

M2510 Matematická analýza 2

Druhá zápočtová písemná práce, 20. 5. 2013

Varianta E

1. (**3 body**) Na intervalu $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ nalezněte primitivní funkci k funkci dané předpisem

$$f(x) = \frac{1 + \sin^2 x}{\cos x}.$$

Bude-li třeba, smíte přitom využít rozkladu

$$\frac{t^4 + 6t^2 + 1}{(t^2 - 1)(t^2 + 1)^2} = \frac{1}{t - 1} - \frac{1}{t + 1} - \frac{1}{t^2 + 1} + \frac{2}{(t^2 + 1)^2}.$$

2. (**3,5 bodu**) Stanovte určité integrály:

(a) (**1,5 bodu**)

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}} dx,$$

(b) (**2 body**)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx.$$

3. (**1,5 bodu**) Vypočtěte nevlastní integrál

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$$

4. (**2 body**) Určete délku *logaritmické spirály* zadané parametricky rovnicemi

$$x = ae^t \cos t, \quad y = ae^t \sin t, \quad t \in \langle 0; 1 \rangle,$$

kde $a \in \mathbb{R}^+$.