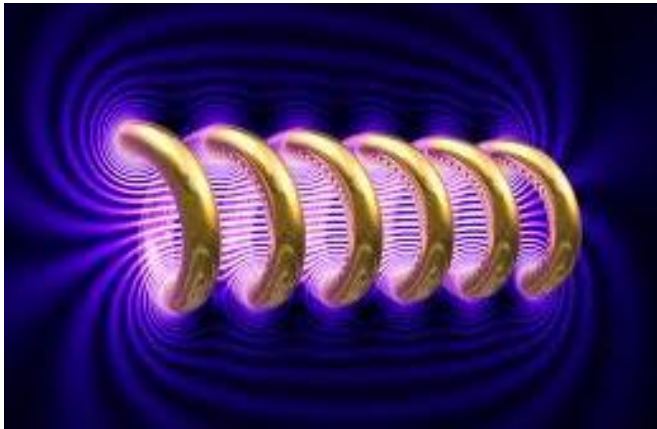


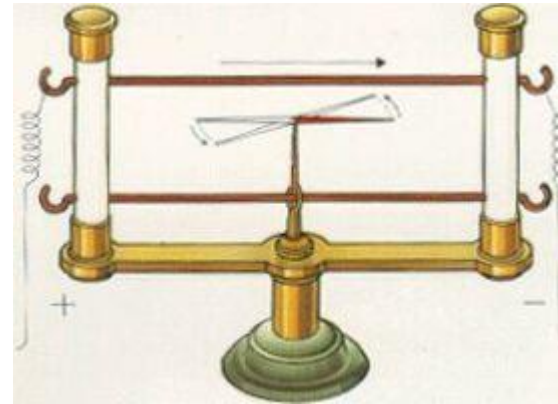
magnetické pole



náboje v pohybu

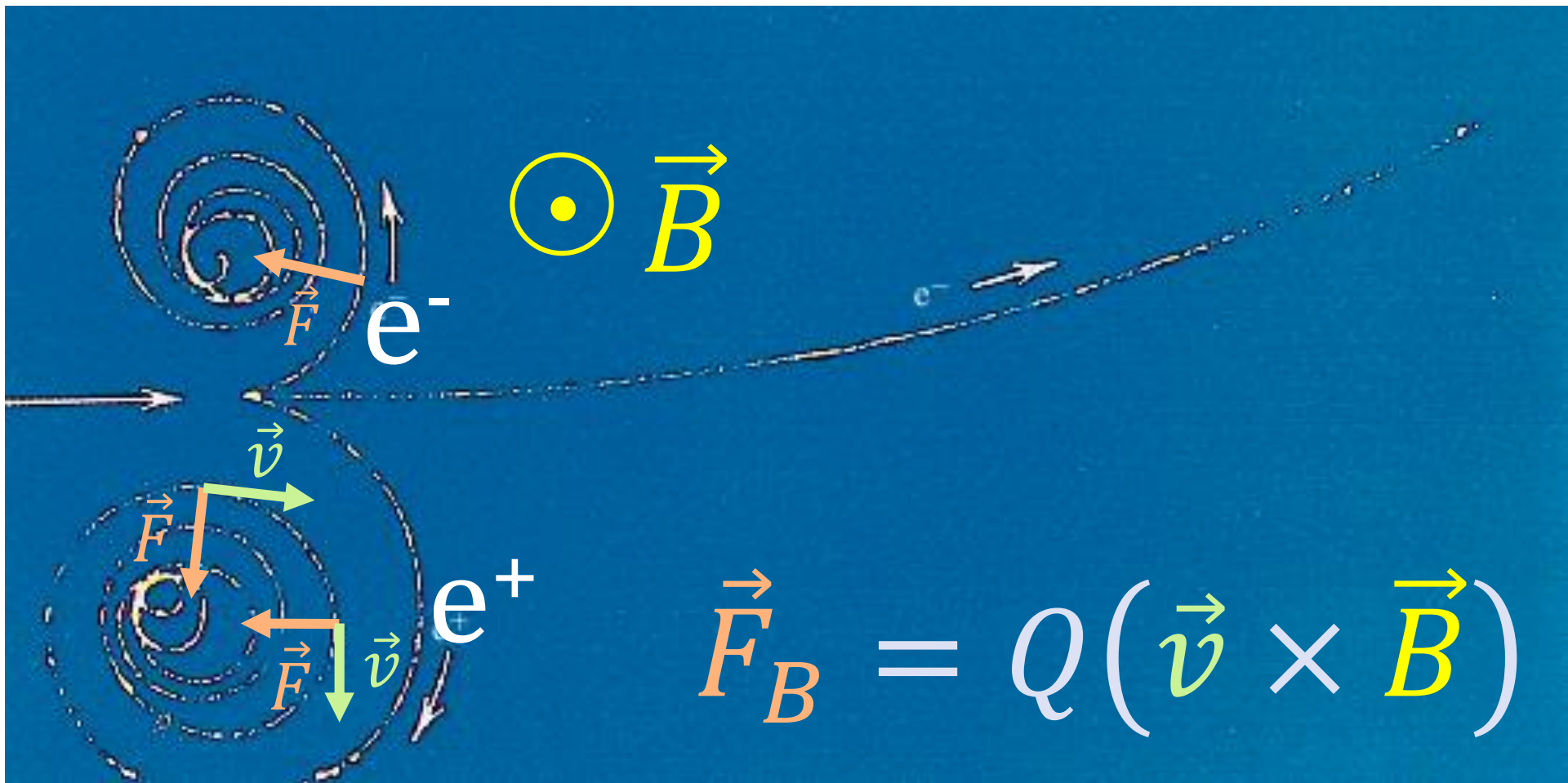


Hans Christian Oersted
(1777 - 1851)



magnetická strelka se vychyluje, prochází-li blízkým vodičem proud

pohyb v magnetickém poli



magnetická síla a magnetická indukce



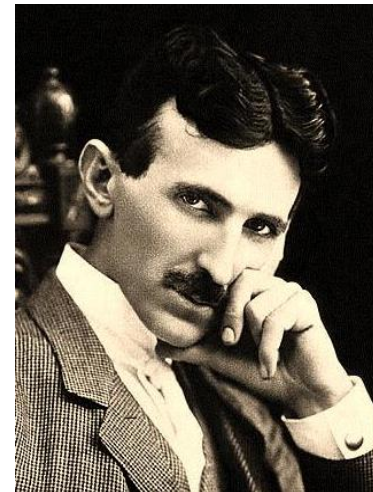
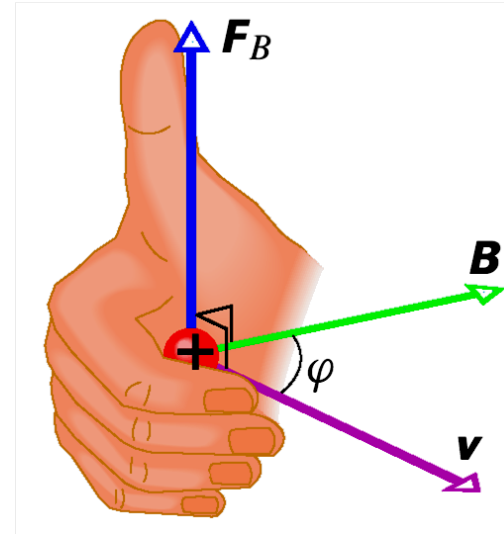
$$\vec{F}_B = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F_B = QvB \sin \alpha$$

jednotka magnetické
indukce:

$$1 \text{ N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = 1 \text{ T (tesla)}$$

$$1 \text{ G (gauss)} = 10^{-4} \text{ T}$$



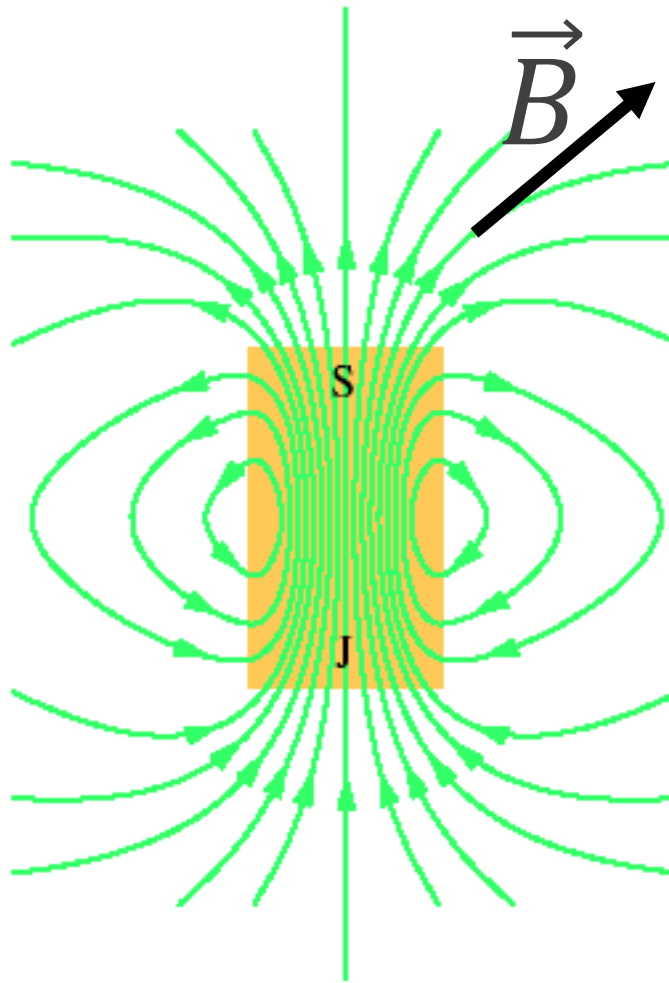
Nikola Tesla
(1856-1943)

magnetická indukce – příklady

Tabulka 29.1 Přibližné velikosti magnetických indukcí některých polí

Povrch neutronové hvězdy	10^8 T
Blízko velkého elektromagnetu	1,5 T
Blízko malého tyčového magnetu	10^{-2} T
Na povrchu Země	10^{-4} T
V mezihvězdném prostoru	10^{-10} T
Nejnižší hodnota v magneticky stíněné místnosti	10^{-14} T

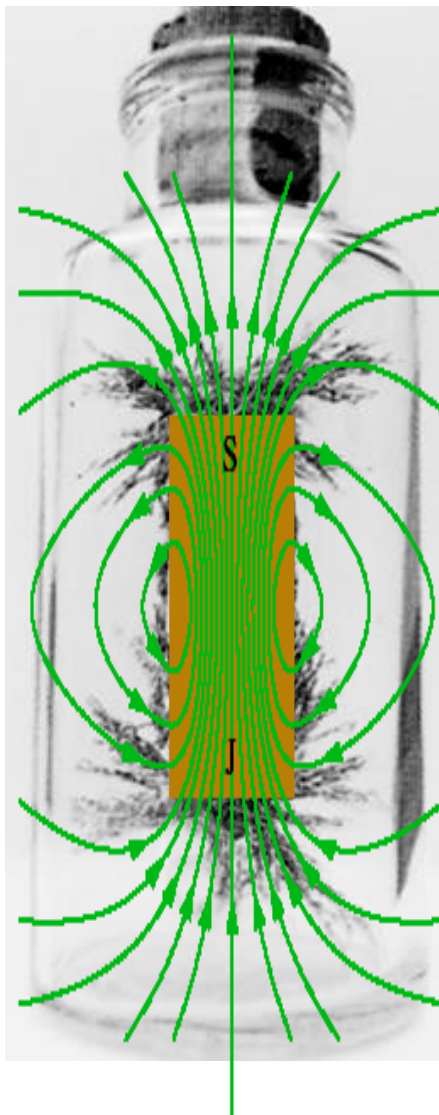
indukční čáry



- křivky, k nimž je vektor indukce \vec{B} tečný v každém bodě
- velikost vektoru \vec{B} je úměrná hustotě indukčních čar
- vycházejí ze S pólu magnetu, vstupují do J pólu
- jsou vždy uzavřené:

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

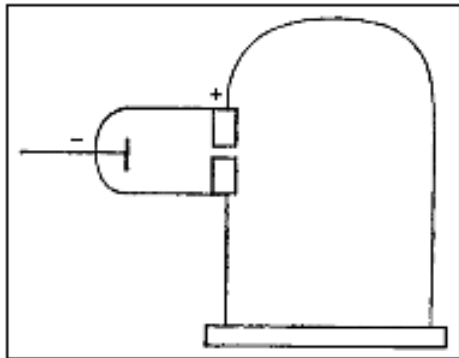
magnetická interakce



opačné póly magnetu
se vzájemně přitahují,
souhlasné se odpuzují

příklad

pohyb v elektrickém a magnetickém poli



elektrická a magnetická síla



$$\vec{F}_e = Q\vec{E}$$



$$\vec{F}_B = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots \text{Lorentzova síla}$$

pro spojité rozložení náboje se definuje

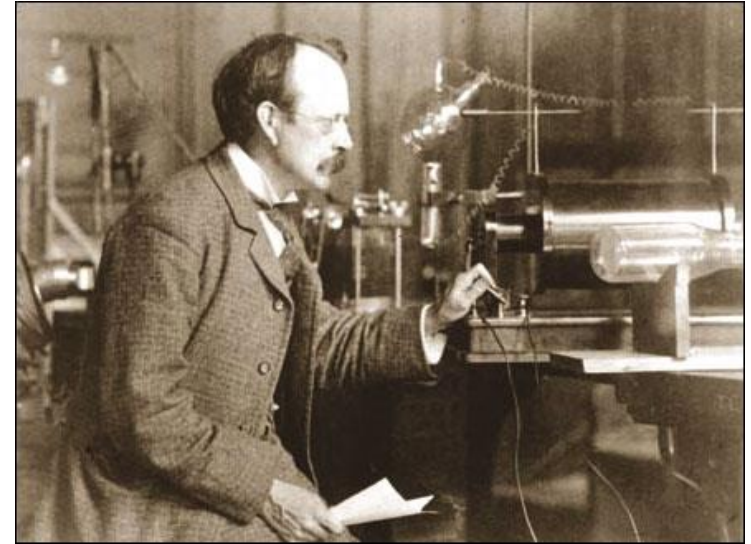
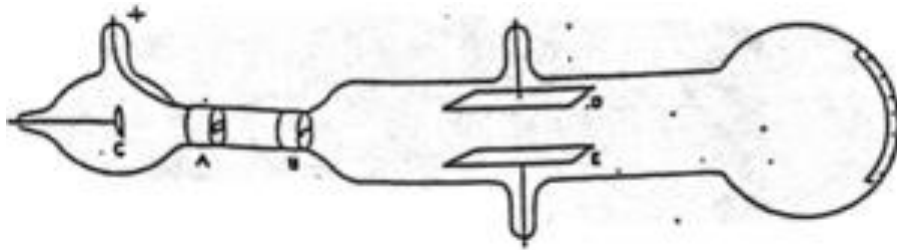
objemová hustota síly:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad \vec{F} = \iiint (\rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}) dV$$

závislost \vec{f} pouze na vektorech pole \vec{E} a \vec{B} se vyjadřuje pomocí **Maxwellova tenzoru napětí**

objev elektronu

J. J. Thomson: Cathode Rays.
Philosophical Magazine, 44
(1897) 293.



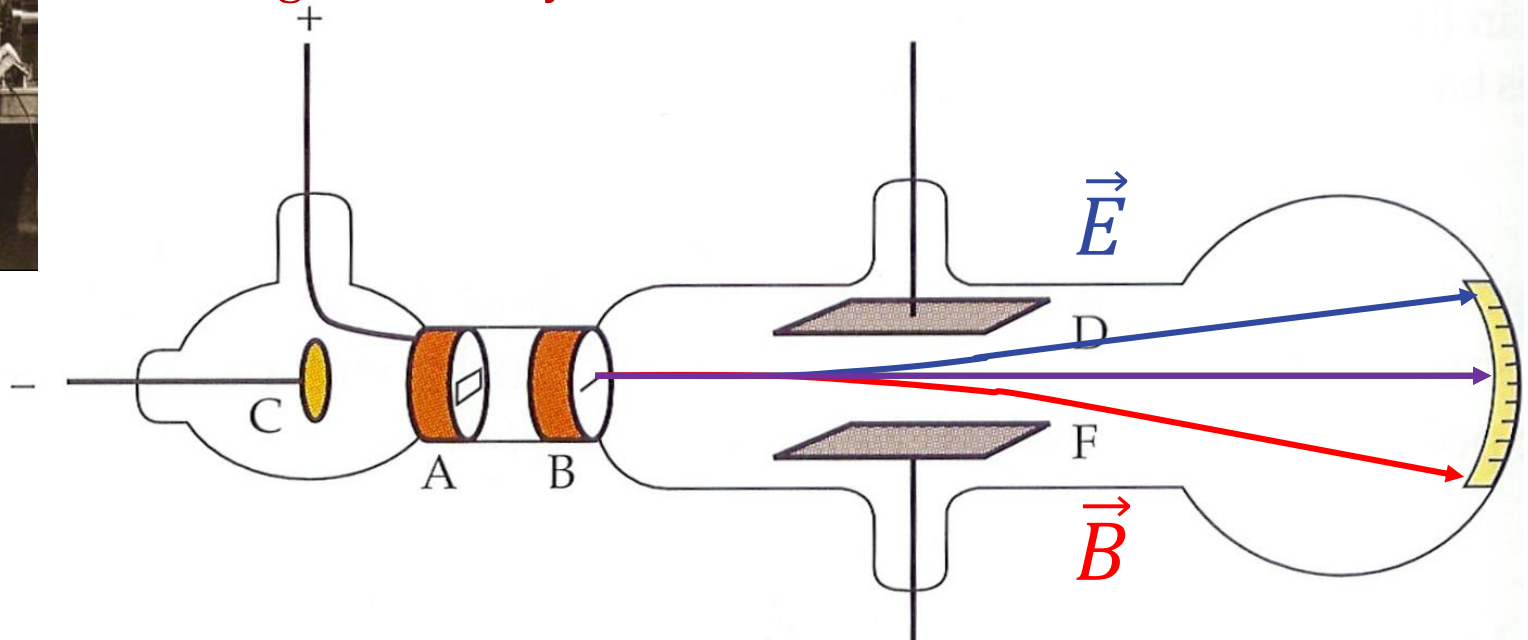
J. J. Thomson (1856-1940)
1906: Nobelova cena za fiziku

