) < 0.$$

Pak platí:

$$(\exists \delta > 0)(\forall h \in (0, \delta))(f(x - h) > f(x)).$$

2. Nechť $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ má následující vlastnost:

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\exists \delta > 0)(f \text{ je neklesající v } (x - \delta, x + \delta)).$$

Dokažte, že pro každá dvě čísla $a < b$ je $f(a) \leq f(b)$.