

**letní semestr 2013- 2014**

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2013- 2014**

## **F4110 Kvantová fyzika atomárních soustav**

**Přírodovědecká fakulta**

jaro 2014

**Rozsah**

2/1. 4 kr. (příf plus uk plus > 4). Ukončení: zk.

**Vyučující**

prof. Bedřich Velický, CSc. (přednášející)

**Garance**

prof. RNDr. Michal Lenc, Ph.D.

**Rozvrh**

St 14:00--14:50 **F3** St 15:00--16:50 **F3**

**Předpoklady**

( **F1040** Mechanika a molekulová fyzika && **F2070** Elektřina a magnetismus )

| ( **F1030** Mechanika a molekulová fyzika && **F2050** Elektřina a magnetismus )

**Anotace**

Tento kurs je pojat jako proseminář doplňující přednášky

Úvod do fyziky mikrosvěta F4100 nebo F4050.

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2013- 2014**

**Přednášející**

**Bedřich Velický ÚTFA**

**velicky@karlov.mff.cuni.cz**

**velicky@physics.muni.cz**

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2013- 2014

Přednášející

Bedřich Velický ÚTFA

~~velicky@karlov.mff.cuni.cz~~

velicky@physics.muni.cz

- Prosím e-mailovou korespondenci vést na tuto adresu

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2013- 2014**

**Rozvrh**

**St** 14:00--14:50 **F3** cvičení

**St** 15:00--16:50 **F3** přednáška

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2013- 2014  
PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY**

1	Měřítka kvantového světa	19.2.
2	Brownův pohyb	26.2.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	5.3.
4	Elektronová optika	12. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	19. 3.
6	Neutronová interference	26. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	2. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	9. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	16. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	23. 4.
11	Inverzní linie čpavku: Sláva a pád	30.4.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	7. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	14. 5.

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2013- 2014**

**PODMÍNKY PRO VYKONÁNÍ ZKOUŠKY**

**Podmínky**

1. Úspěšné vykonání písemného testu na posledním cvičení nebo jednom ze zápočtových termínů
2. Forma zkoušky: Zpracování a seminární přednesení dílčí otázky k některému z přednesených témat po dohodě s přednášejícím

**Termíny**

Termíny zkoušky budou

- vyhlášeny na poslední přednášce a
- vystaveny na SIS



**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2013- 2014**

**I.**  
**Měřítko kvantového světa**

**KOTLÁŘSKÁ 19. ÚNORA 2014**

# Úvodem

- Dnes: čekám, až trochu postoupí hlavní přednášky
- Odvolám se na znalosti středoškolské a z předchozí části Kursu
- Cíl ... orientace v nepřehledné oblasti atomárních soustav
- Fundamentální konstanty a zavedení přirozených jednotek
- Rozměrové a jiné kvalitativní úvahy
- Zamyšlení nad Bičákovým diagramem velikostí a hmotností objektů

*Klasický a kvantový svět*

*vs.*

*makrosvět a mikrosvět*

## *Klasický a kvantový svět*

Kvantové zákony ovládají titěrné mikroobjekty,  
jako jsou atomy a molekuly.

V každodenním životě však kvantové efekty  
zpravidla nepozorujeme.

Kde je rozhraní obou světů?

## *Klasický a kvantový svět*

Kvantové zákony ovládají titěrné mikroobjekty,  
jako jsou atomy a molekuly.

V každodenním životě však kvantové efekty  
zpravidla nepozorujeme.

*Kde je rozhraní obou světů?*

Velmi nepřesně položená otázka,  
směšuje několik světů a rozhraní

# *Fyzikální svět a přirozený svět*

přirozený  
svět

fyzikální  
svět

# *Fyzikální svět a přirozený svět*



# *Fyzikální svět: tradiční představa*

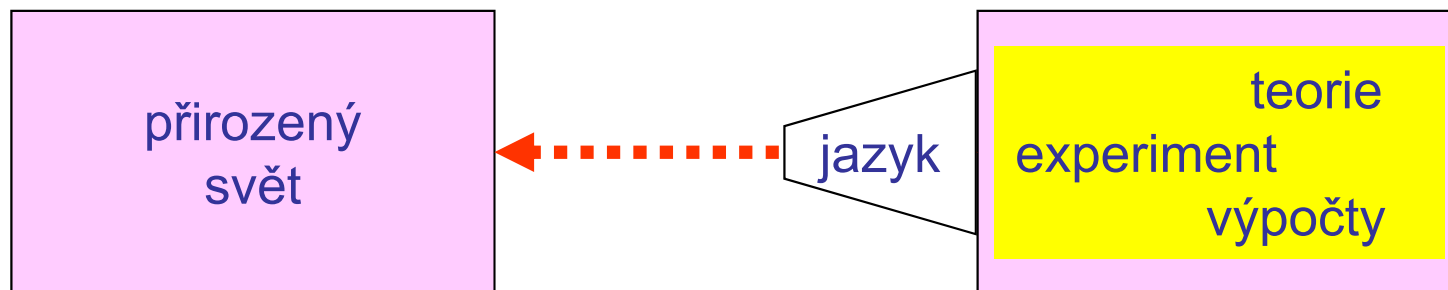




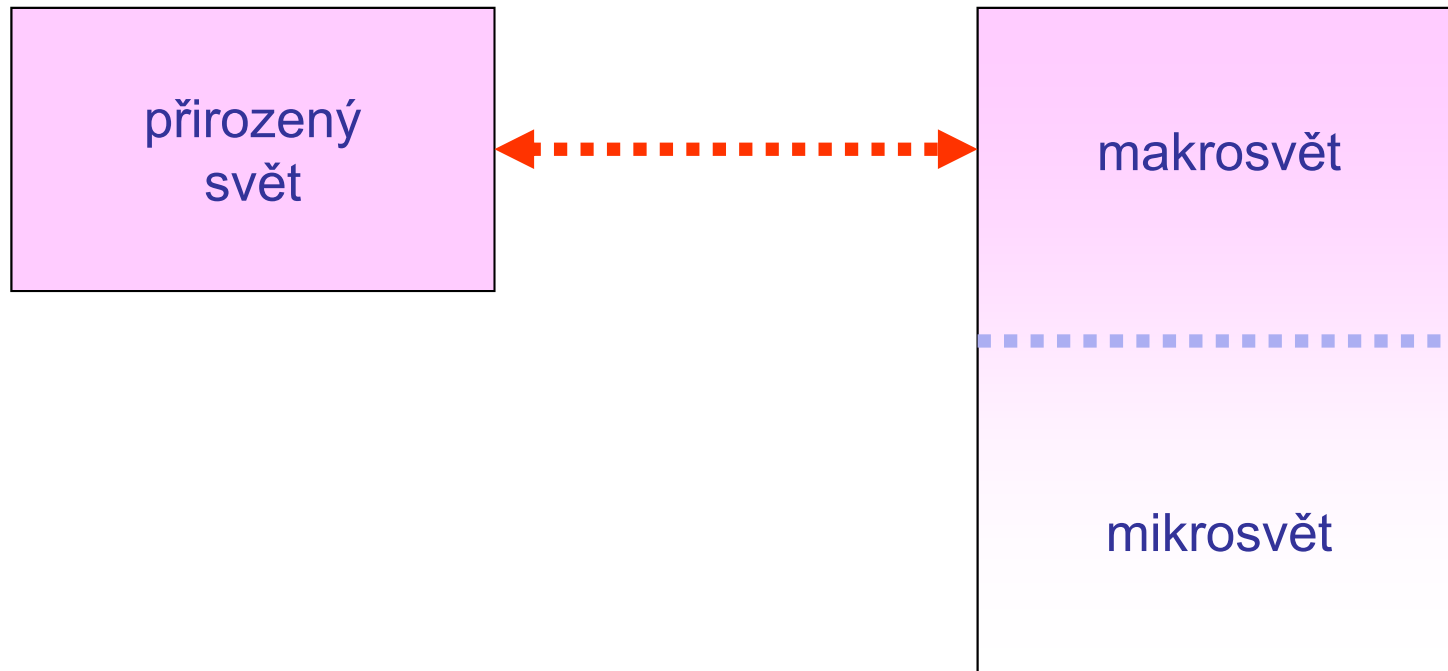
# *Fyzikální svět: dnešní skutečnost*



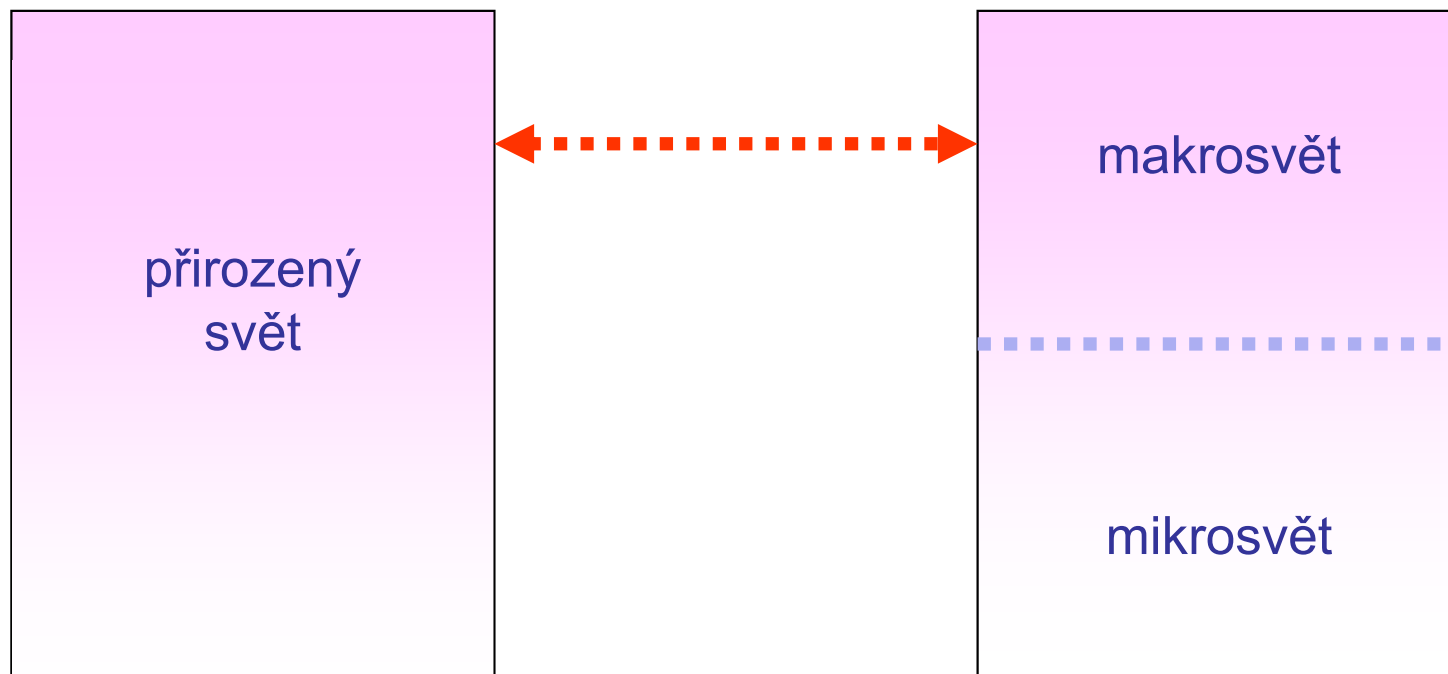
# *Fyzikální svět a přirozený svět: problém komunikace*