“As the cathode rays carry a charge of negative electricity, are deflected by an electrostatic force as if they were negatively electrified, and are acted on by a magnetic force in just the way in which this force would act on a negatively electrified body moving along the path of these rays, I can see no escape from the conclusion that **they are charges of negative electricity carried by particles of matter**. The question next arises, **What are these particles?**”

objev elektronu



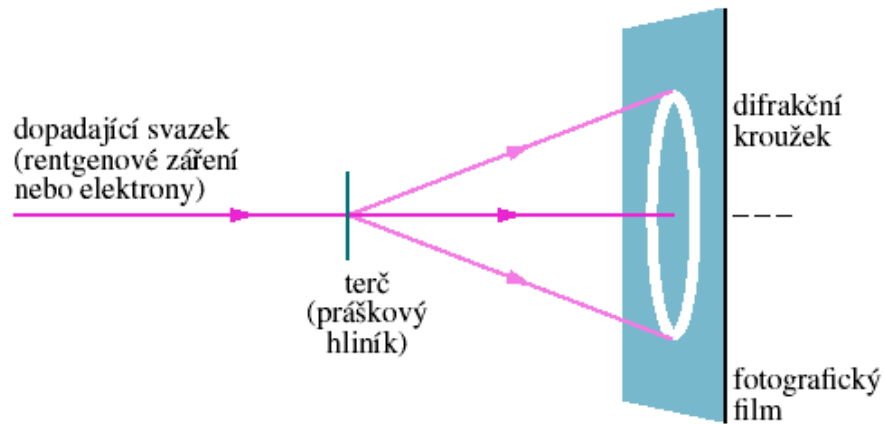
“... To throw some light on this point, I have made a series of measurements of **the ratio of the mass of these particles to the charge carried by it.**”



$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

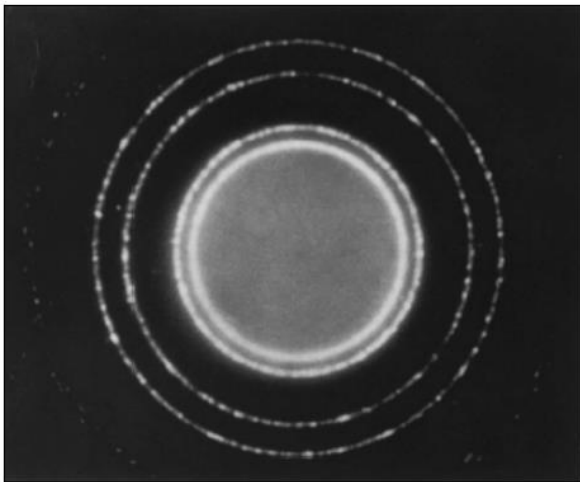
$$\frac{Q}{m} = \frac{2yE}{B^2 L^2}$$

poznámka

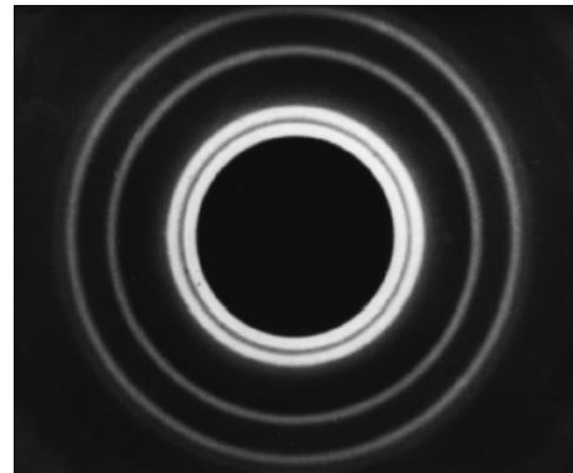


G. P. Thomson (1892-1975)
1937: Nobelova cena za fyziku

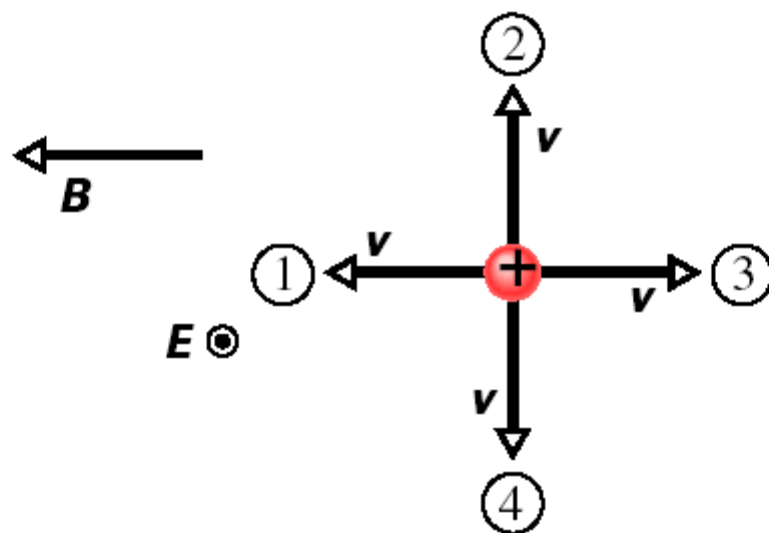
rtg záření ...



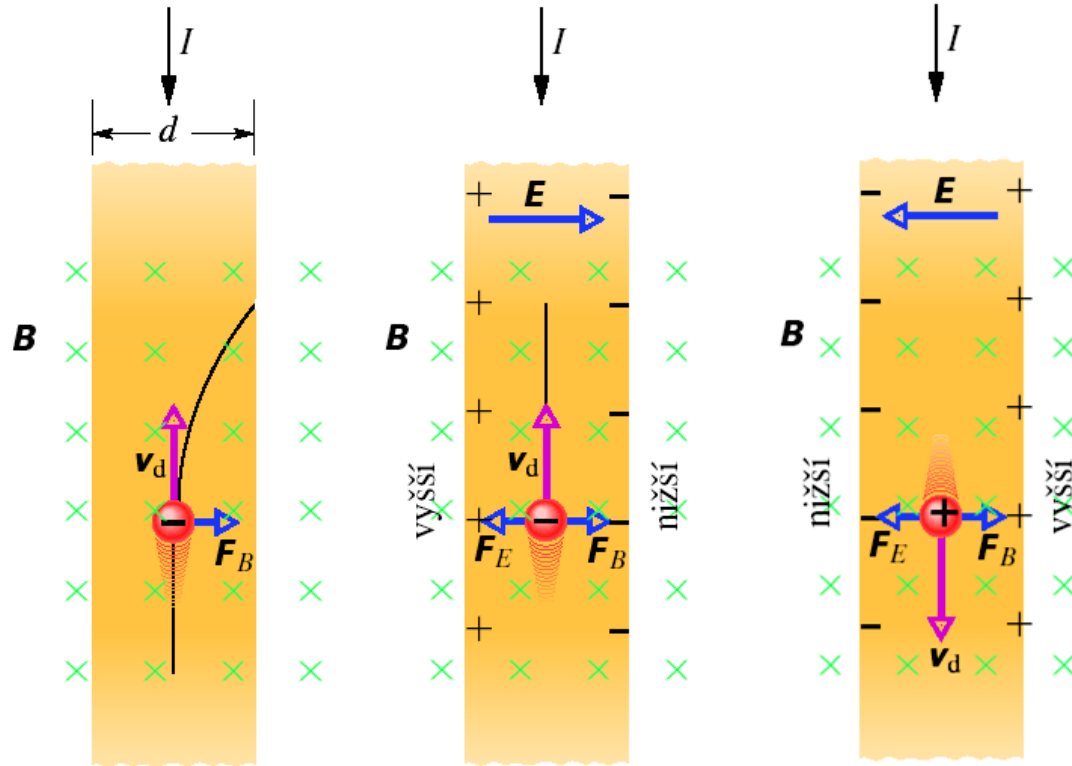
... a svazek elektronů



KONTROLA 2: Na obrázku jsou zakresleny čtyři směry rychlosti \mathbf{v} kladně nabitě částice pohybující se v homogenním elektrickém poli \mathbf{E} (je kolmé k obrázku a má směr k nám, což je znázorněno tečkou v kroužku) a homogenním magnetickém poli \mathbf{B} . (a) Seřadte směry 1, 2, 3 a 4 sestupně podle velikosti výsledné síly působící na částici. (b) Pro který z nich je výsledná síla nulová?

