

M2510 Matematická analýza 2

První zápočtová písemná práce, 5. 4. 2013

Varianta D

1. (1 body) Udejte příklad (jakýmkoliv korektním způsobem) posloupnosti a_n mající za hromadné právě tři reálná čísla.
2. (3 bod) Určete a ověřte pomocí definice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{\sqrt{n^n}}.$$

3. (3 body) Stanovte limity

(a) (1,5 bodu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(a - \sqrt{\frac{1}{n} + a^2} \right), \quad a > 0,$$

(b) (1,5 bodu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-2}{n^2} + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

4. (3 body) Určete, je-li posloupnost zadaná předpisem

$$a_n = ne^{-n}$$

rostoucí, příp. klesající, resp. neklesající, příp. nerostoucí a ohraničená. Přitom všechna svá tvrzení dokažte.