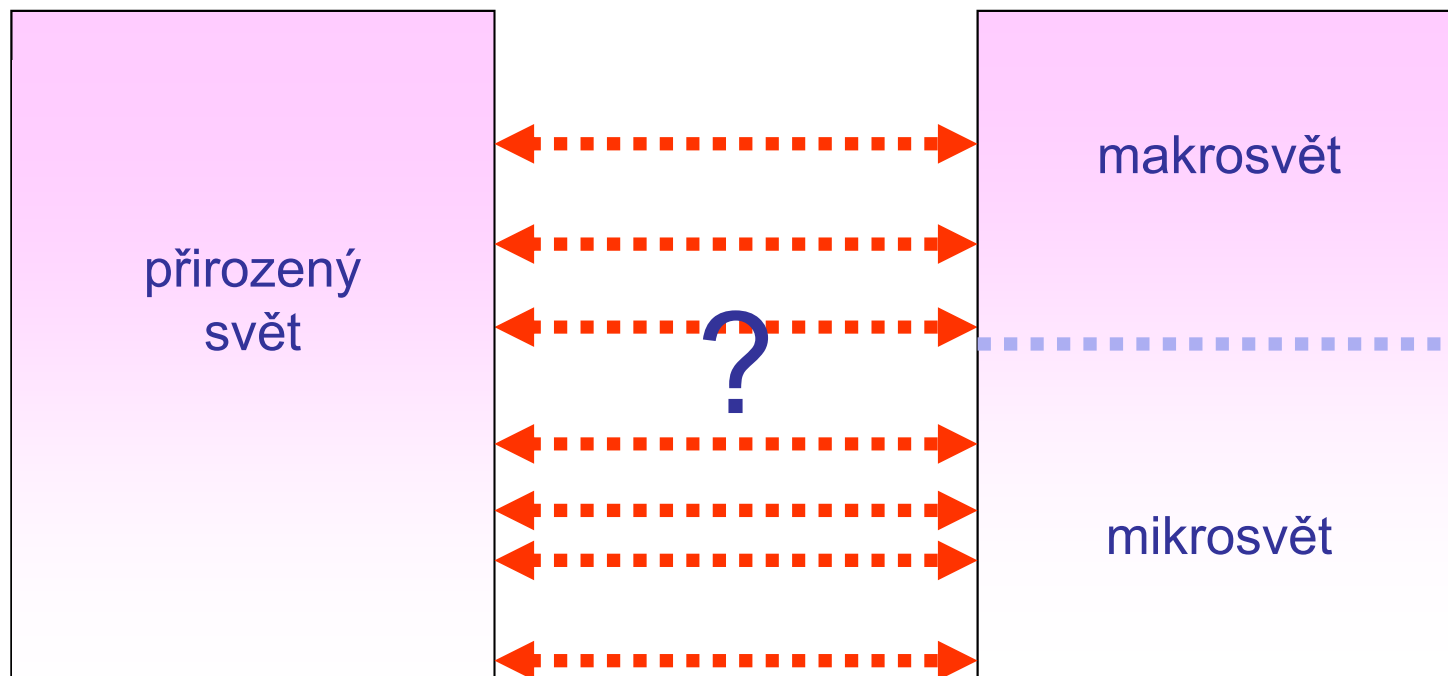
*Fyzikální svět = Makrosvět + Mikrosvět*



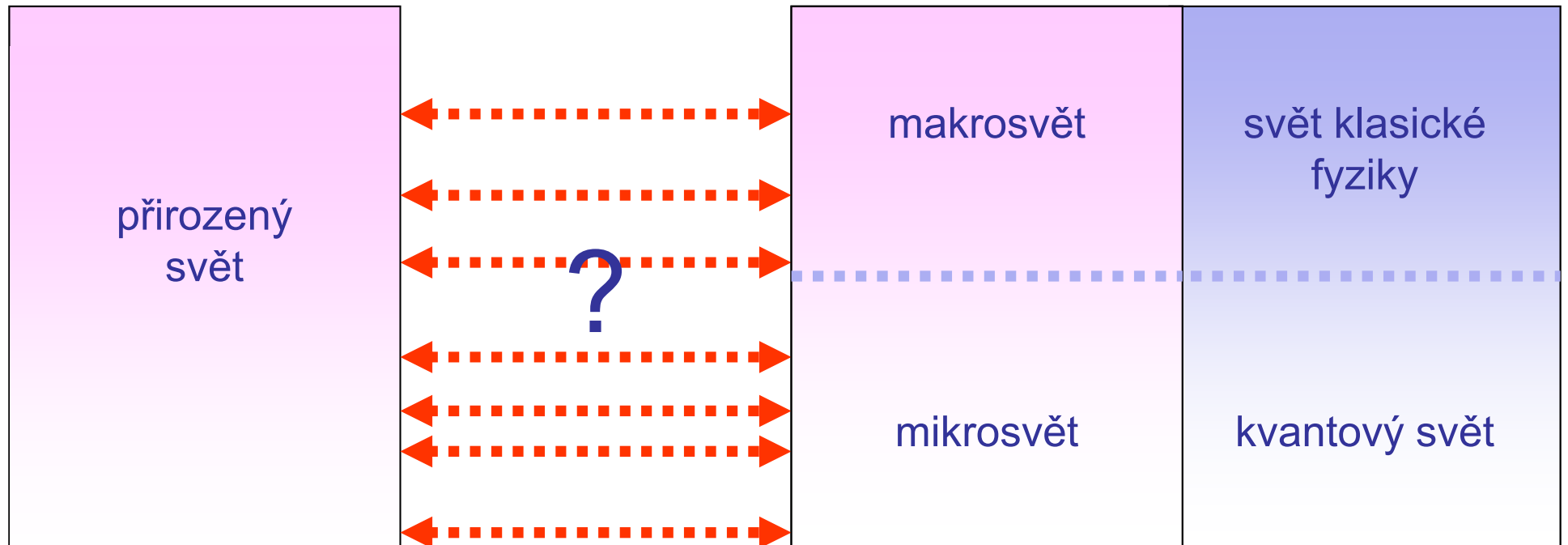
# *Mikrosvět proniká do přirozeného světa*



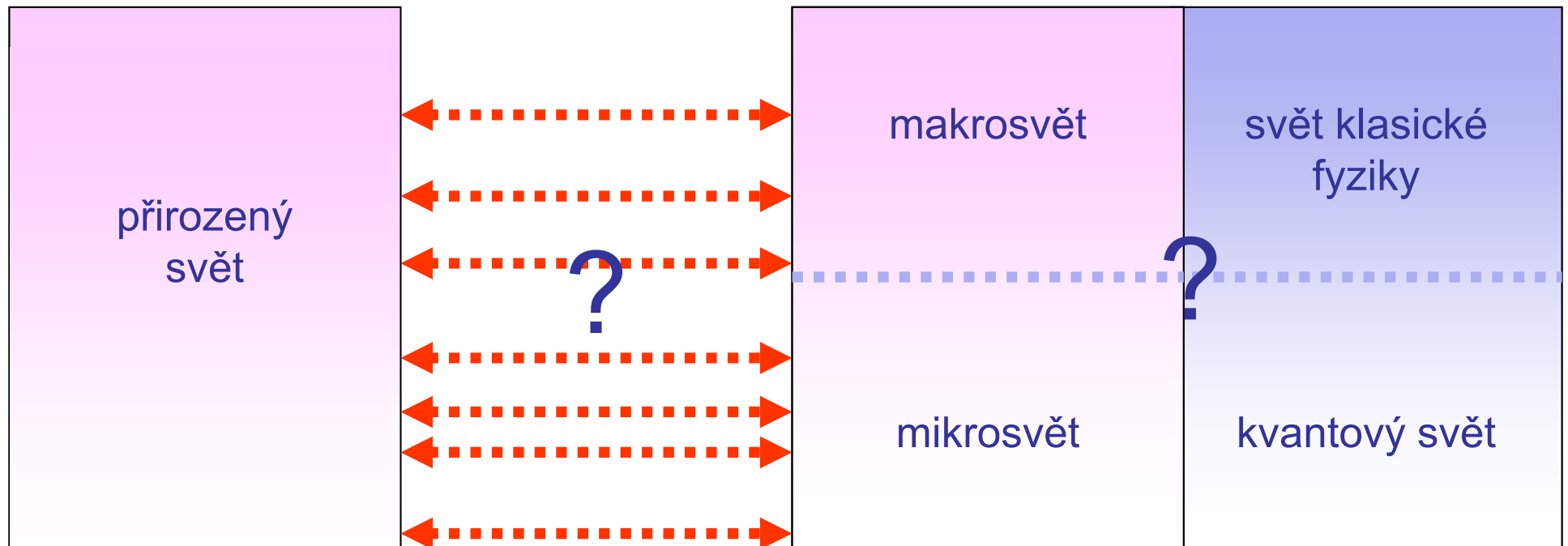
# *Mikrosvět proniká do přirozeného světa*