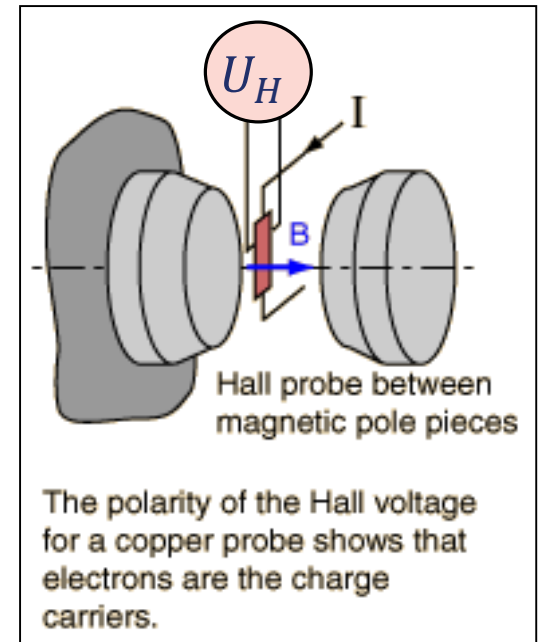


Hallův jev

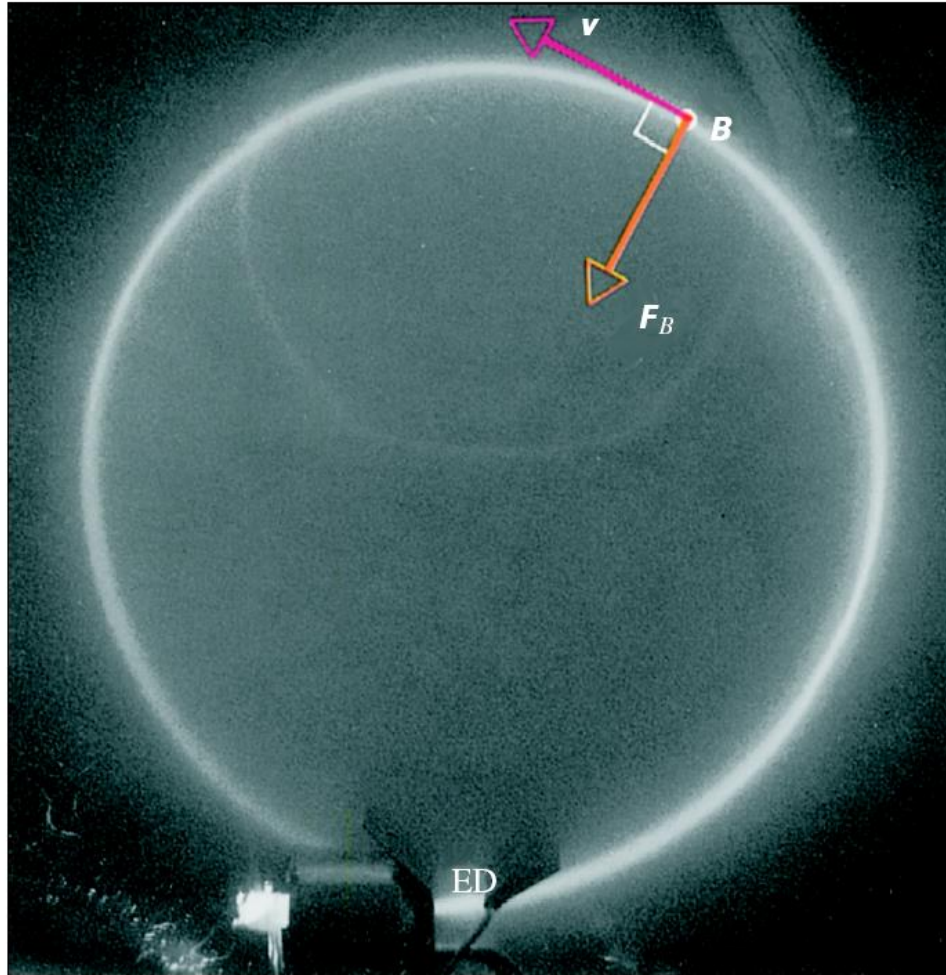


$$B = \frac{nQS}{Id} U_H$$

$$n = \frac{BI d}{U_H S Q}$$



pohyb po kružnici v magnetickém poli



$$\vec{F}_B = m\vec{a}_n$$

$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

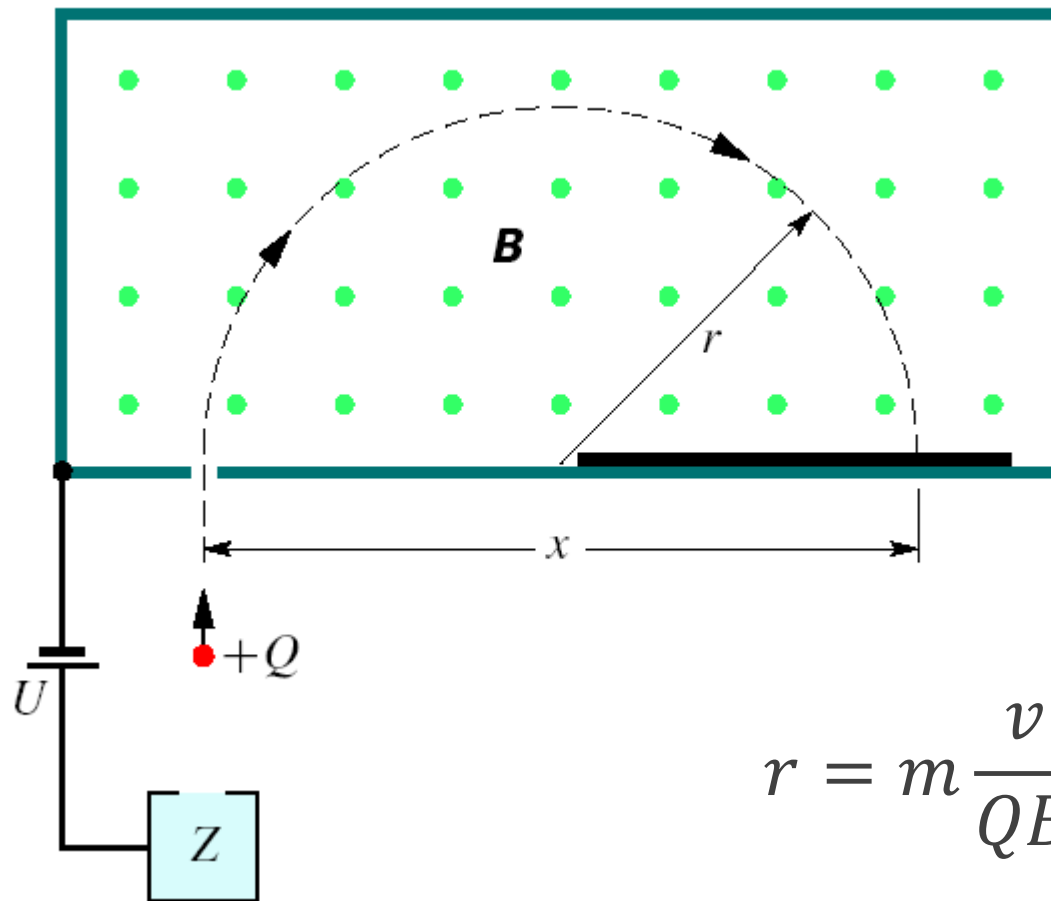
$$r = \frac{mv}{QB}$$

poloměr trajektorie

$$\omega_c = \frac{QB}{m}$$

cyklotronová frekvence

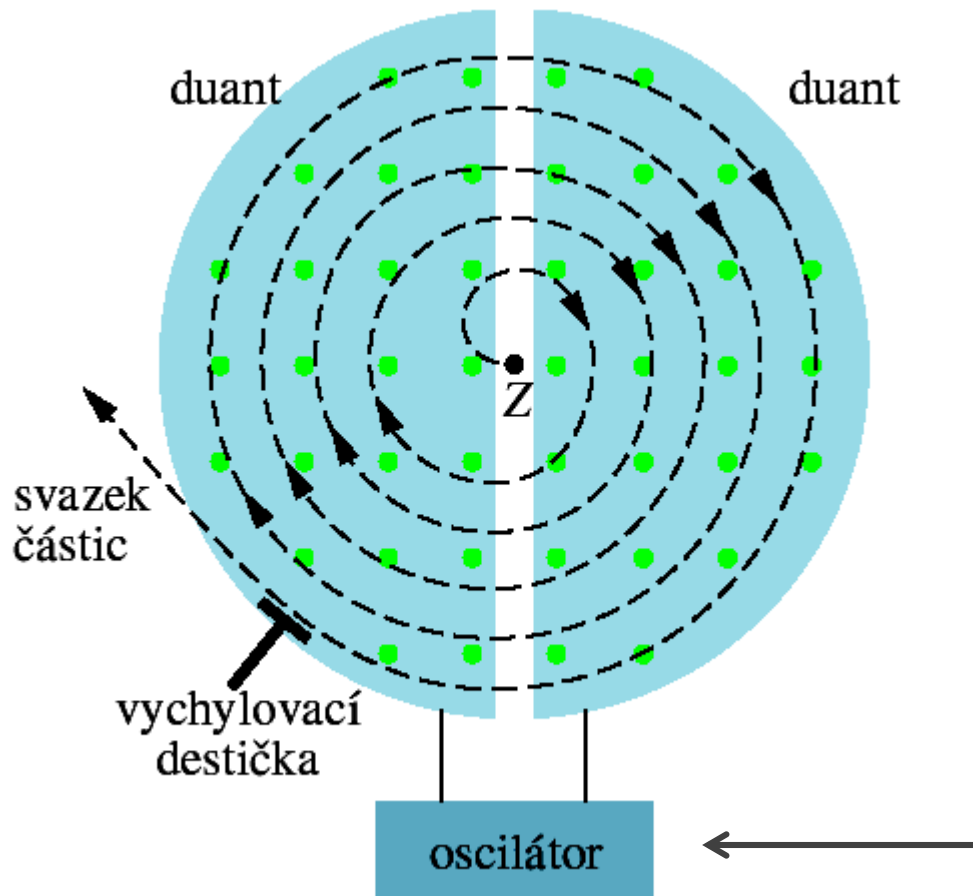
hmotnostní spektrometr



$$r = m \frac{v}{QB}$$

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}$$

cyklotron

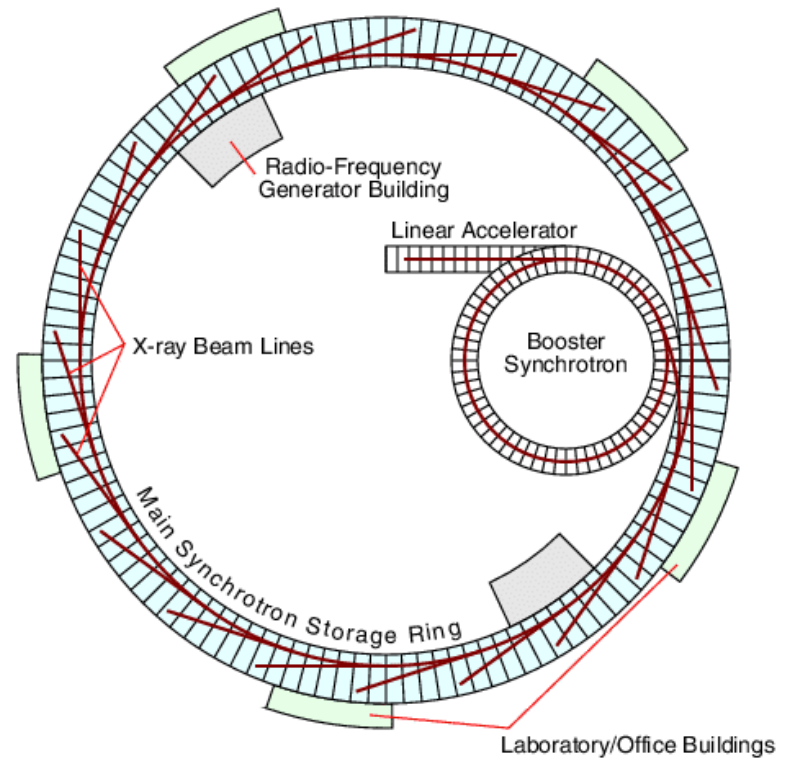


$$\omega_c = \frac{QB}{m}$$



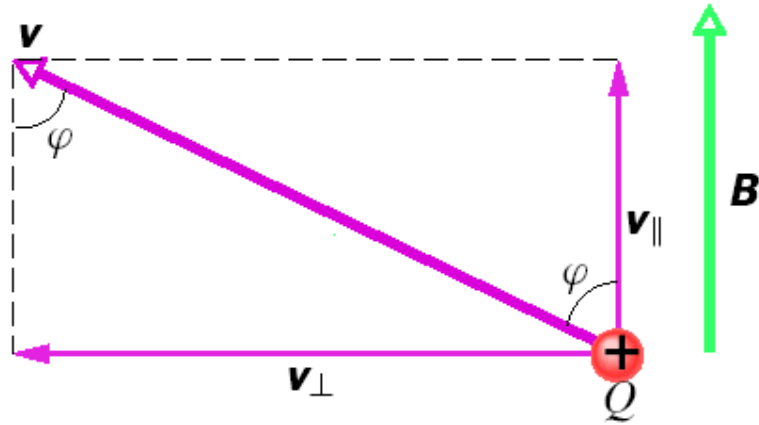
$$\omega_{osc} = \omega_c$$

synchrotrony



- elektronový synchrotron **6 GeV**: ESRF Grenoble, www.esfr.fr
- protonový synchrotron **1 TeV**: Tevatron, Fermilab Illinois, www-bd.fnal.gov: $m_0c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2} = m_0c^2 + E_k$, $m_0c^2 = 1 \text{ GeV}$ (proton), $E_k = 1 \text{ TeV}$, $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $v = 0,995c$
- LHC (Large Hadron Collider, CERN), protonový synchrotron **7 TeV**, lhc.web.cern.ch

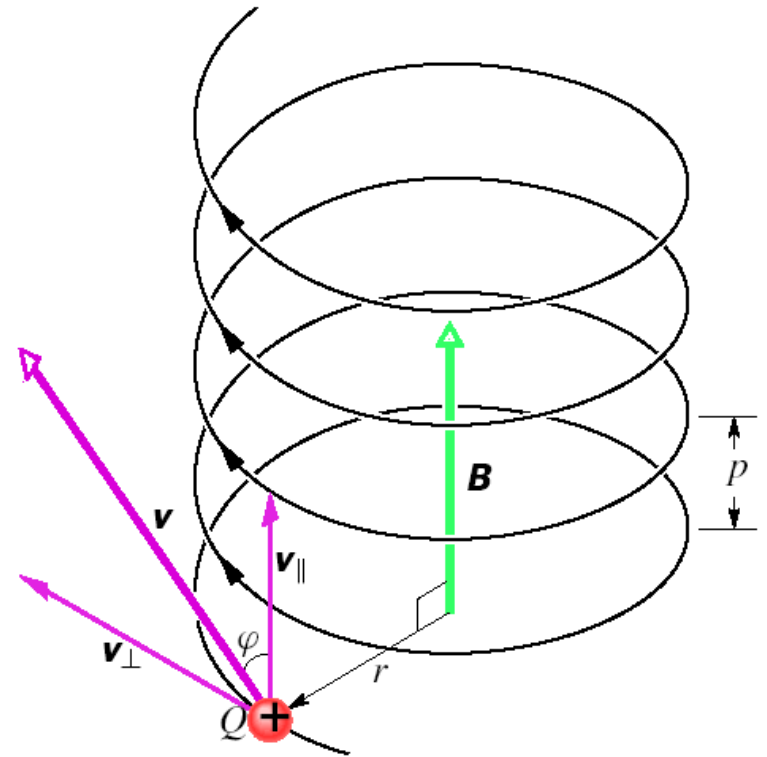
obecný směr pohybu vůči poli



$$r = \frac{mv_{\perp}}{QB}$$

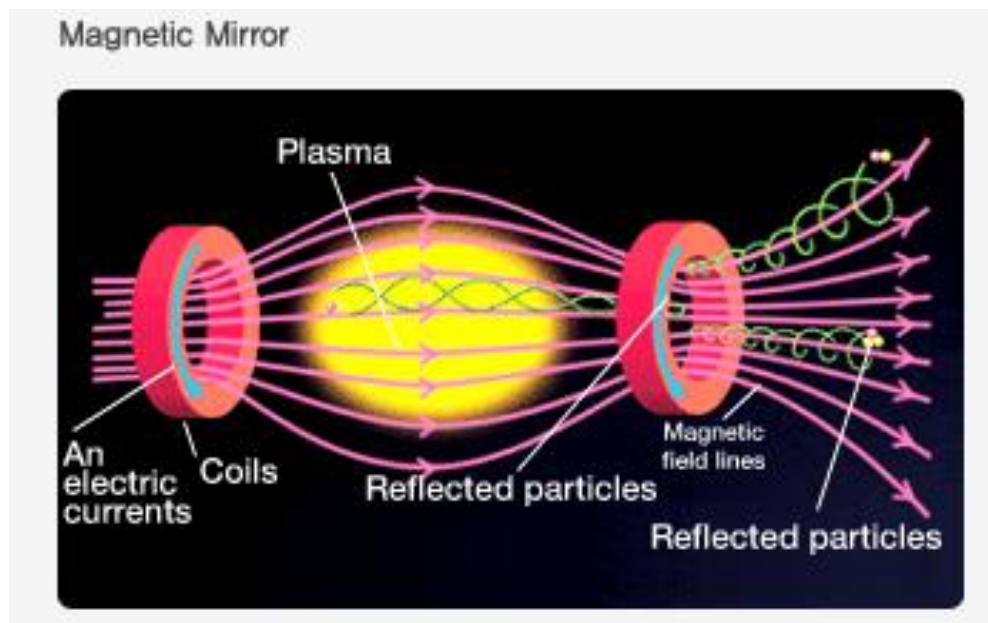
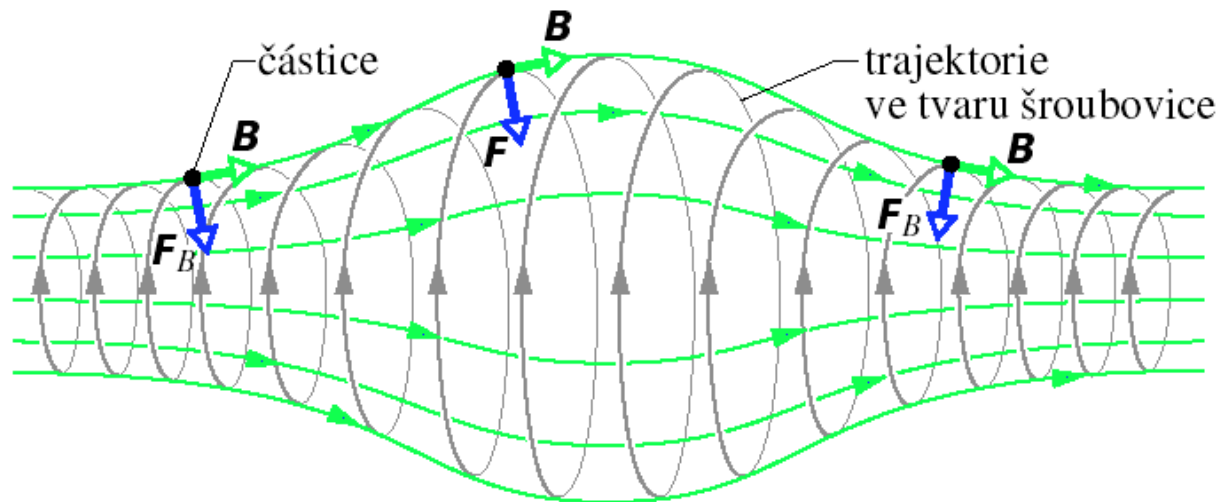
$$\omega_c = \frac{QB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi m}{QB}$$

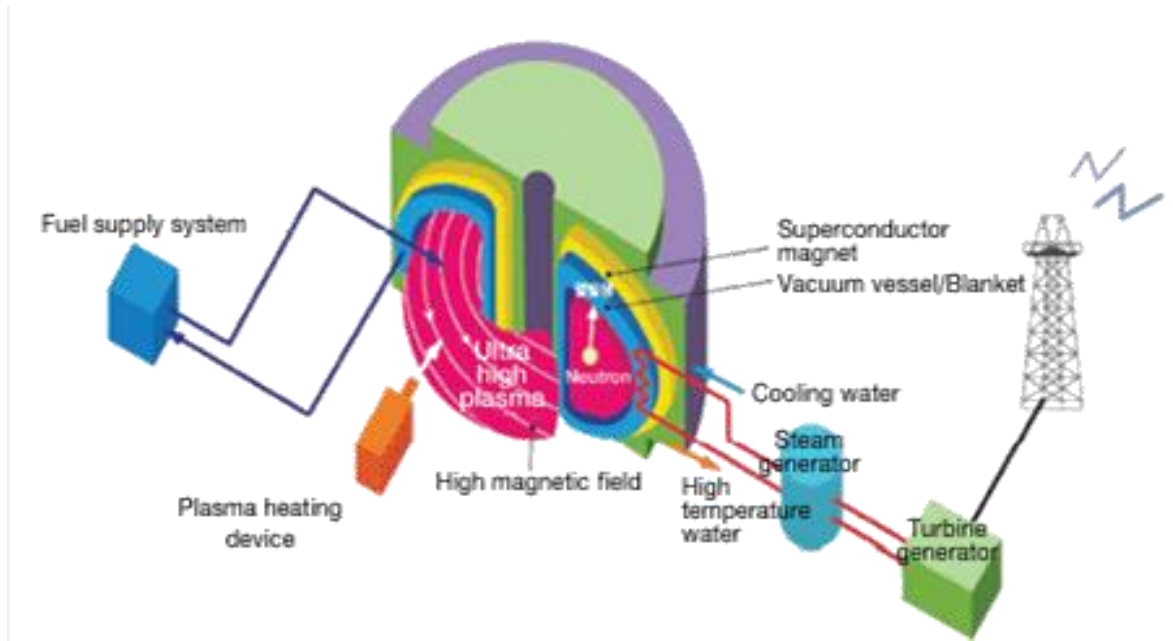


$$p = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{QB}$$

magnetické zrcadlo a past

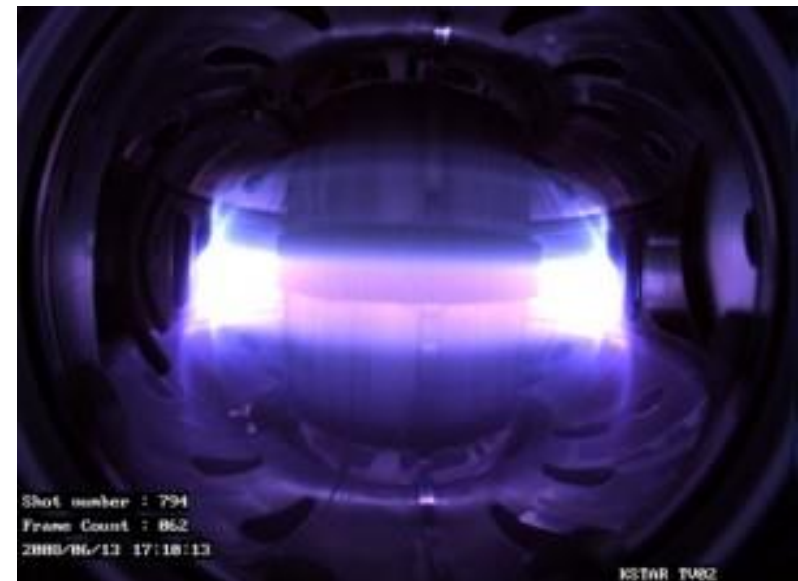


tokamak



např. ITER:

- 830 m³ plazmatu o teplotě 150 000 000 °C
- uzavřeno v magnetickém poli 11,8 T
- <http://www.iter.org>



