

M2510 Matematická analýza 2

První zápočtová písemná práce, 25. 4. 2013

Třetí opravná varianta

1. (**2 body**) Najděte rovnici tečny a normály ke křivce zadané parametricky rovnicemi

$$x = t^2, \quad y = t, \quad t \in \mathbb{R}$$

v bodě určeném hodnotou parametru $t = 0$.

2. (**2 body**) Určete třetí Maclaurinův polynom pro funkci f zadanou předpisem

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}.$$

3. (**3 body**) Stanovte limity

(a) (**1,5 bodu**)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{10n^2 - 1} - 2n \right),$$

(b) (**1,5 bodu**)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3^n} + \frac{2}{3^n} + \frac{4}{3^n} + \cdots + \frac{2^{n-1}}{3^n} \right).$$

4. (**3 body**) Rozhodněte, je-li posloupnost zadaná předpisem

$$a_n = \frac{n^3}{(n+1)^2}$$

rostoucí, příp. *klesající*, resp. *neklesající*, příp. *nerostoucí* a *ohraničená shora*, resp. *zdola*. Přitom všechna svá tvrzení dokažte.

Nápověda: Lze uvažovat funkci $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ a otázku monotonie zodpovědět metodami diferenciálního počtu.