*Makrosvět + Mikrosvět vs. Klasický svět + Kvantový svět*

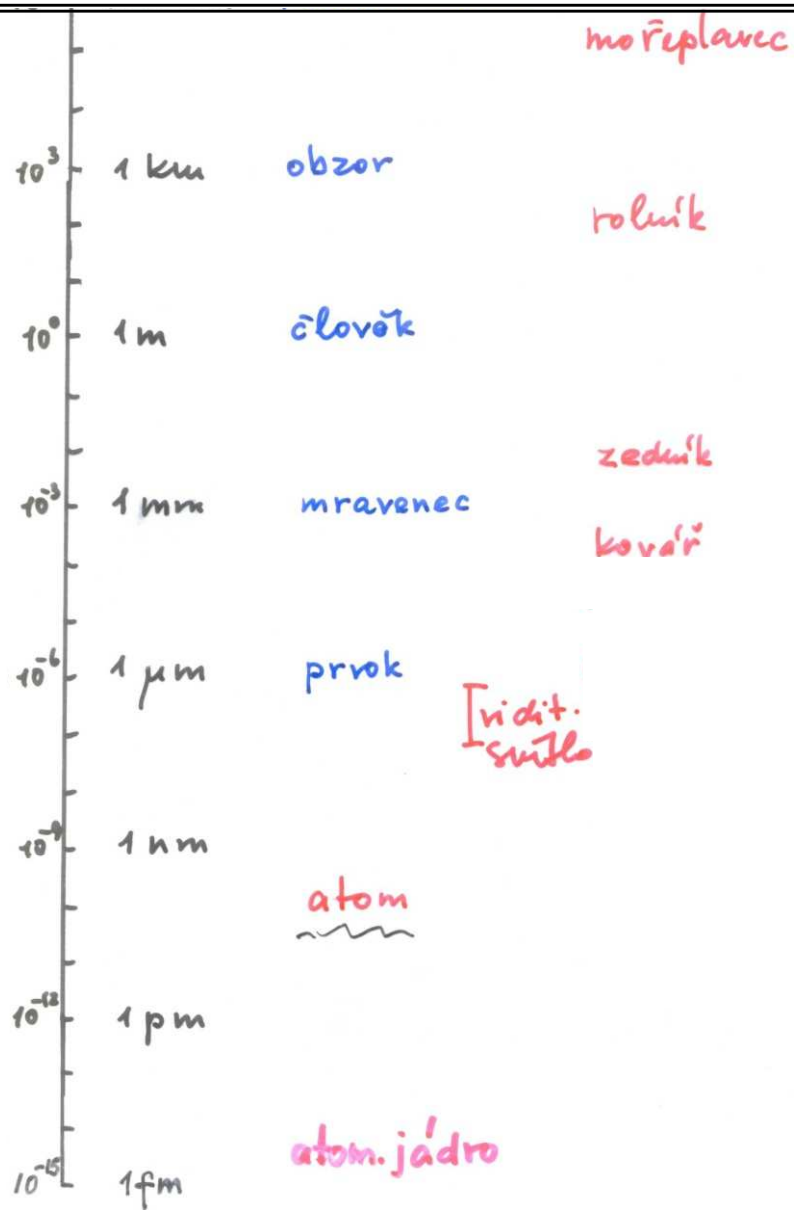


# *Makrosvět + Mikrosvět vs. Klasický svět + Kvantový svět*



**ne tak docela!!**

# Logaritmická škála velikosti objektů



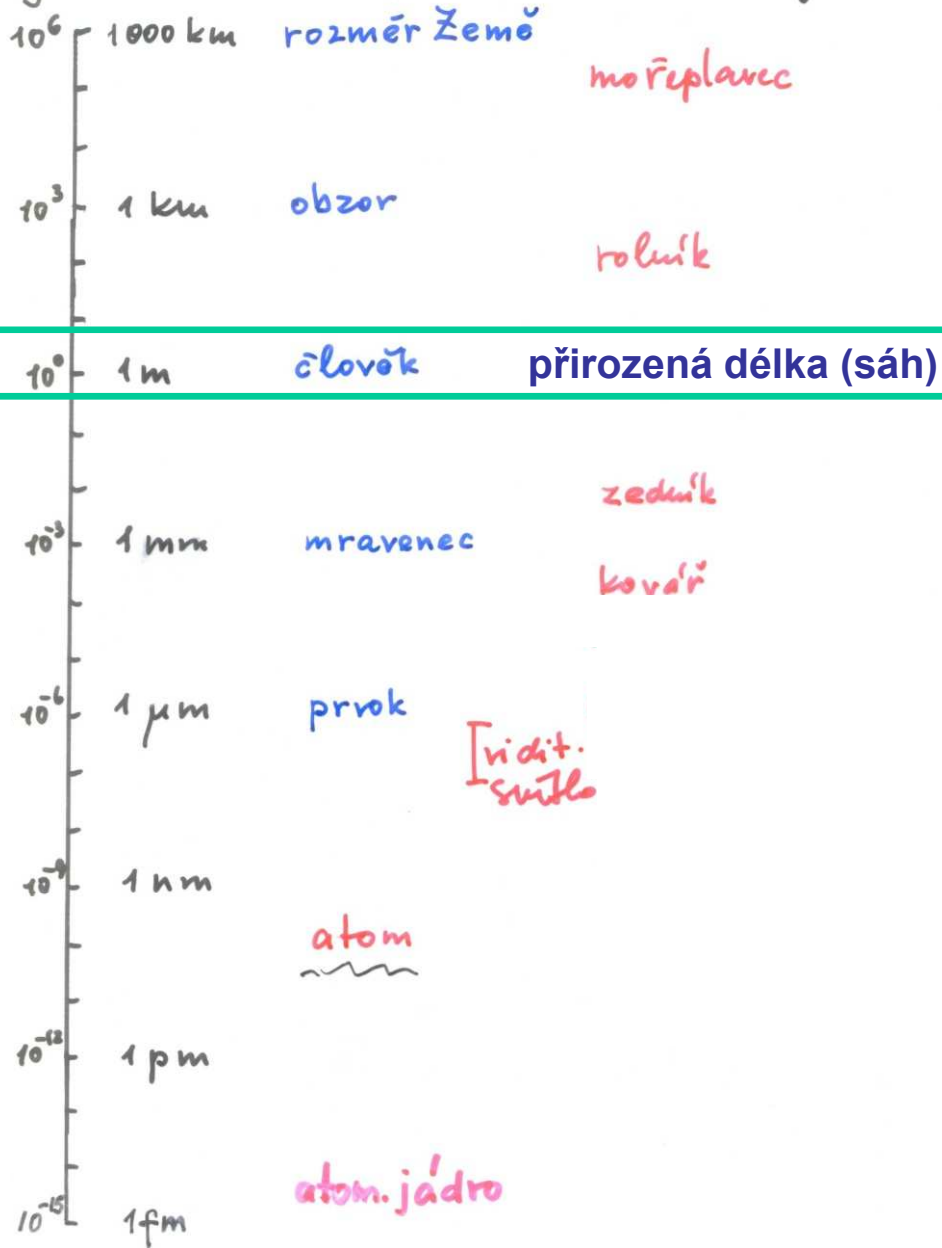


# řádky objektů

velikost	objekt	lidská činnost
$10^6$ 1000 km	rozměr Země	mořeplavec
$10^3$ 1 km	obzor	rolník
$10^0$ 1 m	člověk	
$10^{-3}$ 1 mm	mravenec	zedník kovař
$10^{-6}$ 1 $\mu$ m	prvek	[vidit. světlo
$10^{-9}$ 1 nm	atom	
$10^{-12}$ 1 pm		
$10^{-15}$ 1 fm	atom. jádro	

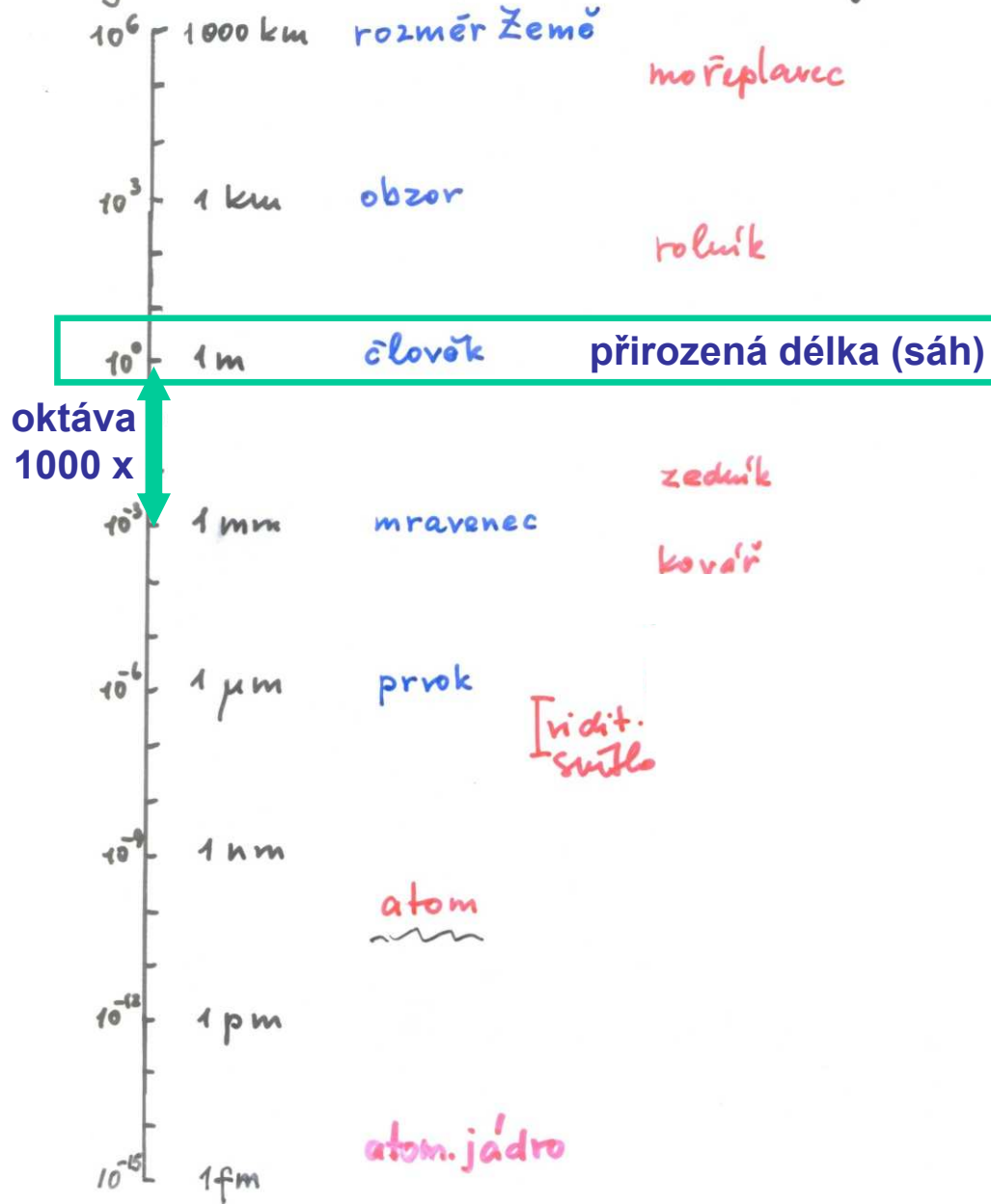
# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