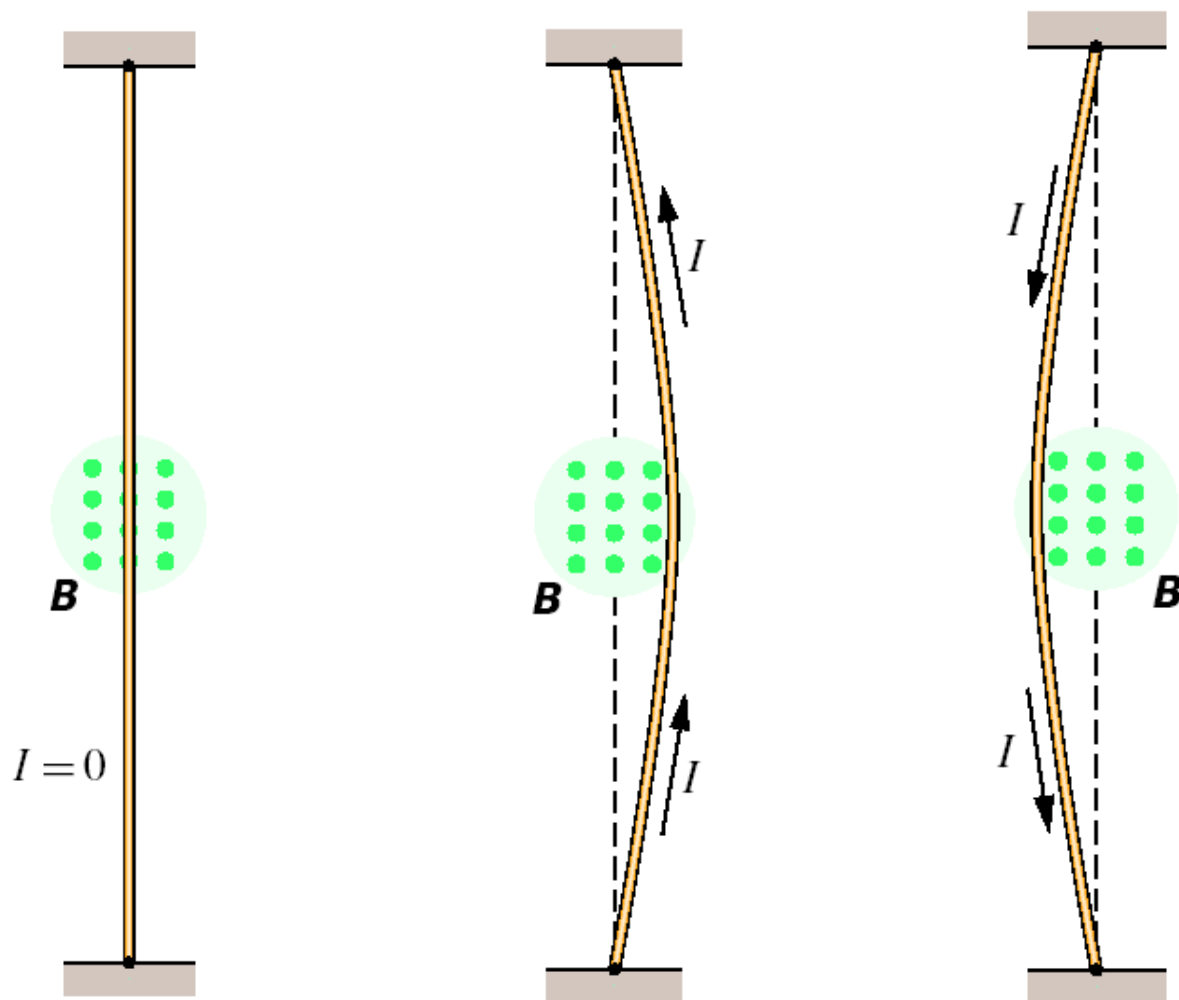
vnitřní sluneční korona



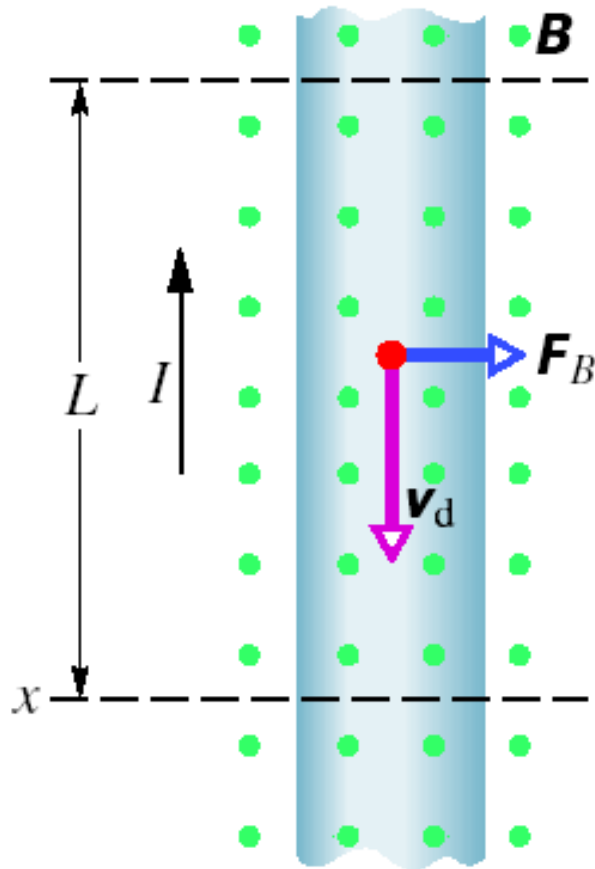
magnetické pole Země



Ampérová síla



Ampérová síla



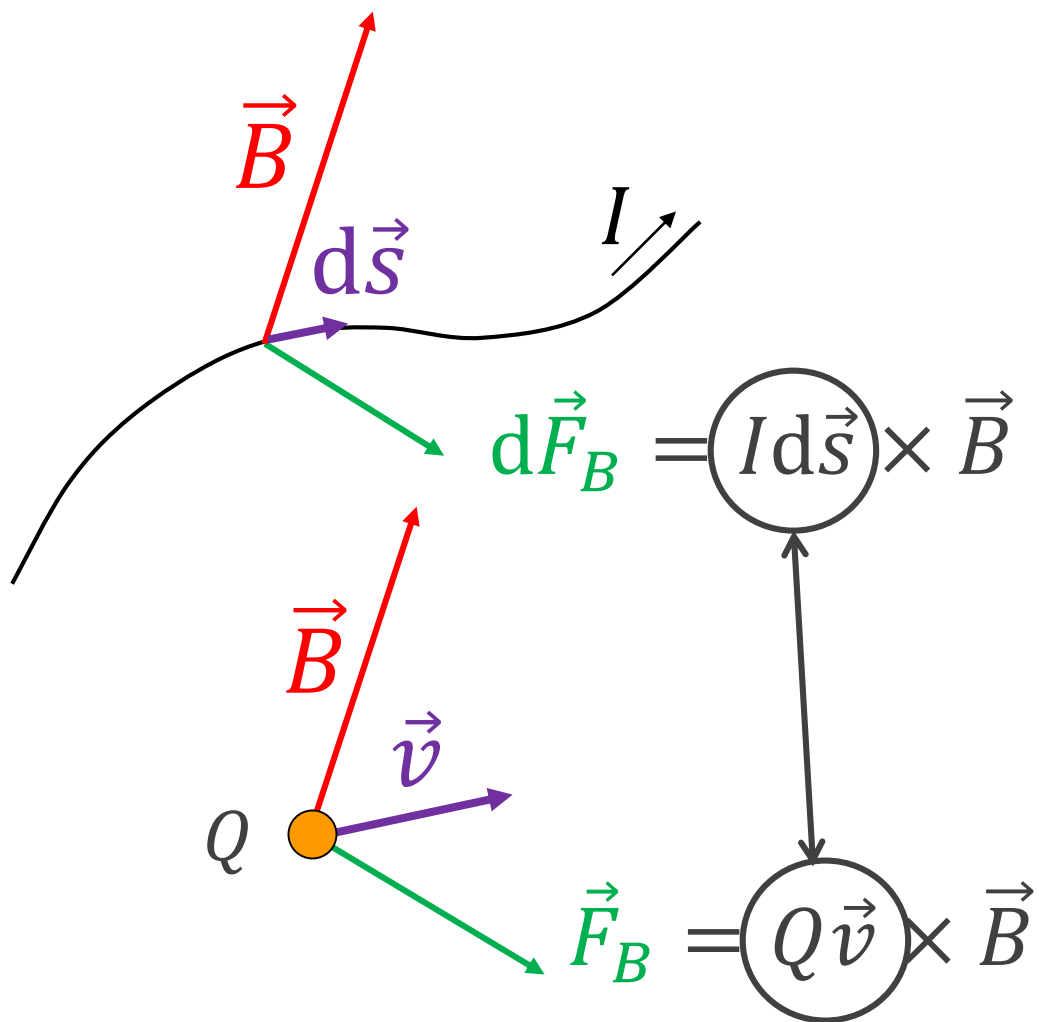
$$\vec{F}_B = Q(\vec{v}_d \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_B = \frac{-IL}{v_d} (\vec{v}_d \times \vec{B})$$

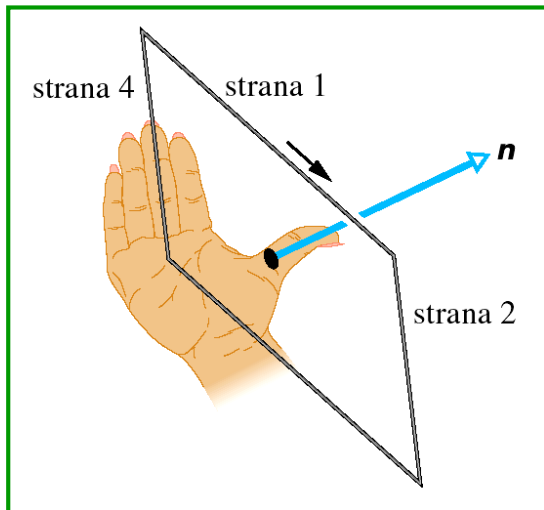
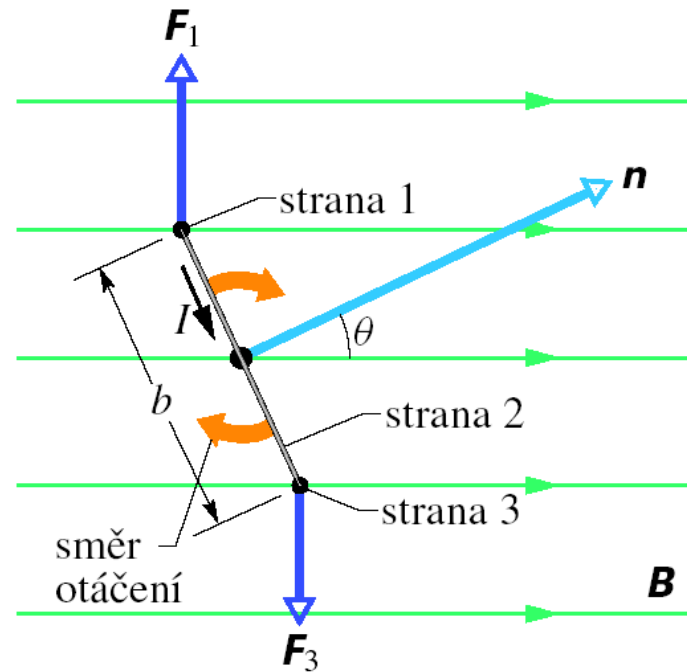
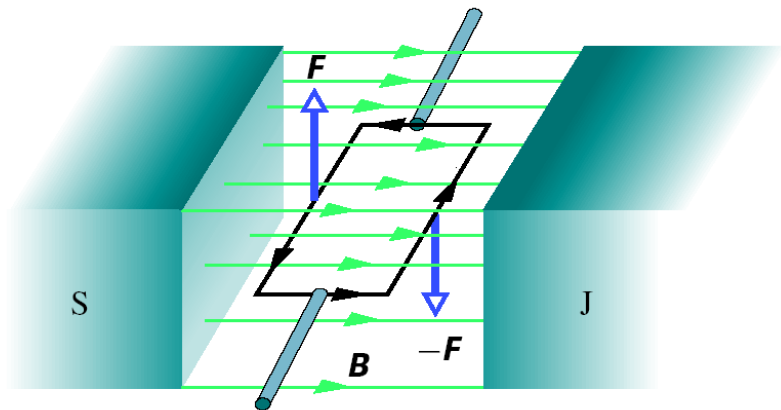
$$\vec{F}_B = I \left(L \frac{-\vec{v}_d}{v_d} \times \vec{B} \right)$$

$$\vec{F}_B = I(\vec{L} \times \vec{B})$$

náboj a element proudovodiče



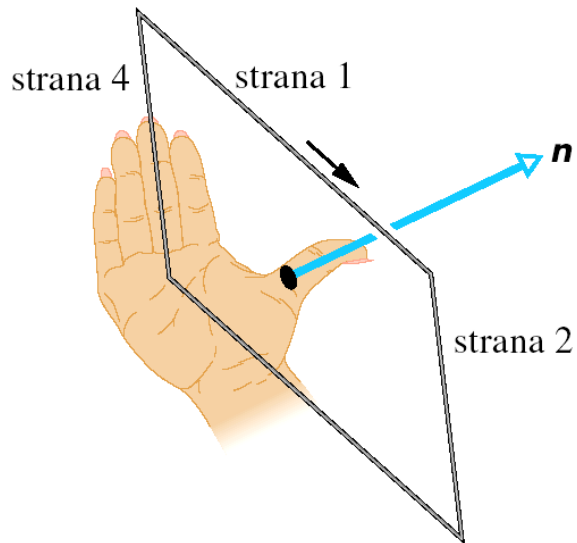
proudová smyčka v mag. poli



$$M = I(ab)B \sin \theta$$

$$\vec{M} = IS\vec{n} \times \vec{B} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

magnetický dipól



magnetický dipólový moment

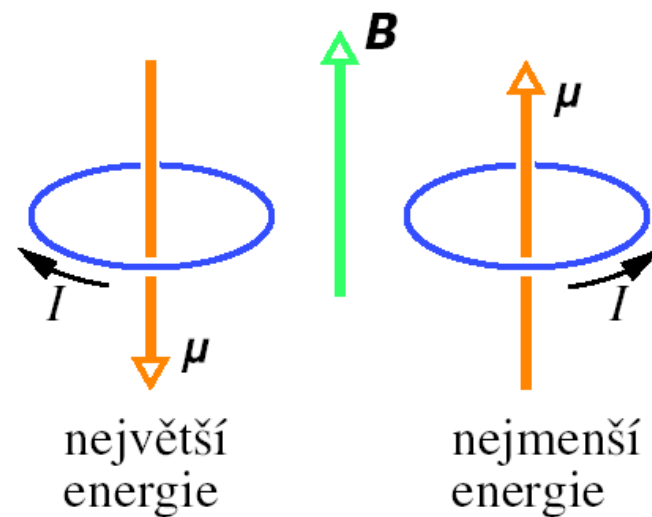
$$\vec{\mu} = NIS\vec{n}$$

moment síly působící na dipól

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

potenciální energie dipólu

$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



nukleární magnetická rezonance



- v silném magnetickém poli (několik T) se energiové hladiny atomového jádra štěpí úměrně velikosti pole ($\Delta E_p = 2\mu B$)
- velikost rozštěpení ΔE_p pak odpovídá absorpci elektromagnetického vlnění určité frekvence (60-1000 MHz)
- pro zobrazování s prostorovým rozlišením se používají magnetická pole s prostorovým gradientem

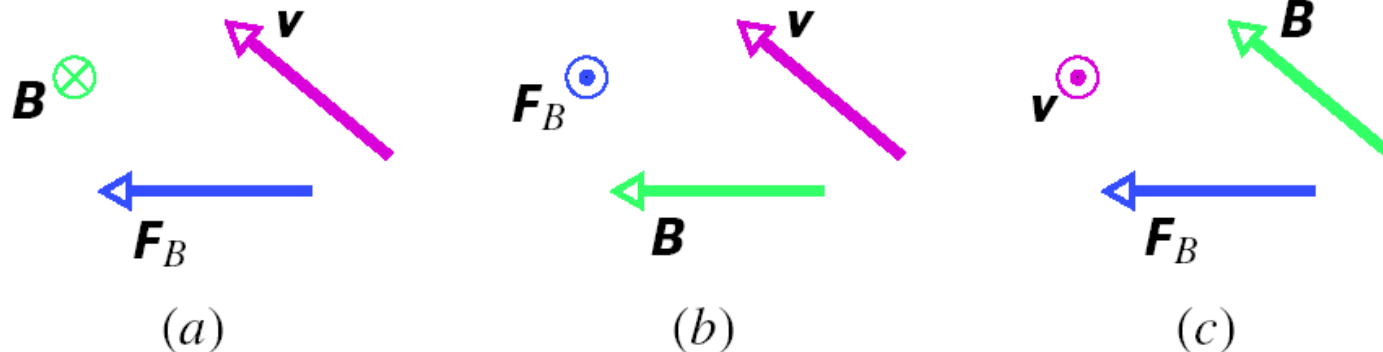
příklady mag. dipólových momentů

Tabulka 29.2 Některé magnetické dipólové momenty

Malý tyčový magnet	$5 \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Země	$8,0\cdot 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Proton	$1,4\cdot 10^{-26} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Elektron	$9,3\cdot 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2$

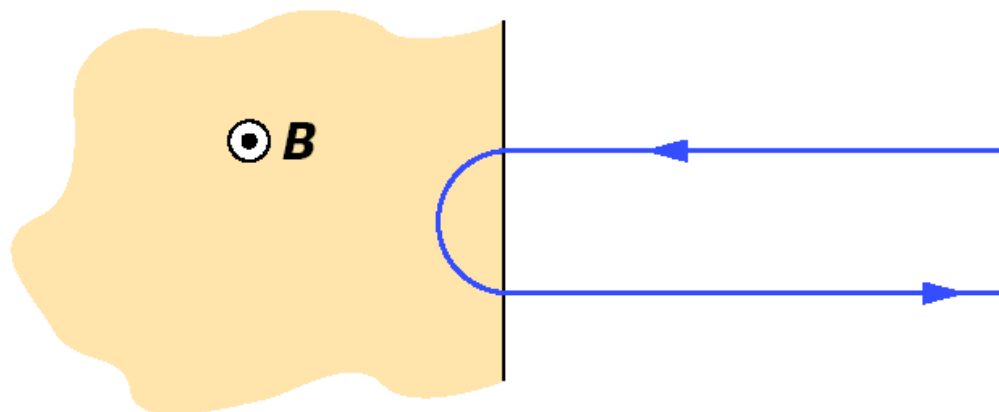
OTÁZKY

3. Na obr. 29.28 jsou ukázány tři různé situace, ve kterých se kladná částice pohybuje rychlostí \mathbf{v} v homogenním magnetickém poli o indukci \mathbf{B} a působí na ni magnetická síla \mathbf{F}_B . Pro každou situaci určete, zda orientace vektorů jsou z fyzikálního hlediska správně zakresleny.



Obr. 29.28 Otázka 3

9. Na obr. 29.32 je znázorněna situace, kdy nabitá částice vlétá s rychlostí o velikosti v_0 do homogenního magnetického pole o indukci \mathbf{B} , pohybuje se v něm po půlkružnici po dobu T_0 a poté je opustí. (a) Má částice kladný, nebo záporný náboj? (b) Je konečná velikost rychlosti částice větší, menší, nebo rovna v_0 ? (c) Jestliže počáteční rychlost bude $0,5v_0$, bude doba, po kterou se částice pohybuje v magnetickém poli, větší, menší, nebo rovna T_0 ? (d) Bude trajektorie částice opět půlkružnice?