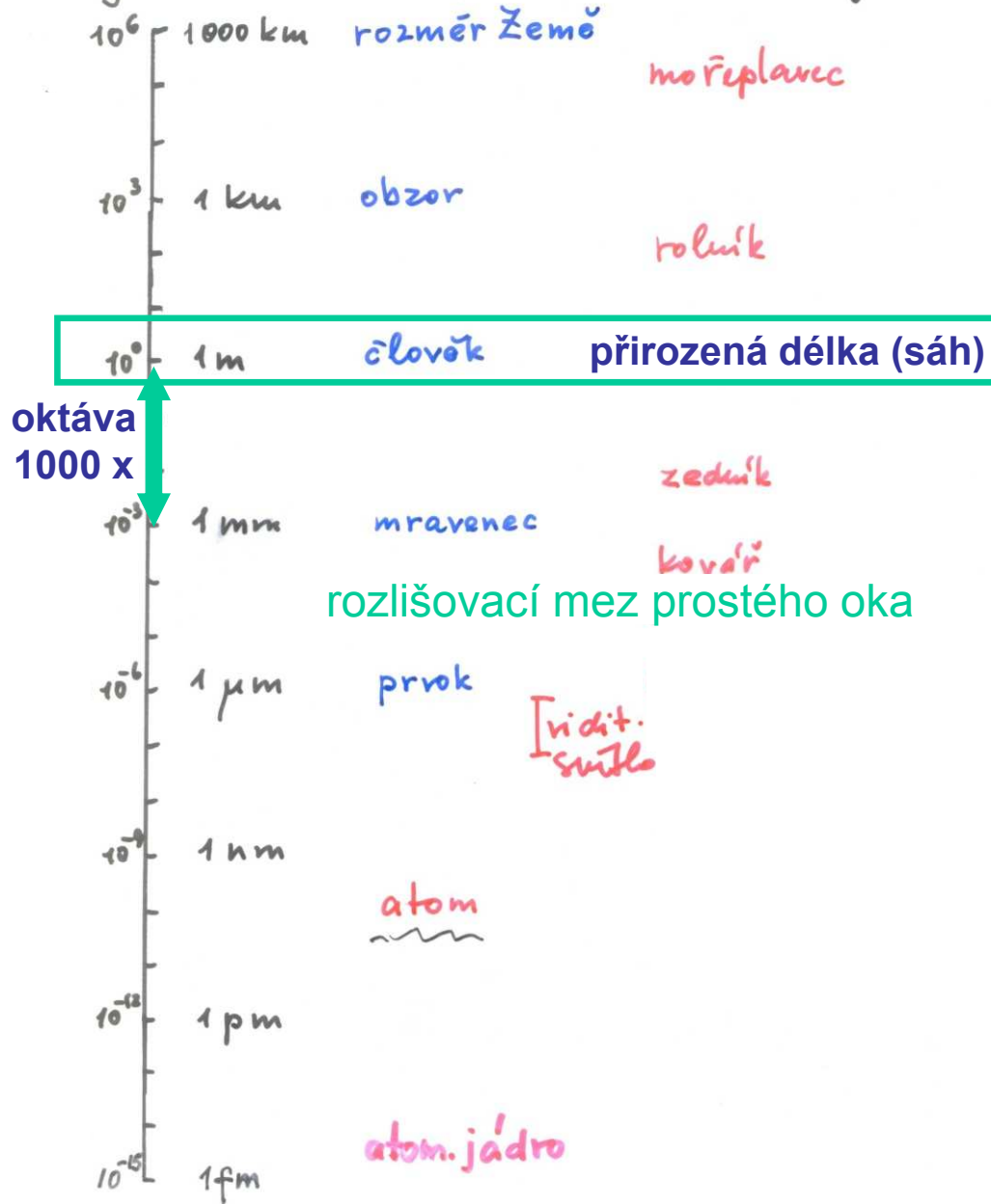
# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



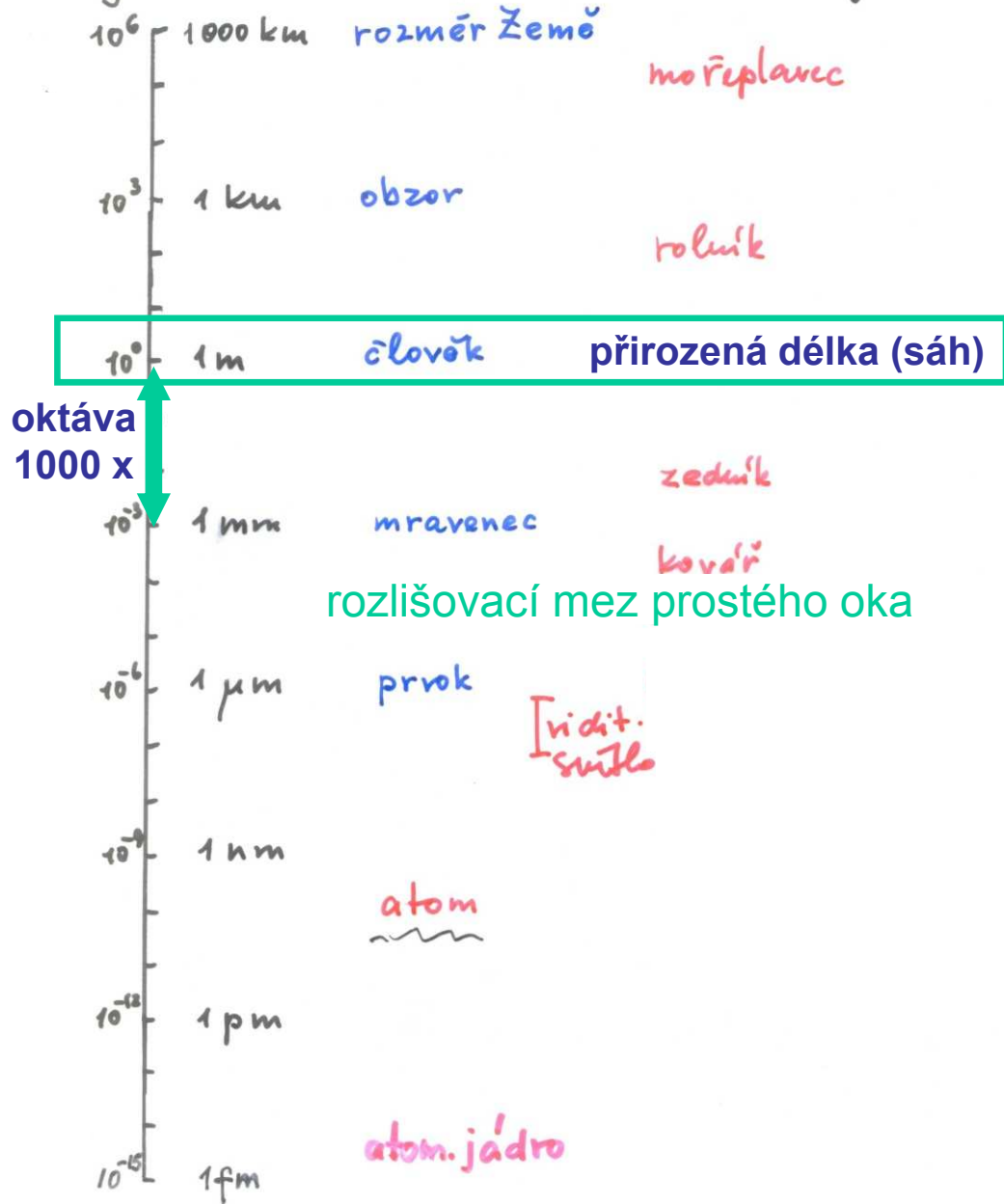
# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



# řádkosti objektů

## Logarithmická škála velikosti objektů



makrosvět

mikrosvět

# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



makrosvět

mesosvět

mikrosvět

mořepловец

rolník

zedník

kovář

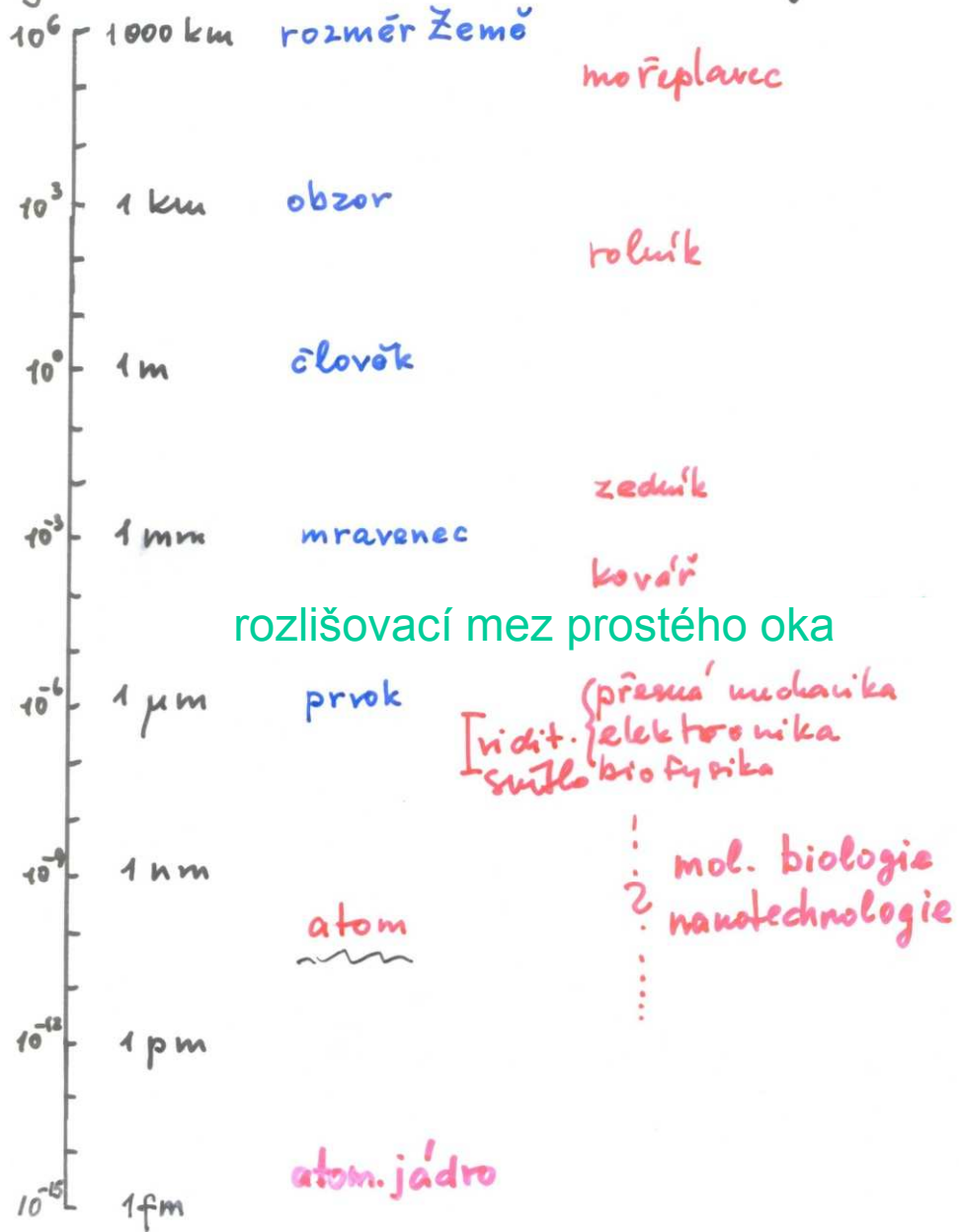
[vidit. světlo] {přesná mechanika, elektronika, fyzika}