Obr. 29.32 Otázka 9

zdroje magnetického pole



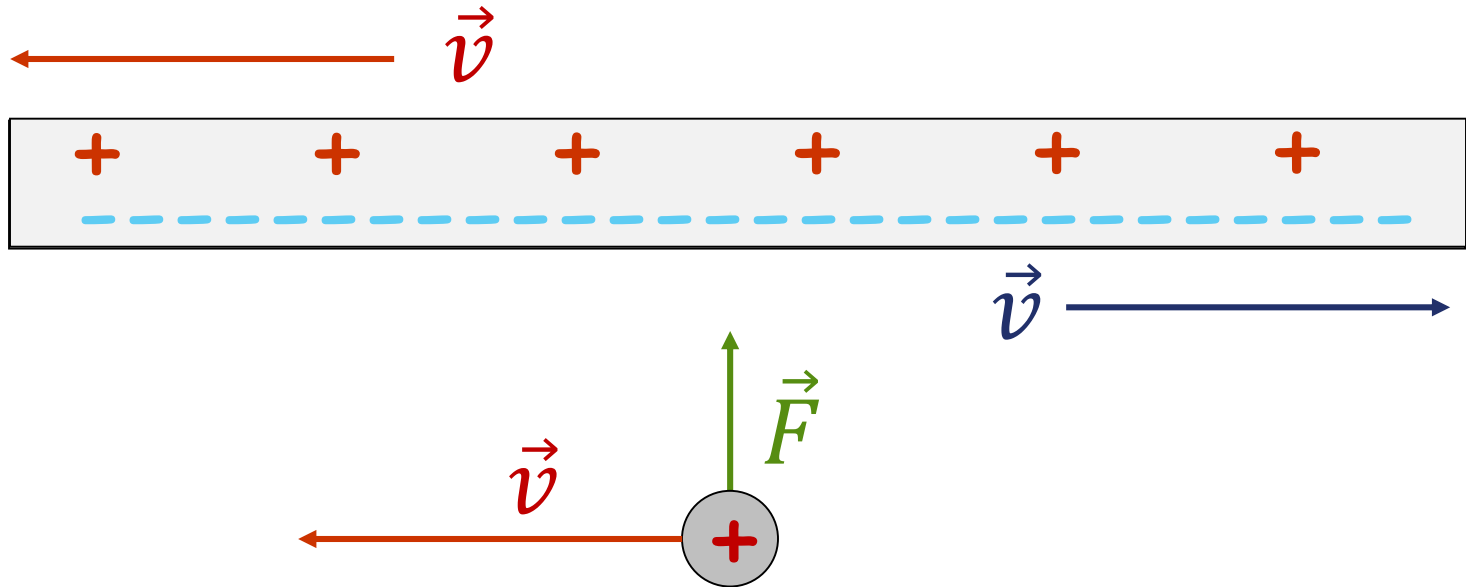
elektřina, magnetismus a relativita

při pohybu:

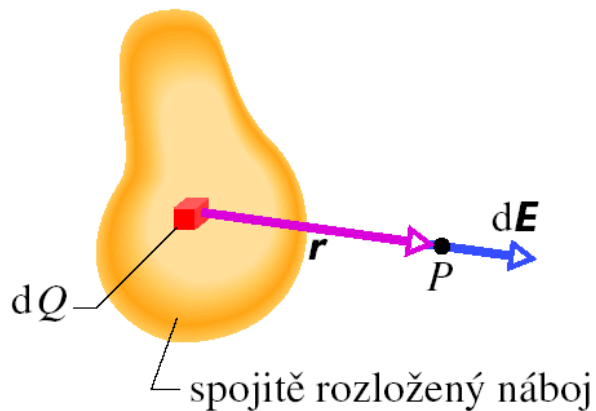
- velikost náboje se nemění
- síla je určena intenzitou
- vzdálenosti se zkracují

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



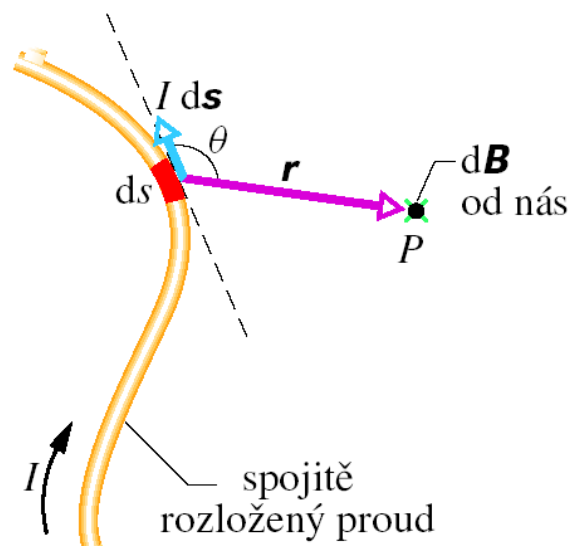
pole elektrického proudu



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^3} \vec{r}$$

Coulombův zákon

$$\mu_0 \epsilon_0 = c^{-2}$$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biotův – Savartův zákon

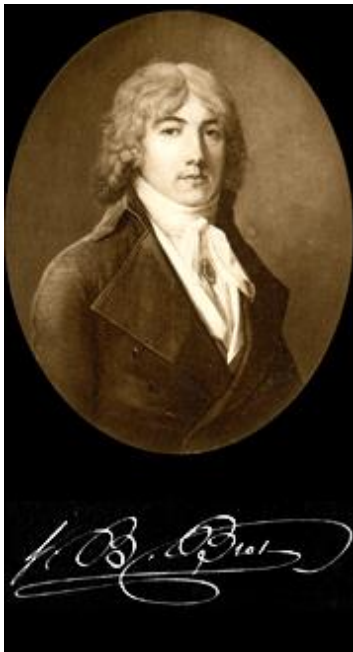
permeabilita vakua:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

vlastnosti pole

princip superpozice:

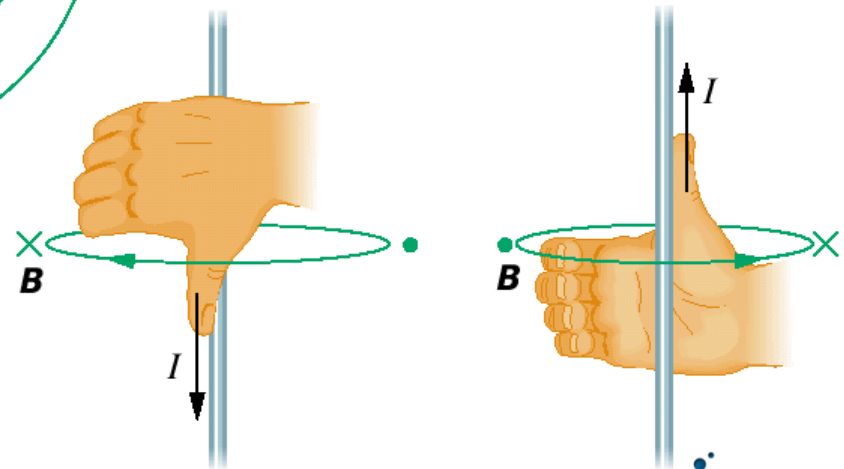
$$\vec{B} = \sum_{i=1}^p \vec{B}_i$$



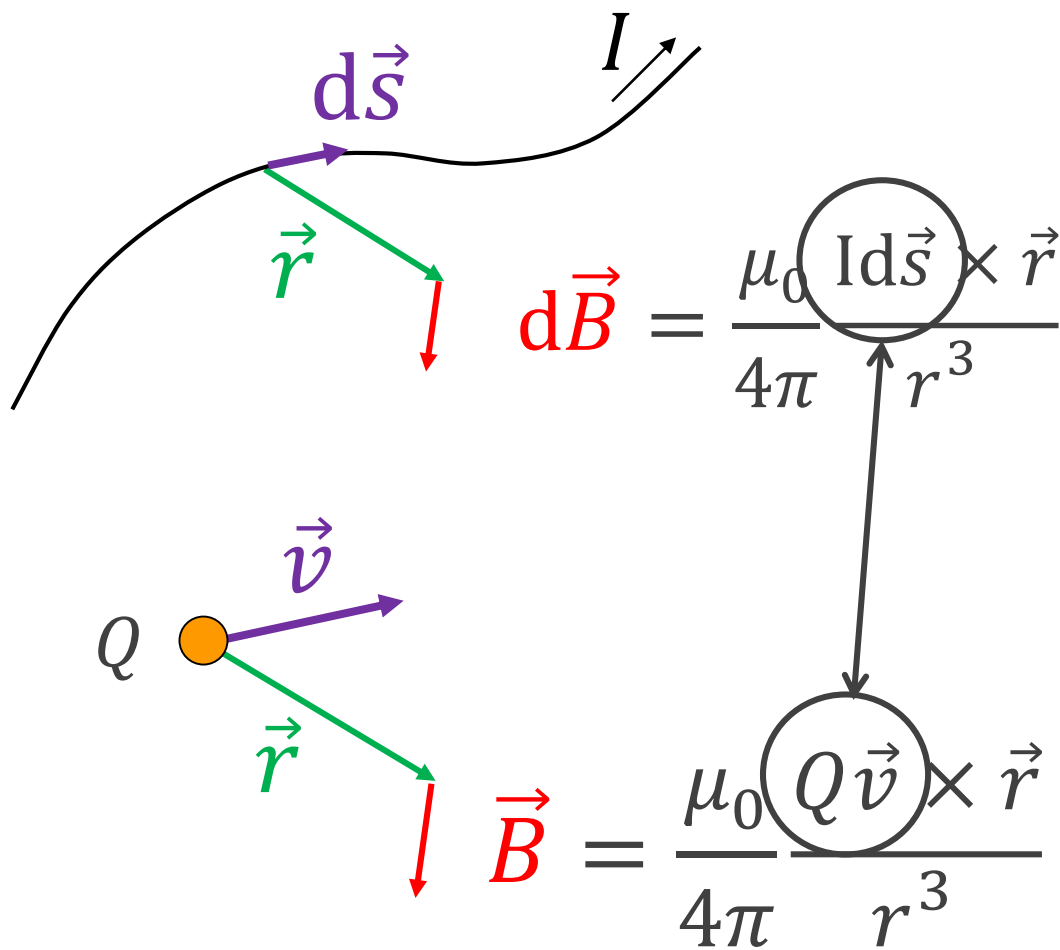
Jean-Baptiste
Biot
1774 - 1862



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$



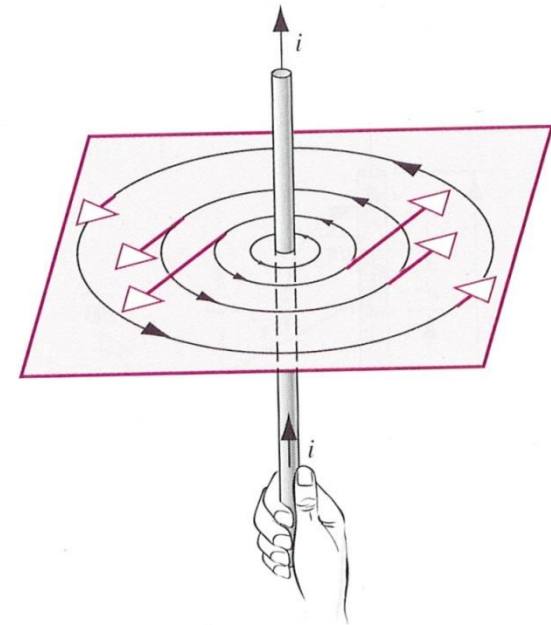
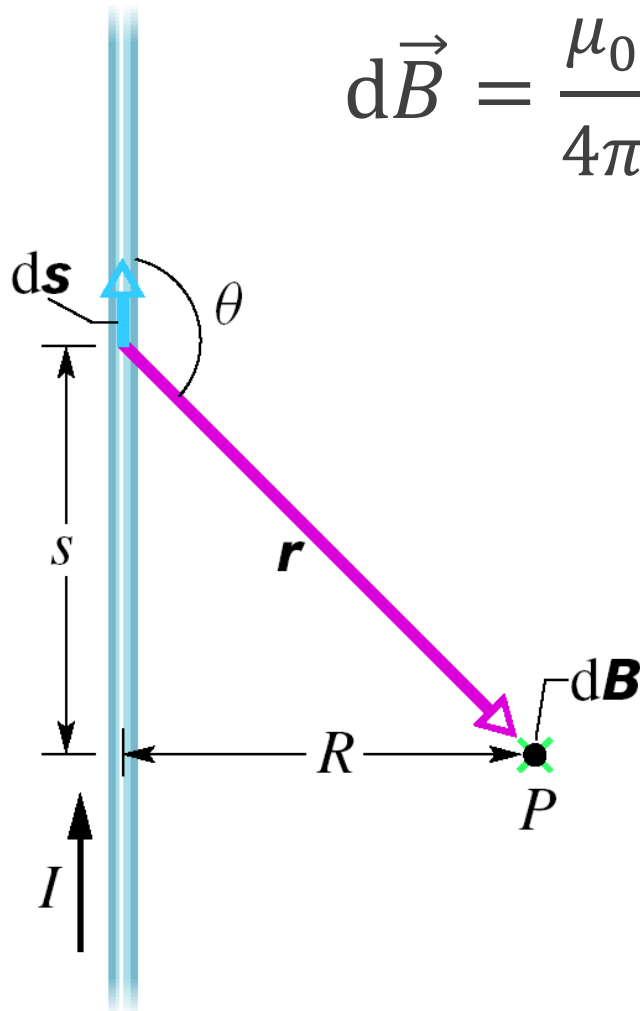
náboj v pohybu



pole dlouhého přímého vodiče

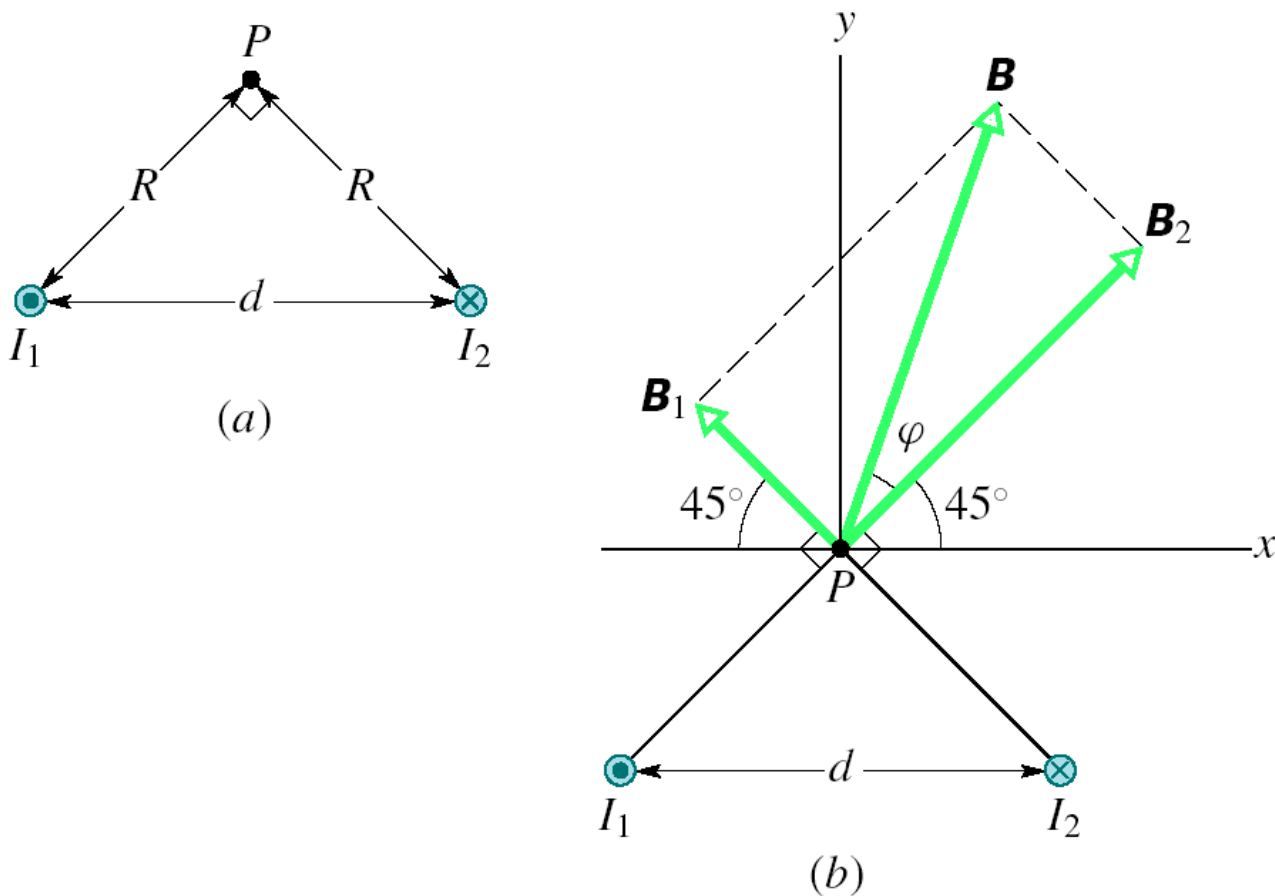
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

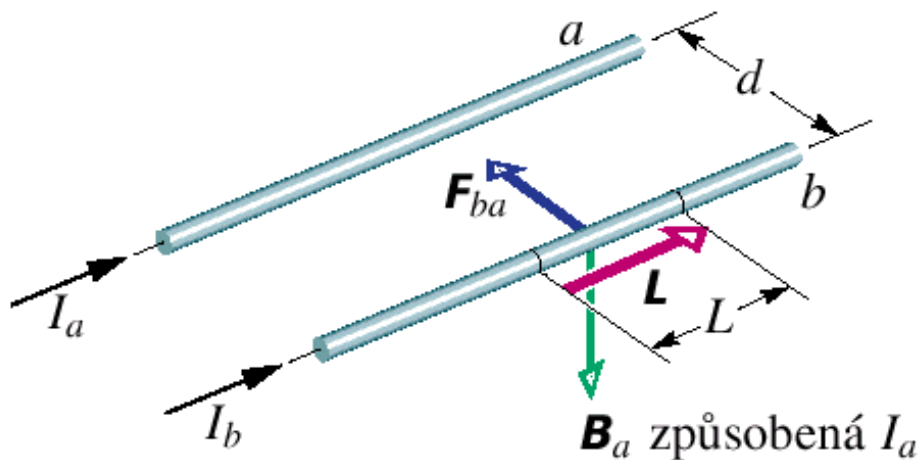


PŘÍKLAD 30.3

Na obr. 30.11a jsou dva dlouhé rovnoběžné vodiče, jimiž protékají elektrické proudy I_1 a I_2 v opačných směrech. Určete velikost a směr výsledné magnetické indukce v bodě P . Dosaďte číselné hodnoty $I_1 = 15\text{ A}$, $I_2 = 32\text{ A}$ a $d = 5,3\text{ cm}$.



dva dlouhé přímé vodiče



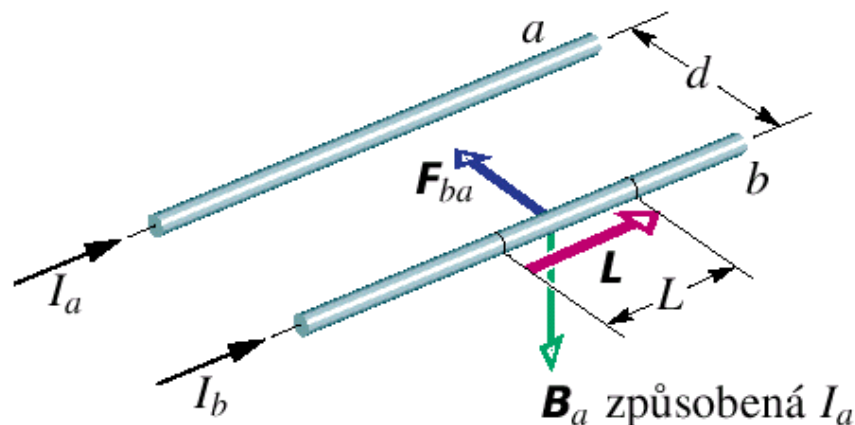
$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

$$\vec{F}_{ba} = I_b (\vec{L} \times \vec{B}_a)$$

$$F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}$$

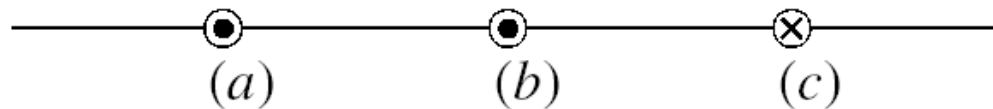
definice ampéru

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}$$

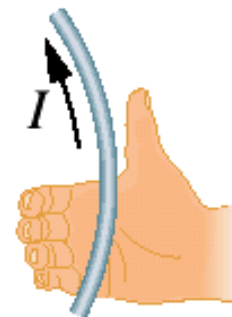
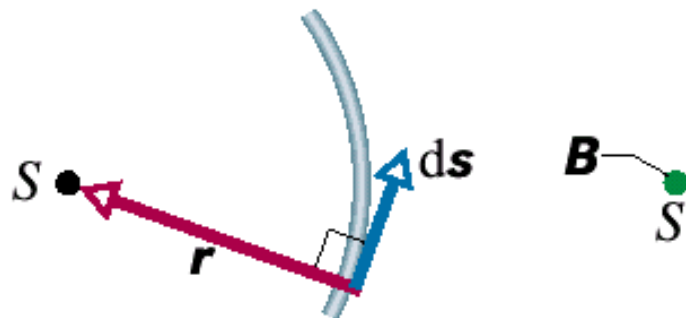
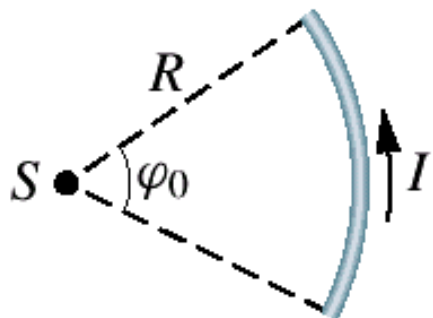


1 ampér je velikost stálého elektrického proudu ($I_a = I_b$), který při průtoku dvěma přímými rovnoběžnými velmi dlouhými vodiči zanedbatelného průřezu vzdálenými $d = 1\text{m}$, vyvolá sílu $F_{ab} = 2 \cdot 10^{-7}\text{N}$ působící na $L = 1\text{m}$ jejich délky.

KONTROLA 2: Na obrázku jsou tři dlouhé, přímé, navzájem rovnoběžné vodiče, kterými protéká stejný proud. Vodič *b* leží uprostřed mezi vodiči *a* a *c* (obrázek). Směr elektrického proudu je vyznačen křížkem a tečkami. Seřadte vodiče sestupně podle velikosti síly, kterou na každý z nich působí ostatní dva vodiče.



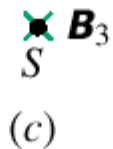
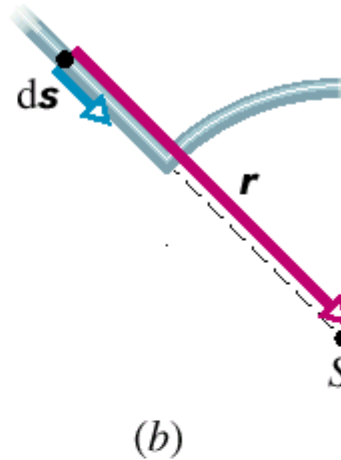
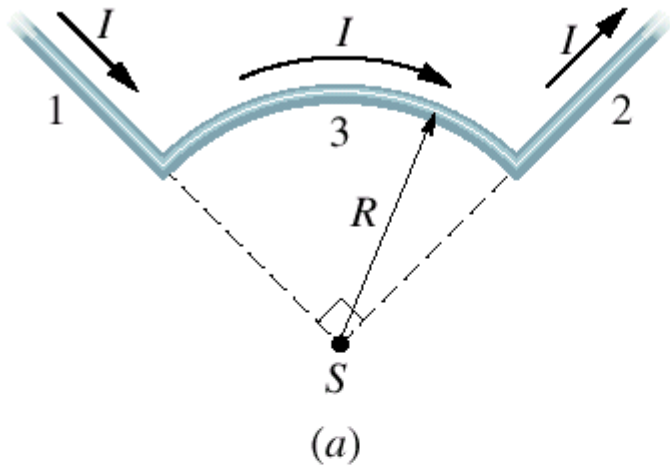
pole kruhového oblouku



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

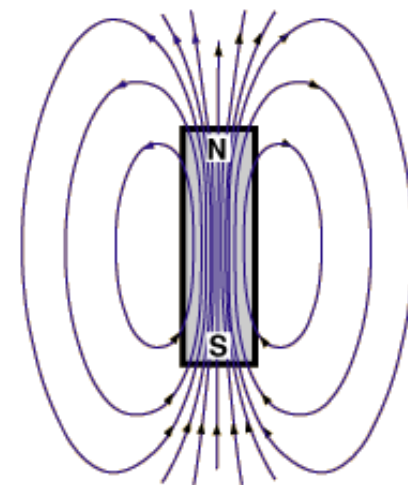
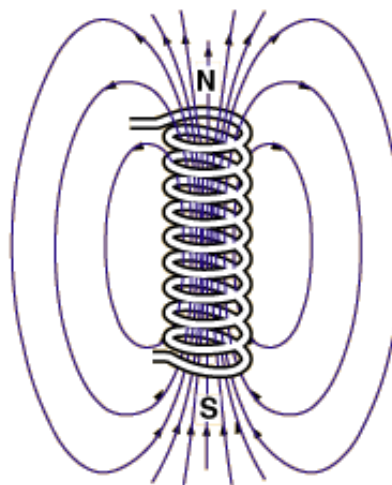
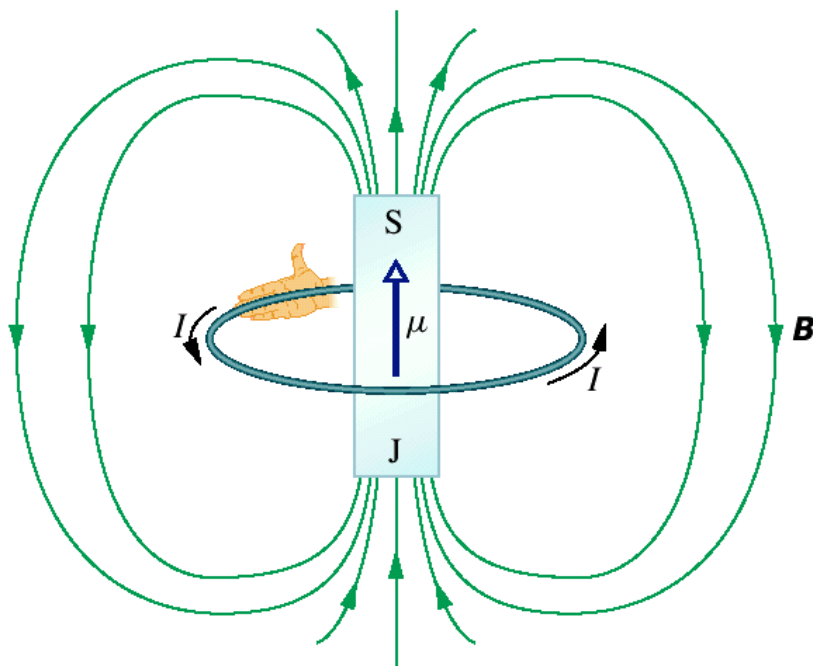
$$B = \frac{\mu_0 I \varphi_0}{4\pi R}$$

pole kruhového oblouku



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

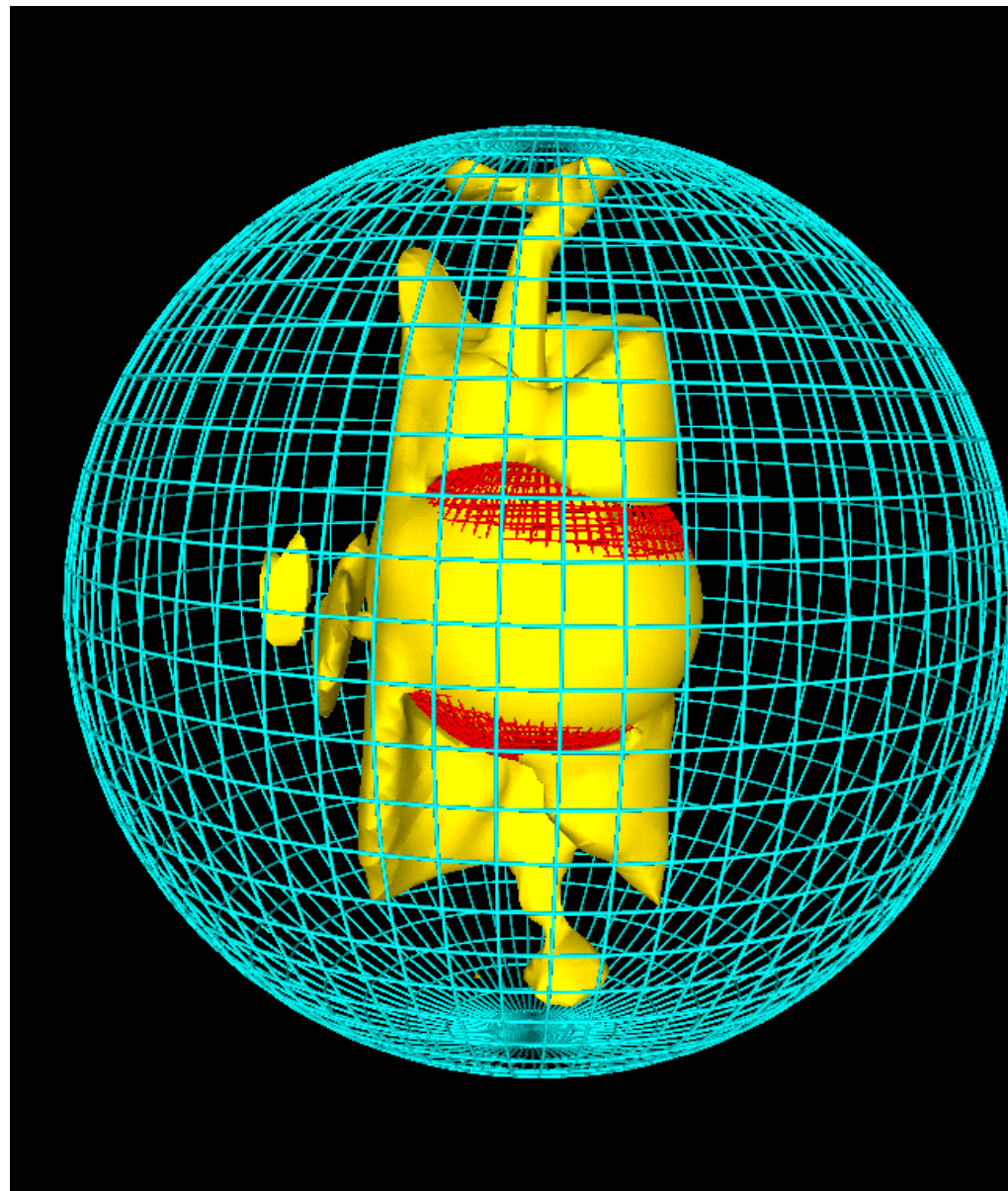
pole magnetického dipólu



$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3} \quad (\text{pole na ose cívky}).$$

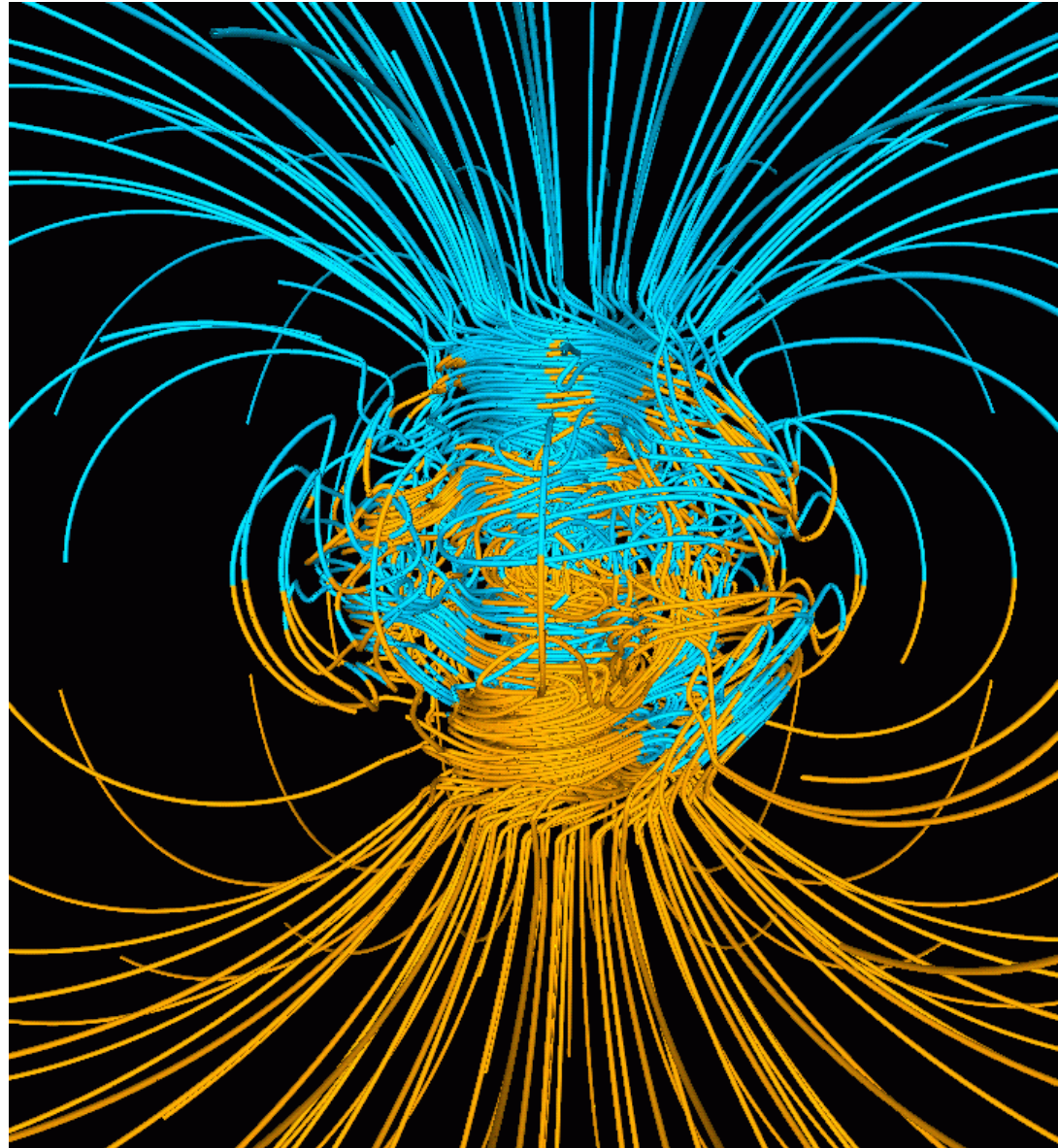
magnetické pole Země

A snapshot of the region (yellow) where the fluid flow is the greatest. The core-mantle boundary is the blue mesh; the inner core boundary is the red mesh. Large zonal flows (eastward near the inner core and westward near the mantle) exist on an imaginary "tangent cylinder" due to the effects of large rotation, small fluid viscosity, and the presence of the solid inner core within spherical shell of the outer fluid core.