atom

atom. jádro

# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



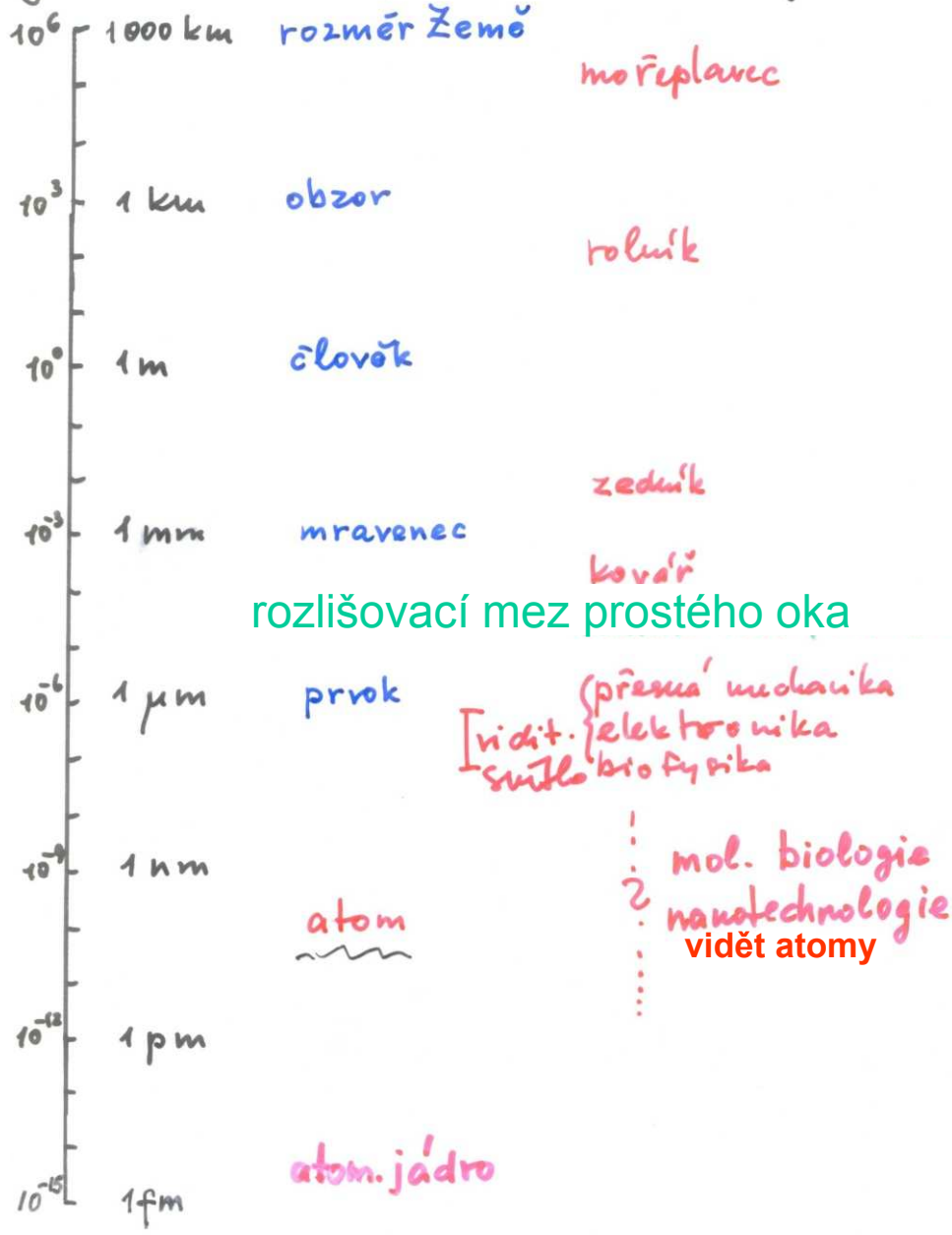
makrosvět

mesosvět

mikrosvět

# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



makrosvět

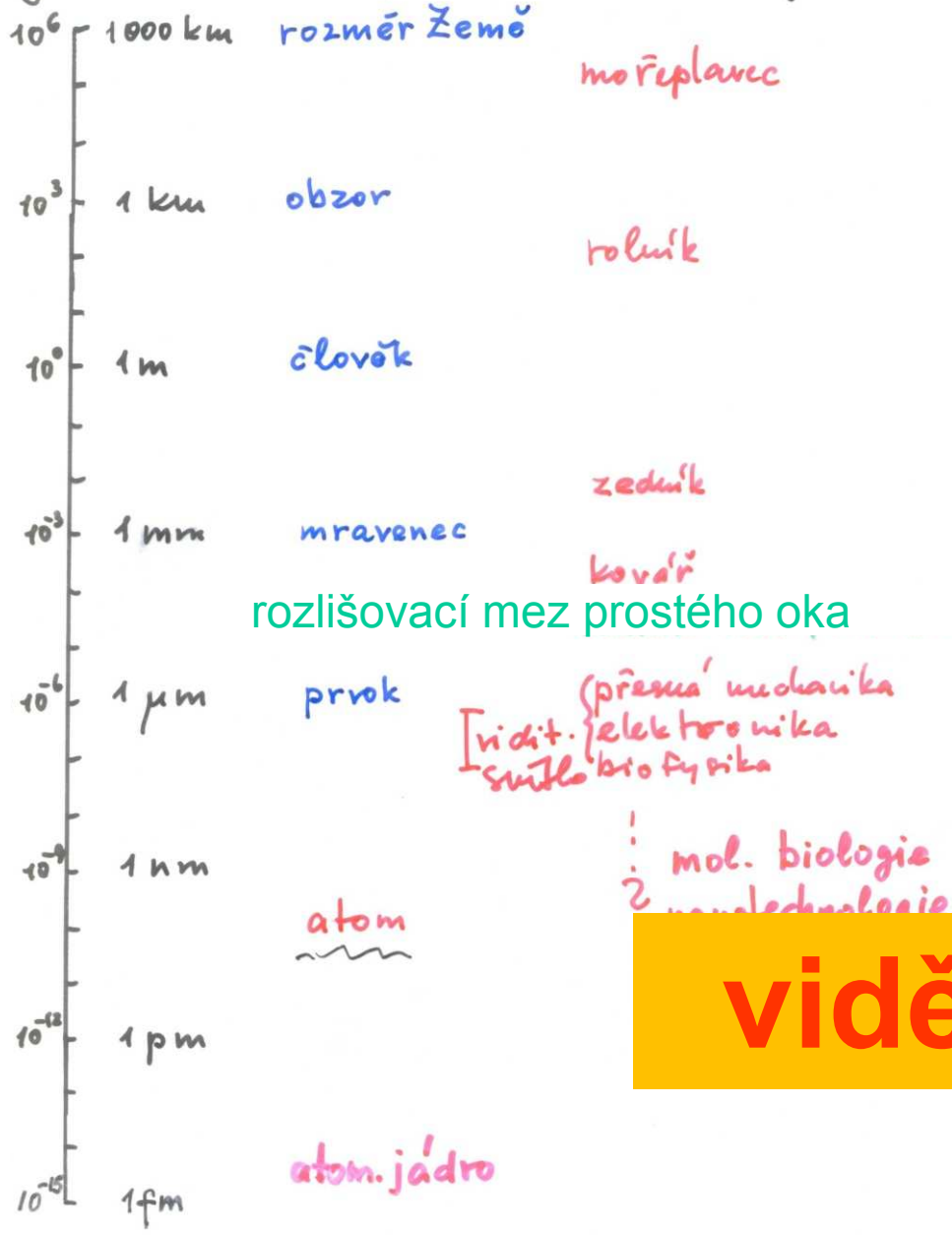
mesosvět

mikrosvět



# řádky objektů

## Logaritmická škála velikosti objektů



rozlišovací mez prostého oka

[vidit. světlo] {přesná mechanika, elektronika, fyzika}

mol. biologie  
nanotechnologie

makrosvět

mesosvět

**vidět atomy**

# *Vidět atomy – vlastně osahat si je*

VOLUME 56, NUMBER 9

PHYSICAL REVIEW LETTERS

3 MARCH 1986

## **Atomic Force Microscope**

G. Binnig<sup>(a)</sup> and C. F. Quate<sup>(b)</sup>

*Edward L. Ginzton Laboratory, Stanford University, Stanford, California 94305*

and

Ch. Gerber<sup>(c)</sup>

*IBM San Jose Research Laboratory, San Jose, California 95193*

(Received 5 December 1985)

The scanning tunneling microscope is proposed as a method to measure forces as small as  $10^{-18}$  N. As one application for this concept, we introduce a new type of microscope capable of investigating surfaces of insulators on an atomic scale. The atomic force microscope is a combination of the principles of the scanning tunneling microscope and the stylus profilometer. It incorporates a probe that does not damage the surface. Our preliminary results *in air* demonstrate a lateral resolution of 30 Å and a vertical resolution less than 1 Å.

PACS numbers: 68.35.Gy

Gerd Binnig ½ NP 1986  
za objev STM

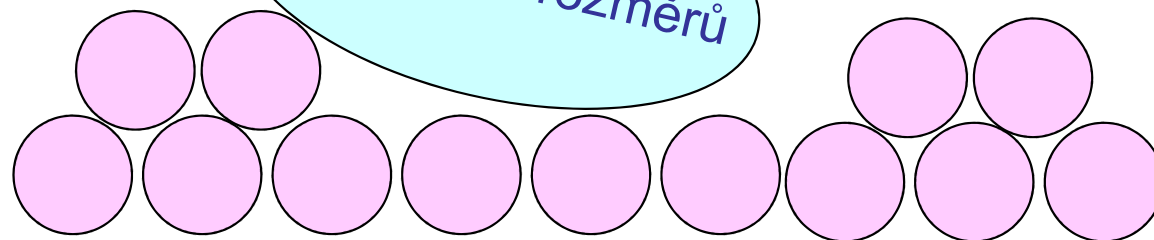
10 671 citací

# Vidět atomy

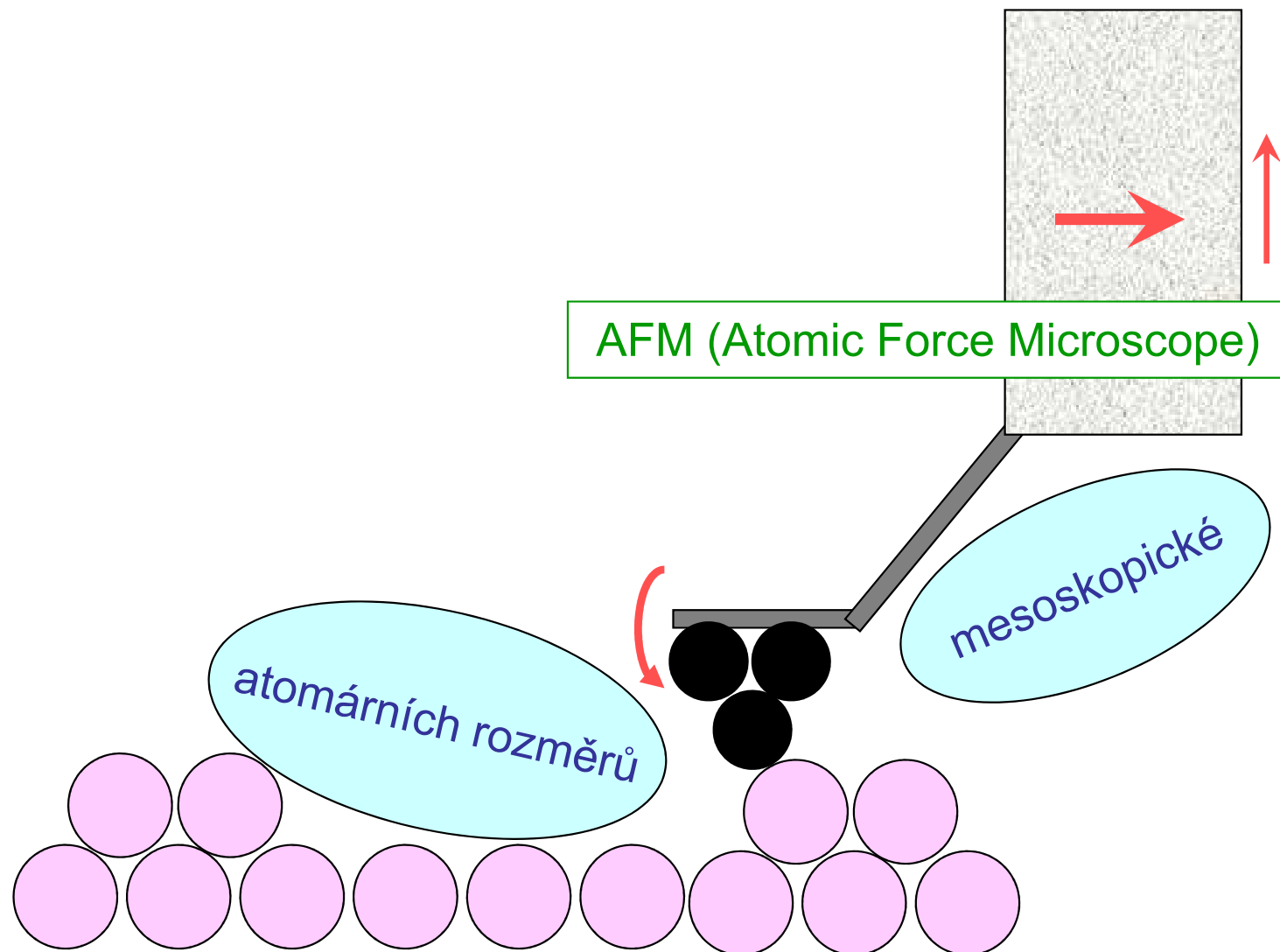
Stačí dvaapůl oktávy

AFM (Atomic Force Microscope)