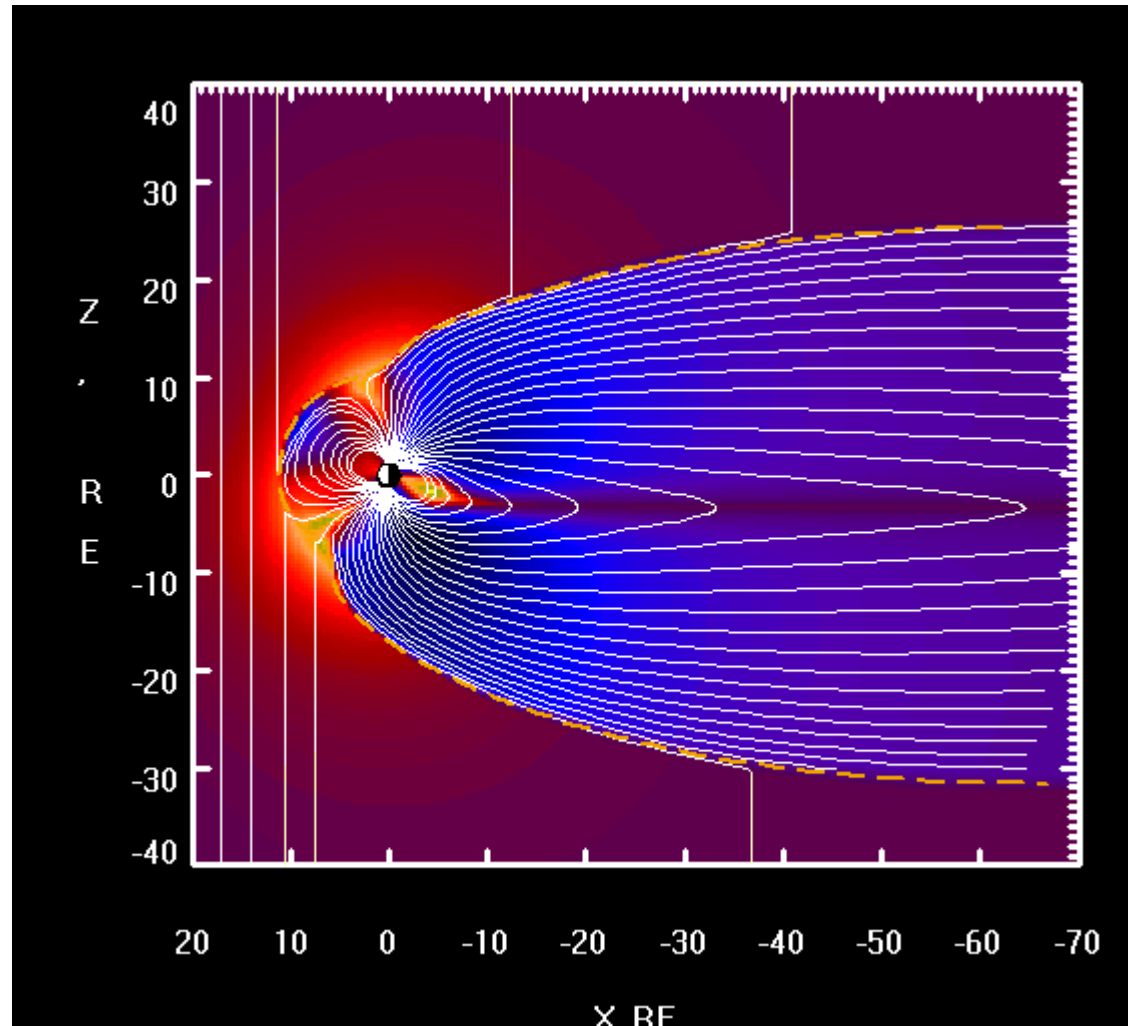
magnetické pole Země

A snapshot of the 3D magnetic field structure simulated with the Glatzmaier-Roberts geodynamo model. Magnetic field lines are blue where the field is directed inward and yellow where directed outward. The rotation axis of the model Earth is vertical and through the center. A transition occurs at the core-mantle boundary from the intense, complicated field structure in the fluid core, where the field is generated, to the smooth, potential field structure outside the core. The field lines are drawn out to two Earth radii. Magnetic field is rapped around the "tangent cylinder" due to the shear of the zonal fluid flow.



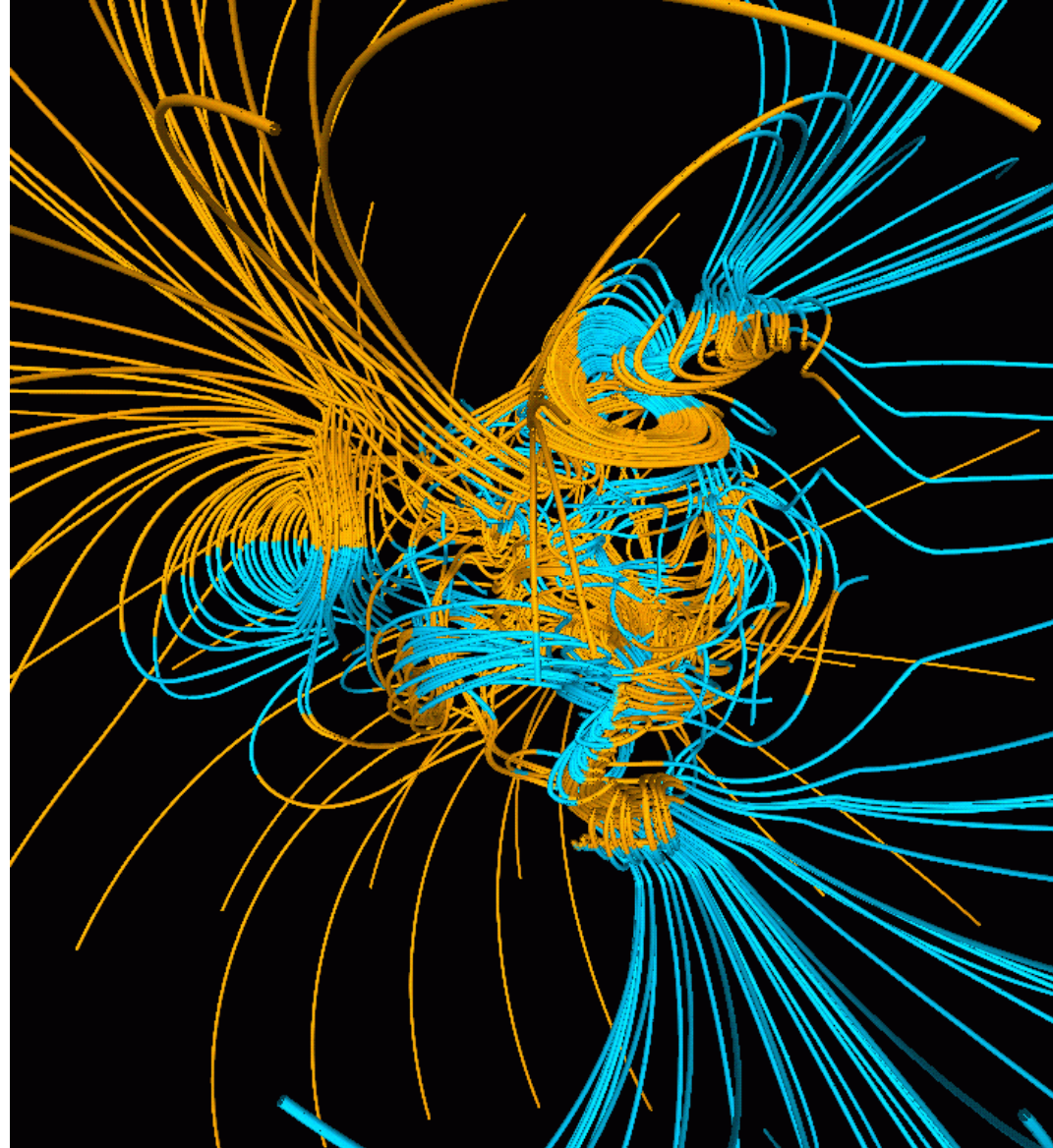
magnetické pole Země

Simulation of the interaction between Earth's magnetic field and the interplanetary magnetic field. The magnetosphere is compressed on the day (Sun) side due to the force of the arriving particles, and extended on the night side. (wikipedia)



magnetické pole Země

The middle of a
magnetic dipole
reversal.



Ampérův zákon

Elektrické pole

Coulombův zákon

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^3} \vec{r}$$

Gaussův zákon

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

(tok)

Magnetické pole

Biotův – Savartův zákon

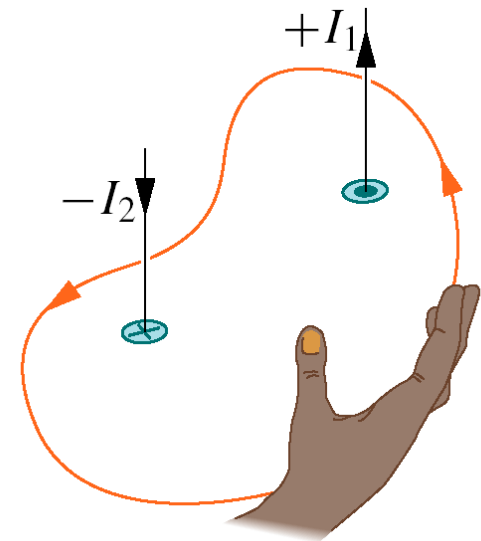
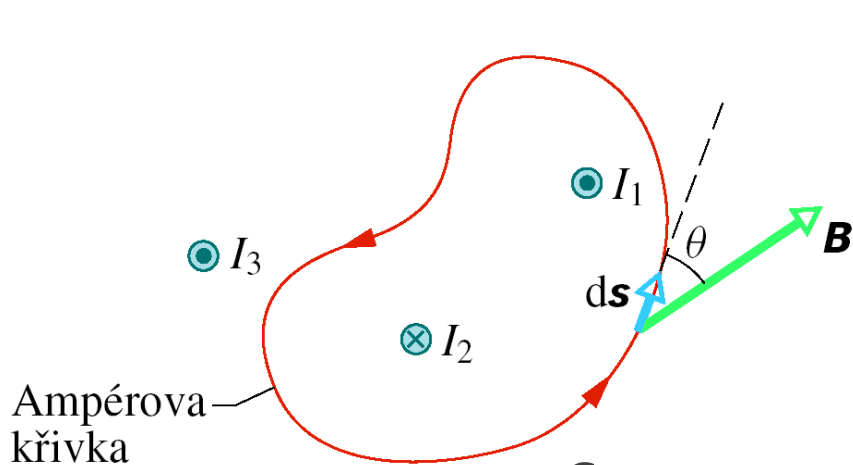
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

Ampérův zákon

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

(cirkulace)

výpočet podle Ampérova zákona

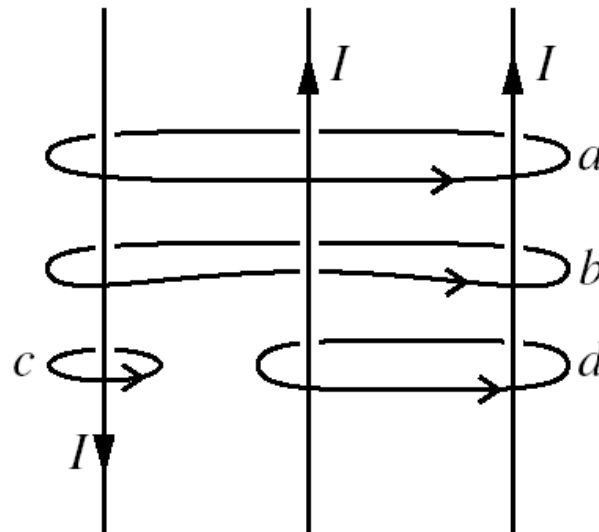


$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$

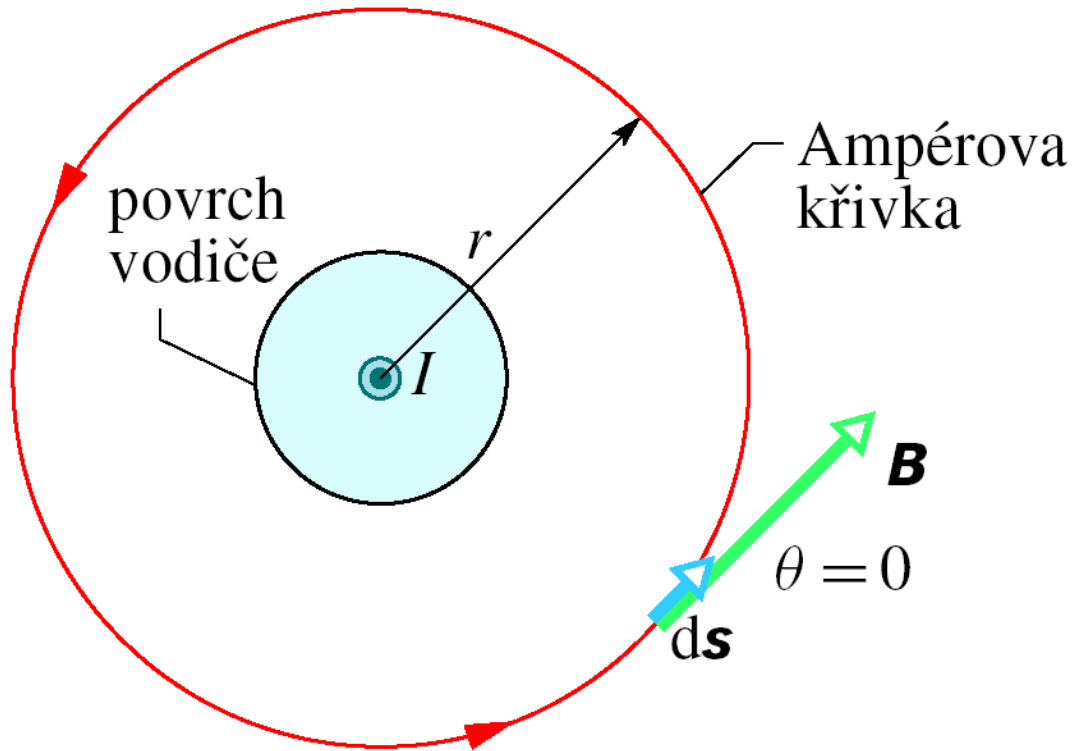
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos \theta ds$$

$$I_c = I_1 - I_2$$

KONTROLA 3: Na obrázku jsou tři rovnoběžné vodiče se stejně velkými proudy I a čtyři Ampérové křivky. Seřadte křivky sestupně podle velikosti $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél každé z nich.



dlouhý přímý vodič – pole vně

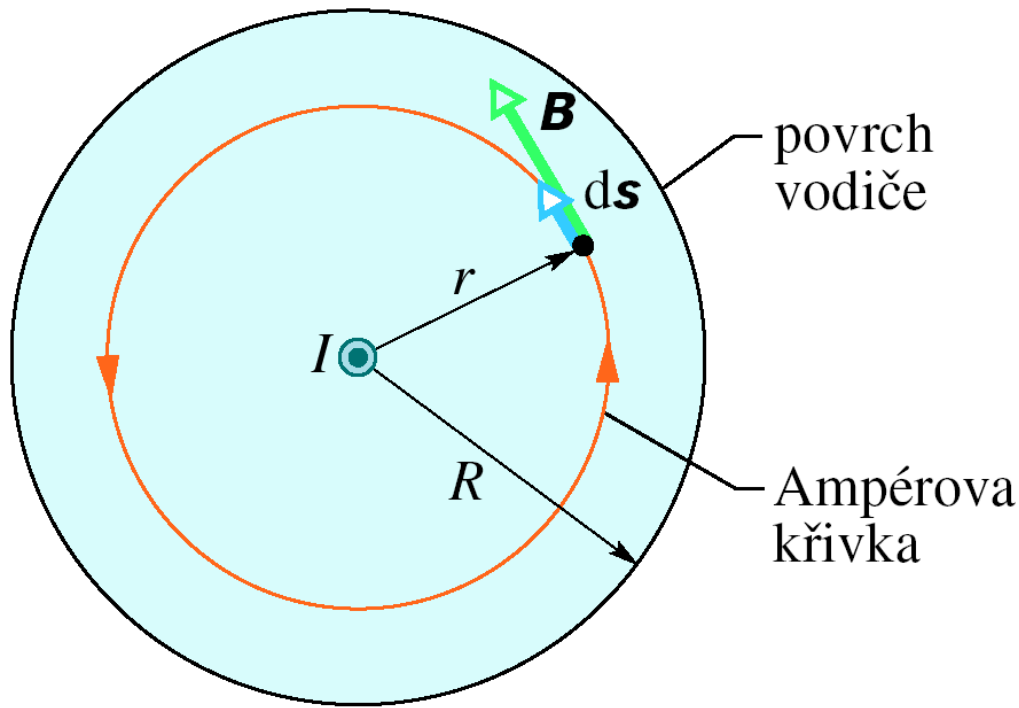


$$B(2\pi r) \quad \mu_0 I$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

dlouhý přímý vodič – pole uvnitř

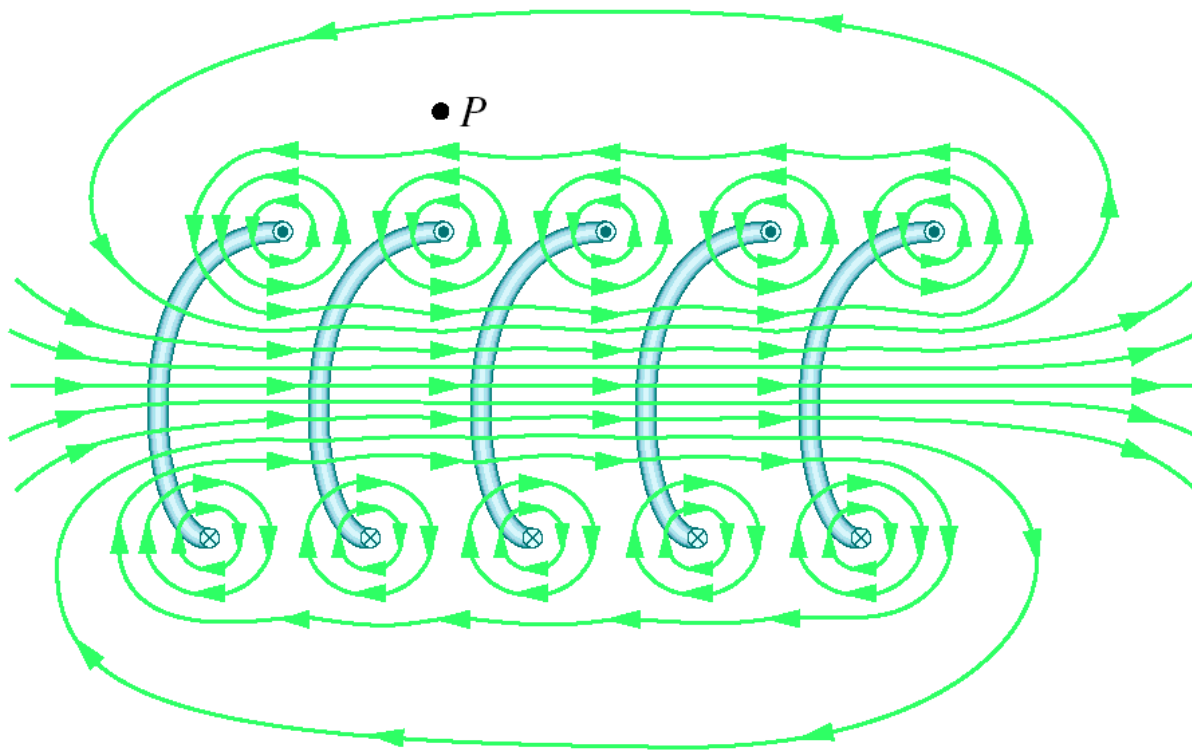
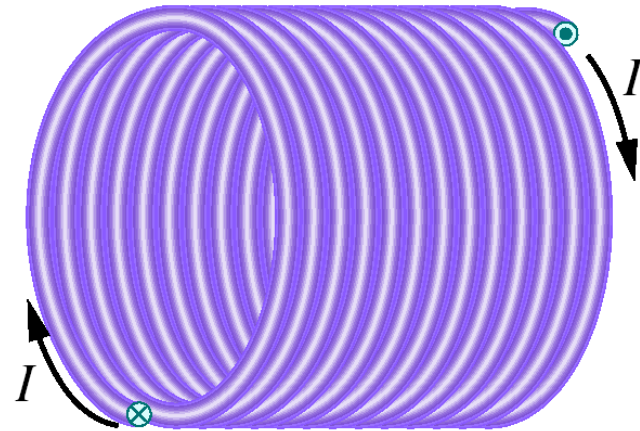


$$B(2\pi r) \quad I_c = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$

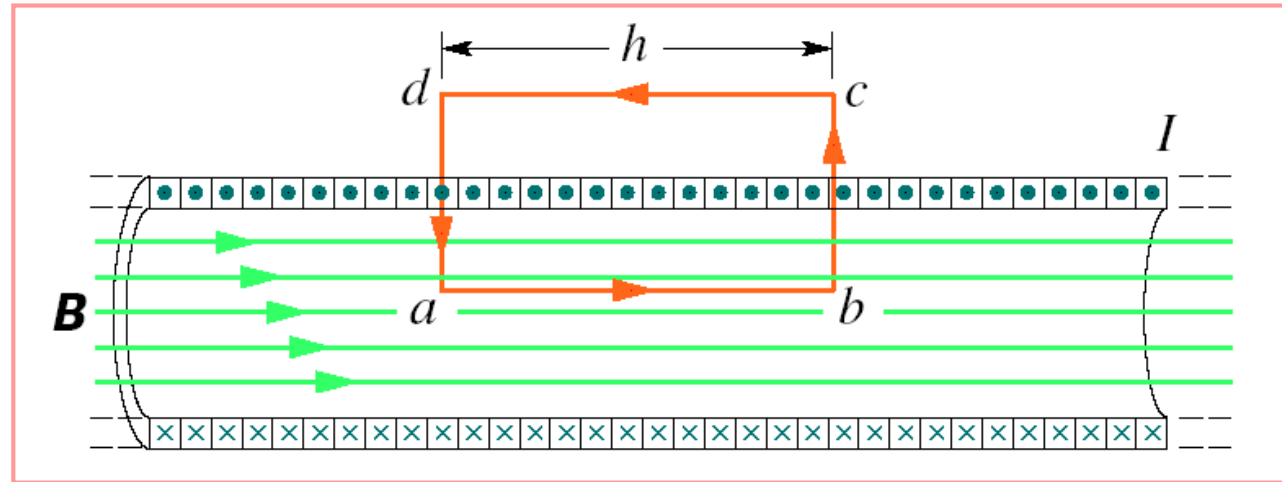
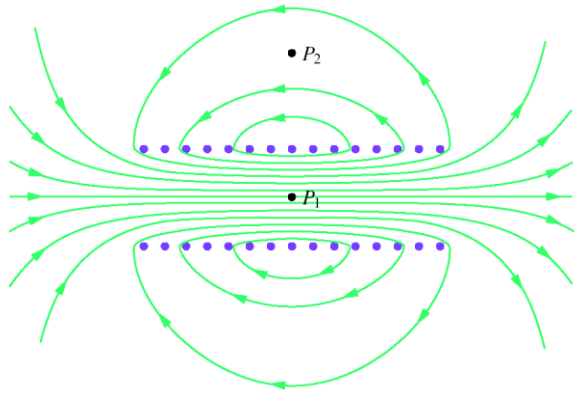
$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r.$$

solenoid



solenoid

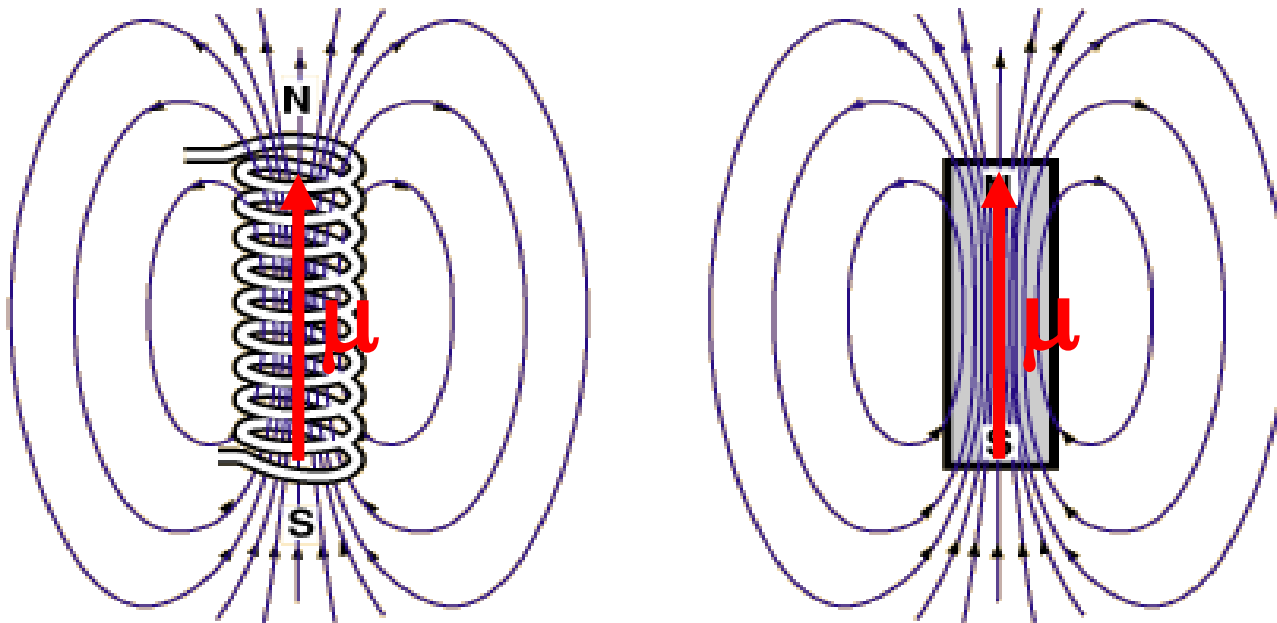
solenoid - aproximace



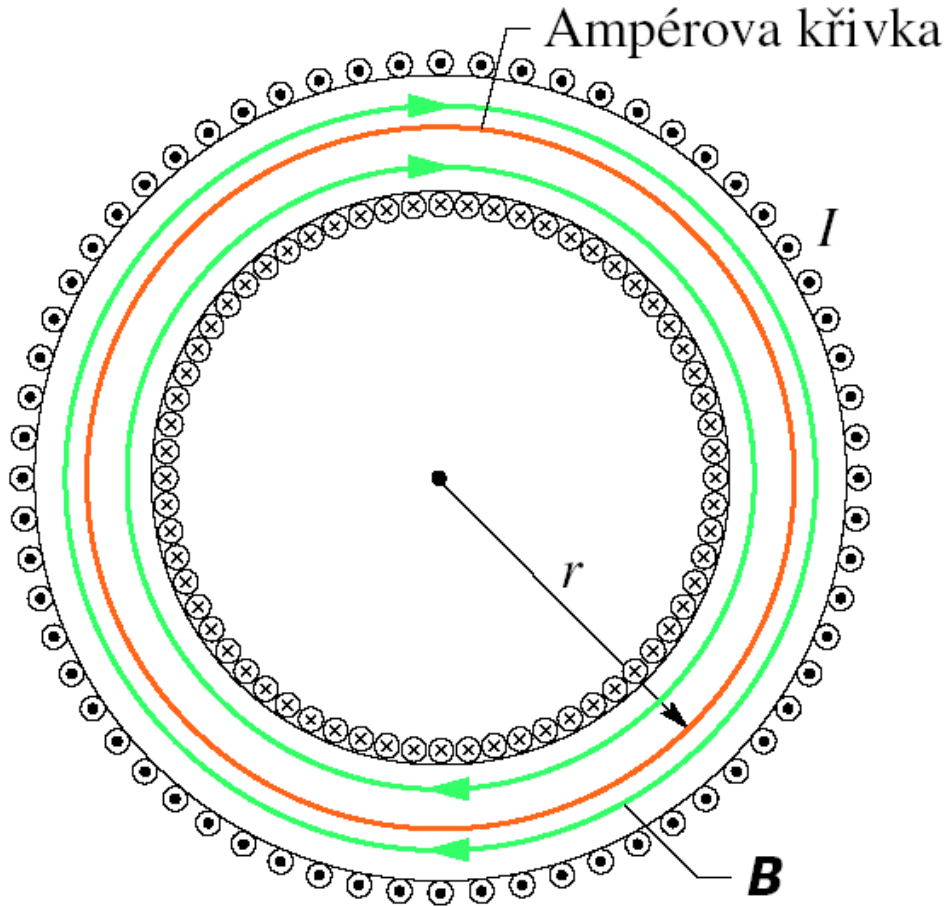
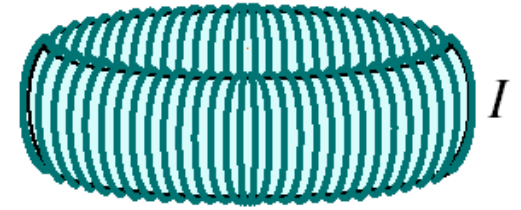
$$Bh \rightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \leftarrow I(nh)$$

$$B = \mu_0 I n$$

pole solenoidu a tyčového magnetu



pole toroidu



$$B(2\pi r) \quad \mu_0 I N$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi} \frac{1}{r}$$

Poissonova rovnice

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gaussova-
Ostrogradského věta $\rightarrow \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\rightarrow \operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

$$\rightarrow \vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$$

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Stokesova věta $\rightarrow \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\rightarrow \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\rightarrow \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

$$(\operatorname{div} \vec{A} = 0)$$

integrální vztahy pro potenciály

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \iff \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

a současně platí:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{\rho dV}{r}$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu_0 \vec{J} \iff \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} \right) = -\mu_0 \vec{J}$$

($\operatorname{div} \vec{A} = 0$) (po souřadnicích)



$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J} dV}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}}{r}$$

Aharonův-Bohmův jev

Schrödingerova rovnice pro nabitou částici (q):

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \nabla - q\vec{A}(\vec{r}, t) \right)^2 \psi + qV(\vec{r}, t)\psi.$$

A. Tonomura *et al*: Phys Rev Lett 56 (1986) p.792. V elektronově holografické sestavě jeden ze svazků procházel stíněným supravodivým toroidním magnetem, tj. prakticky žádné magnetické pole nebylo mimo toroid. Přesto byl svazek elektronů polem (fázově) ovlivněn.

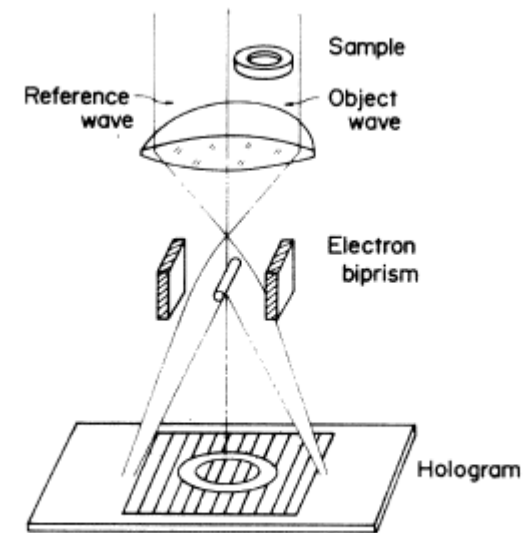


FIG. 3. Electron-optical system for hologram formation.

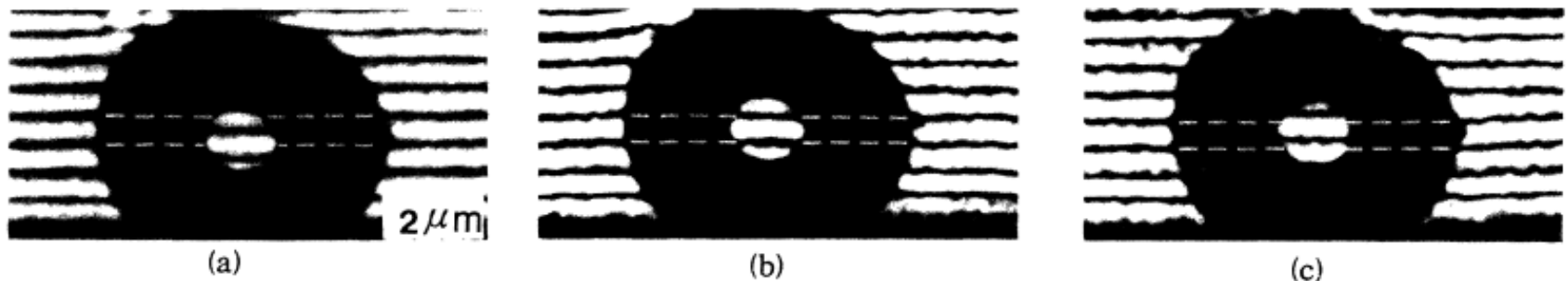
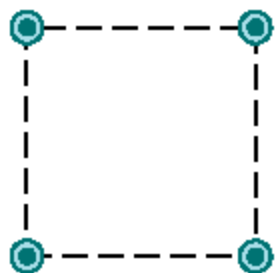


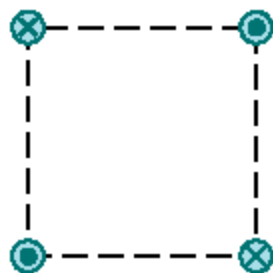
FIG. 6. Interference micrographs of a toroidal magnet at low temperatures. (a) $T = 4.5$ K (phase amplification, $1\times$); (b) $T = 4.5$ K (phase amplification, $2\times$); (c) $T = 15$ K (phase amplification, $2\times$). The enclosed flux is quantized in units of $h/2e$ when $T < T_c$ ($= 9.2$ K). The number of fluxons is odd.

OTÁZKY

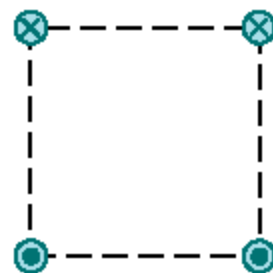
1. Na obr. 30.24 jsou 4 různá uspořádání dlouhých přímých vodičů kolmých k rovině obrázku, jimiž protékají stejně velké, ale různě orientované elektrické proudy. Vodiče procházejí vrcholy stejně velkých čtverců. Seřadte tato uspořádání sestupně podle velikosti výsledné magnetické indukce ve středu každého ze čtverců.



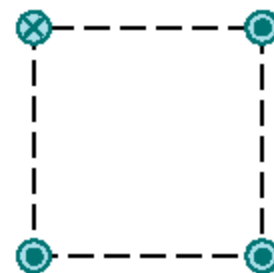
(a)



(b)

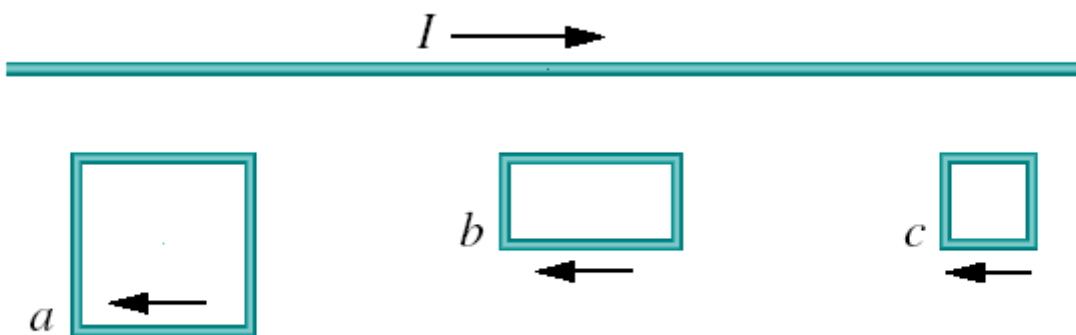


(c)



(d)

10. Na obr. 30.33 je dlouhý přímý vodič, kterým protéká elektrický proud I směrem doprava. Vedle něho se nacházejí tři vodivé pravoúhlé smyčky, kterými protéká stejně velký elektrický proud v naznačeném směru. Délky stran smyček jsou buď L , nebo $2L$ a všechny strany smyček přilehlé k vodiči mají od něho stejnou vzdálenost. Seřadte sestupně smyčky podle velikosti celkové síly, kterou na ně působí magnetické pole přímého vodiče.



Obr. 30.33 Otázka 10

13. Na obr. 30.36a jsou čtyři Ampérové křivky a , b , c a d . Válcovým vodičem protéká elektrický proud kolmo k obrázku směrem k nám. Proudová hustota má stejnou velikost i směr v celém kruhovém průřezu vodiče. Seřadte tyto křivky sestupně podle velikosti integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél každé z nich.