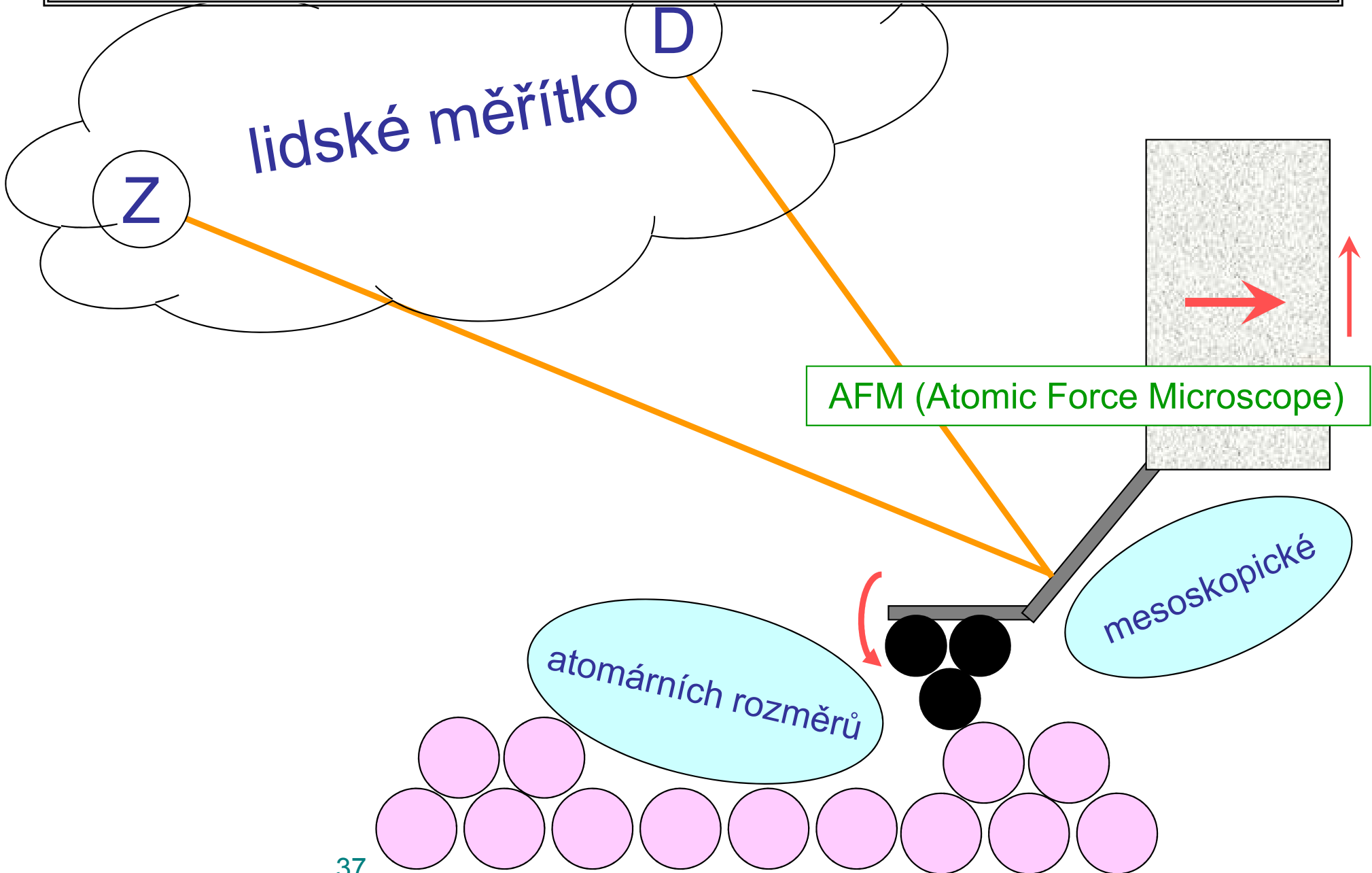
atomárních rozměrů



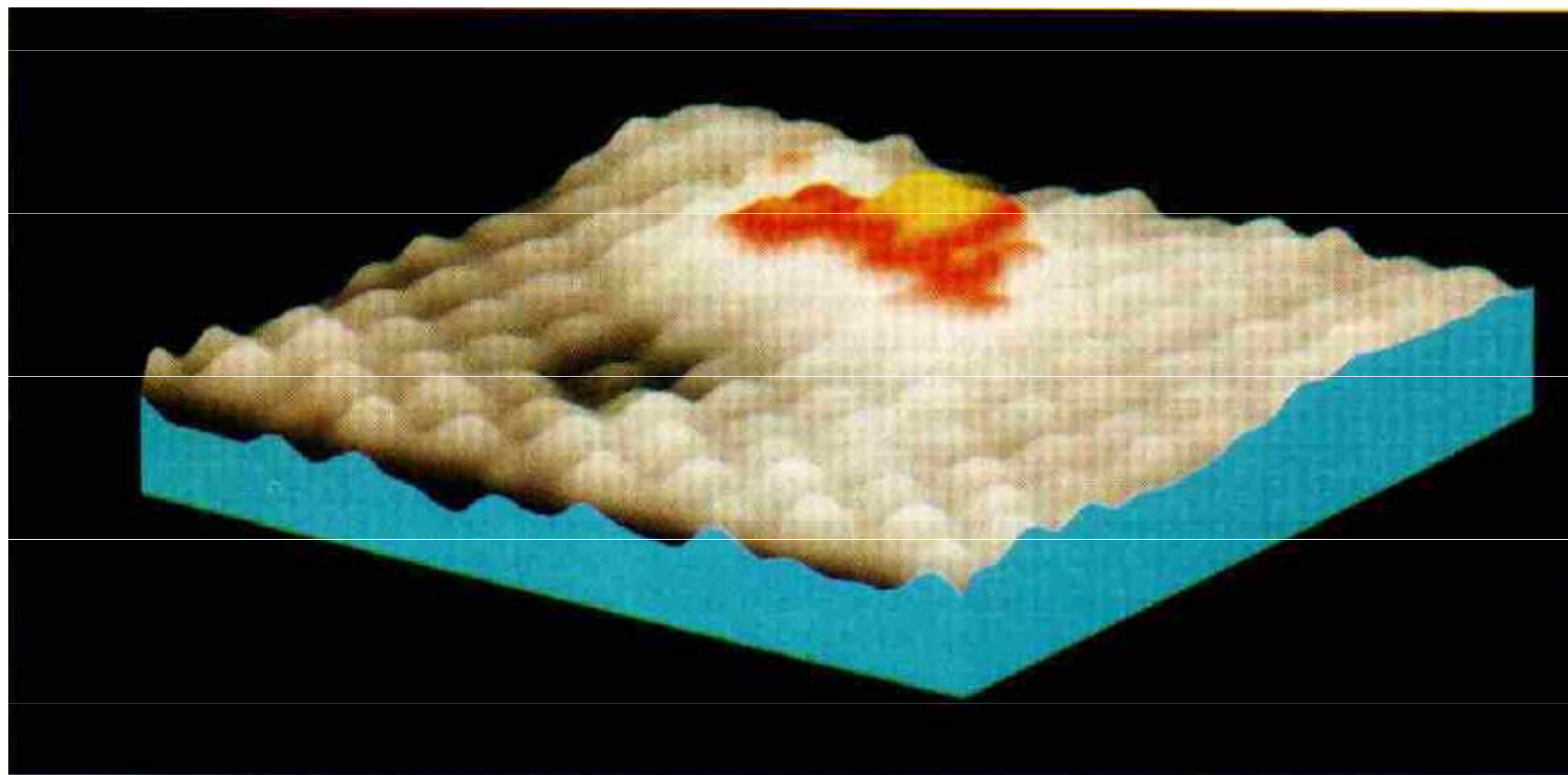
# Vidět atomy



# Vidět atomy

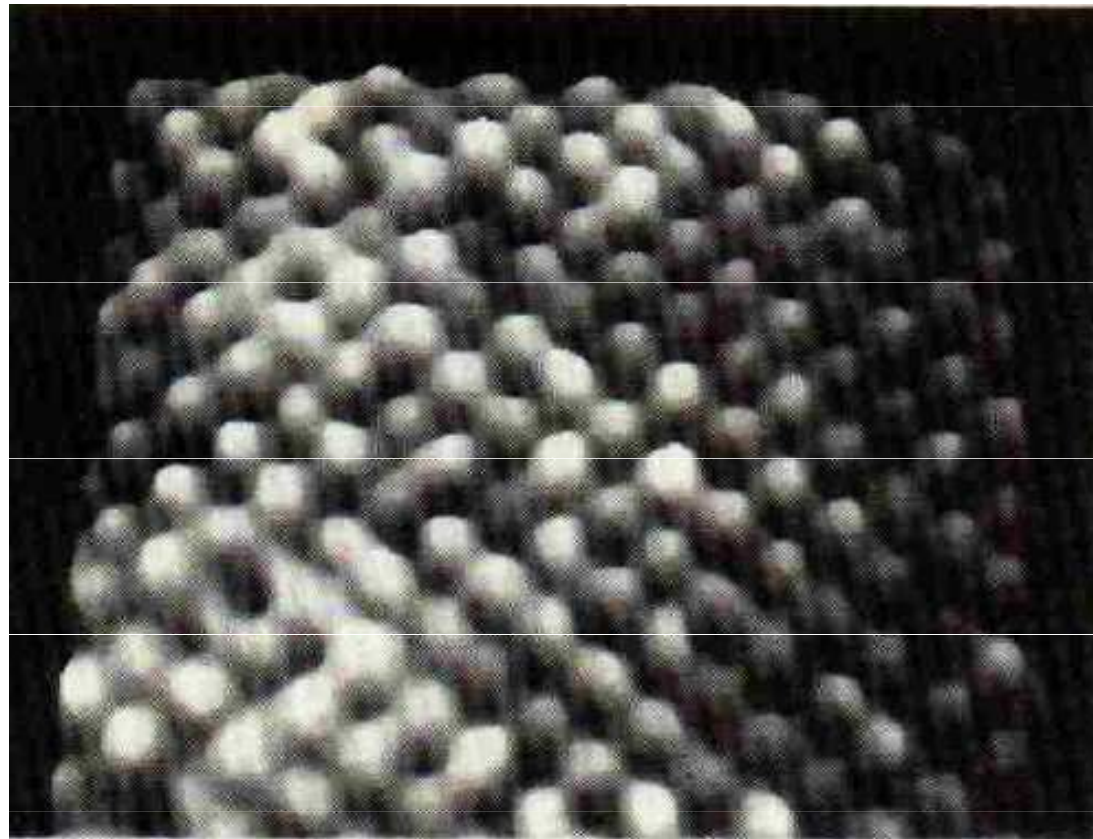


## *Molekula kyseliny sorbové na povrchu grafitu*



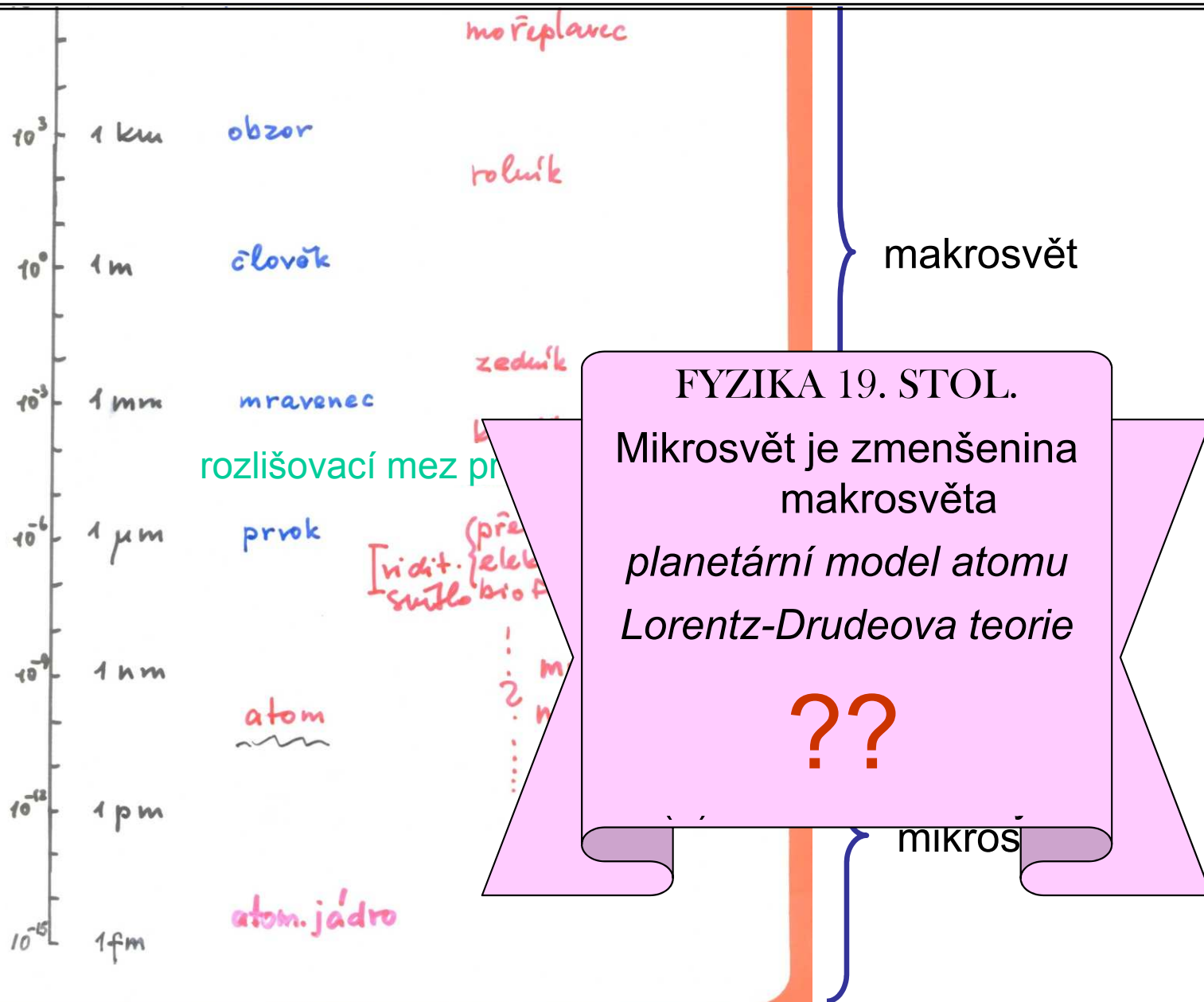
**Individual molecule** of sorbic acid on a well-ordered graphite surface, imaged by an atomic force microscope. The protruding ridge that is highlighted in color is attributed to the 8-angstrom-long physisorbed molecule. The atomic corrugations on the graphite surface are also visible in the image. The entire image is  $25 \times 25$  angstroms. (Image by Thomas R. Albrecht, Douglas P. E. Smith and Calvin F. Quate, Stanford University.)

# *Povrch krystalu kamenné soli*



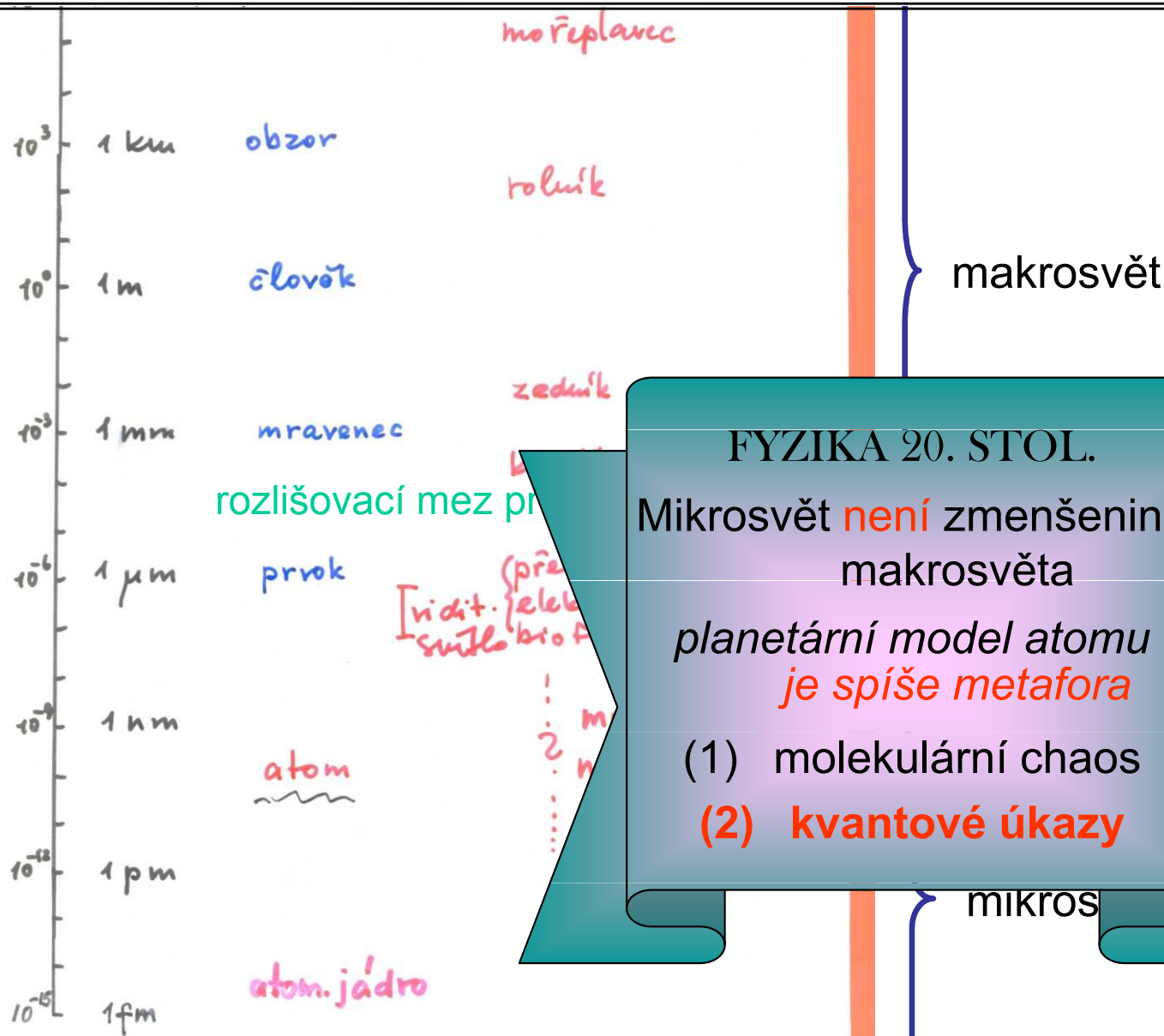
**Sodium chloride** crystal surface, at atomic resolution. (From G. Meyer and N. M. Amer, reference 10).

# Představa klasické fyziky o hierarchii měřítek





# Obraz "moderní" fyziky je jiný

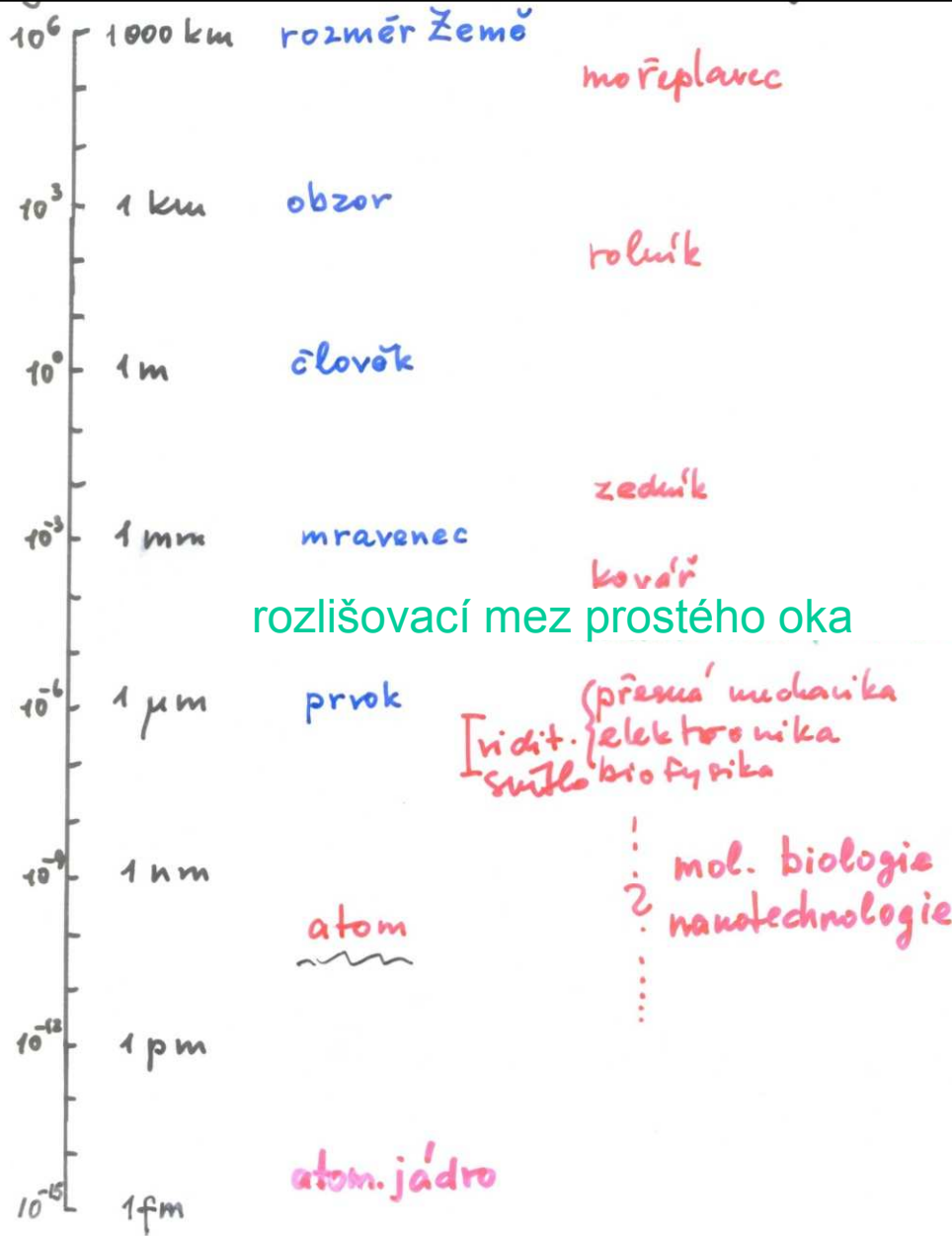


*Procházka kvantovými jevy  
v celé škále velikostí objektů*

Samotná velikost objektů není rozhodující pro  
jejich kvantové chování.

Kvantové projevy mohou být různorodé a  
neočekávané

# Souběh dvou stupnic



makrosvět

mesosvět

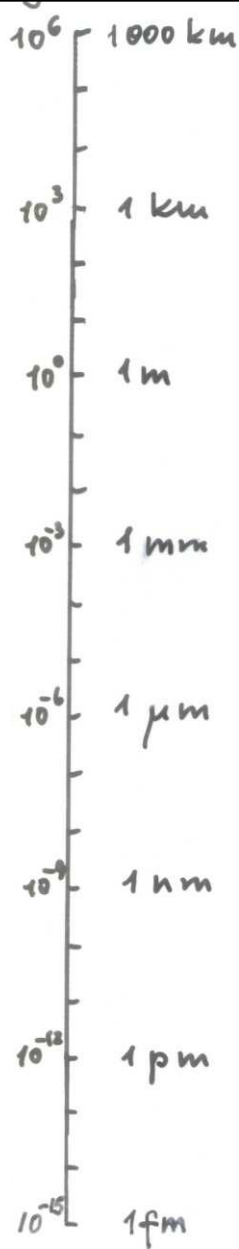
mikrosvět

Klasický svět

Kvantový svět



# Klasický a kvantový svět v různých měřítkách



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické

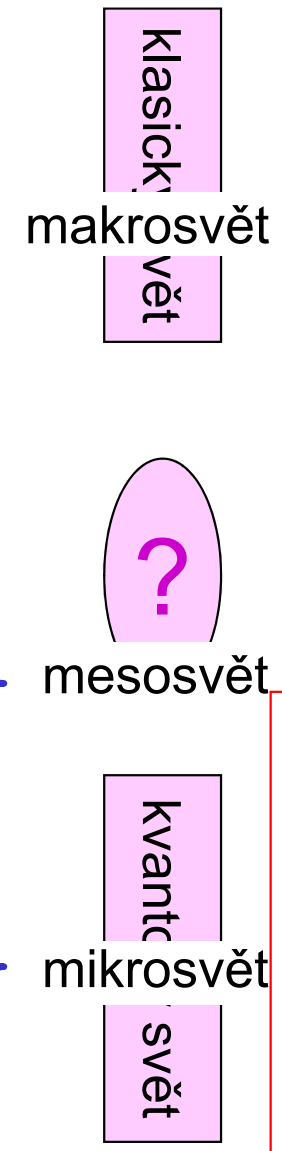
kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

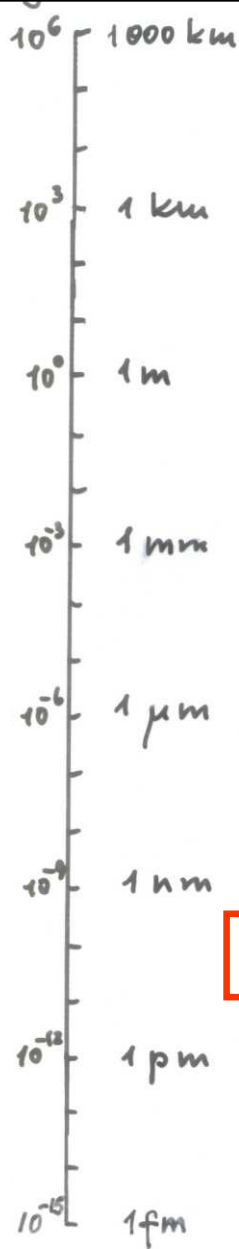
atomová jádra

subjaderné objekty



- KVANTOVÉ ÚKAZY**
- kvantování energií
  - vlnové šíření – interference, difrakce ...
  - provázané stavy
  - korelované chování identických částic

# Klasický a kvantový svět



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické  
kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické  
molekuly  
atomy a ionty  
atomová jádra  
subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět



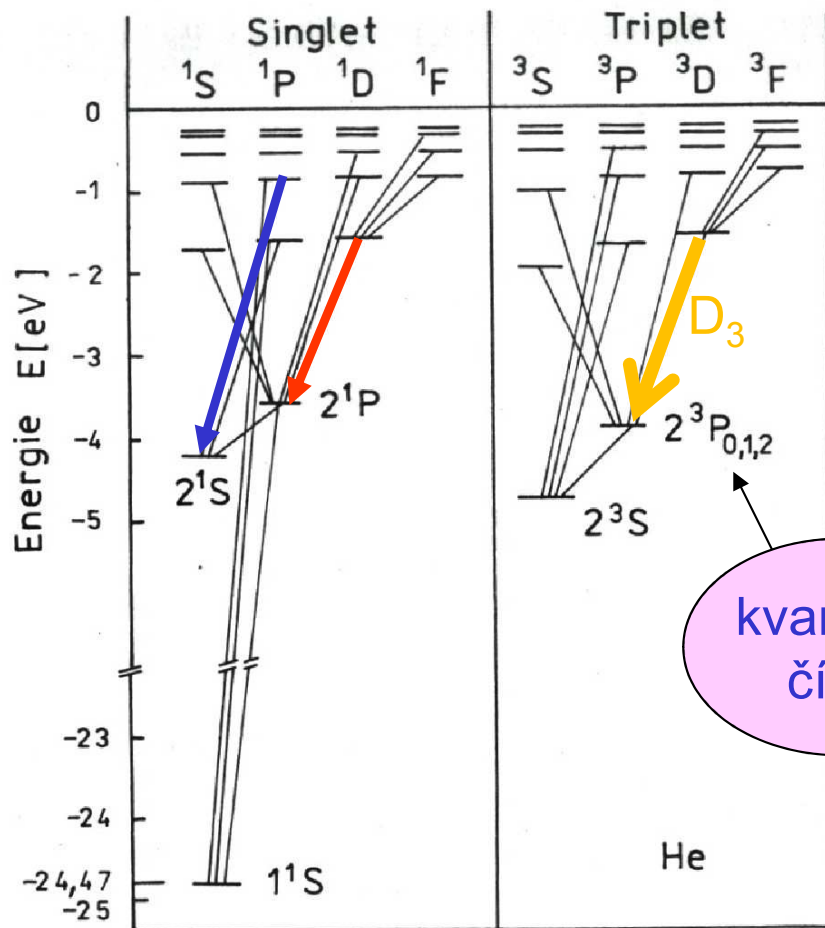
mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

# Kvantování energie v atomu (helium)

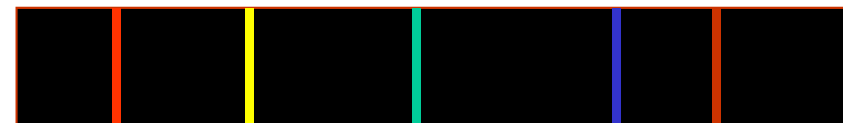


Bohrova podmínka

$$h\nu = E_1 - E_2$$

dává fotony s určitou energií,  
čili ostré spektrální linie

Uvidíme něco takového:

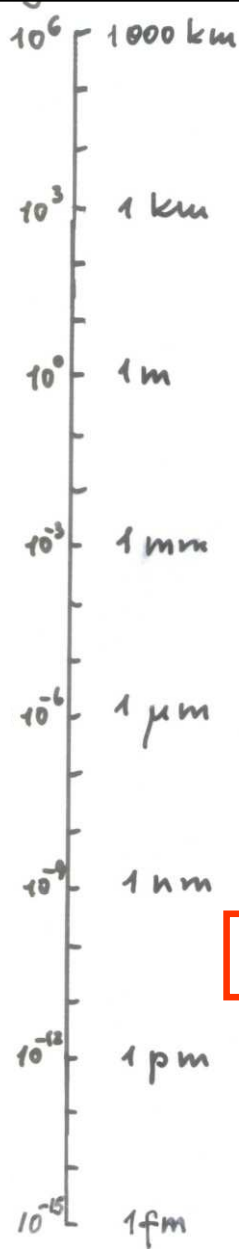


Celkový spin 0

Celkový spin 1

2-elektronové hladiny

# Klasický a kvantový svět



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět

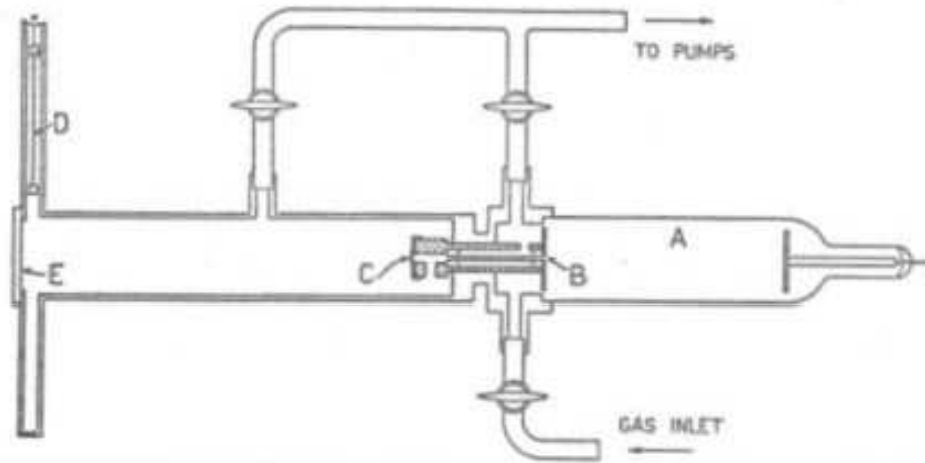
mesosvět

kvantový svět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

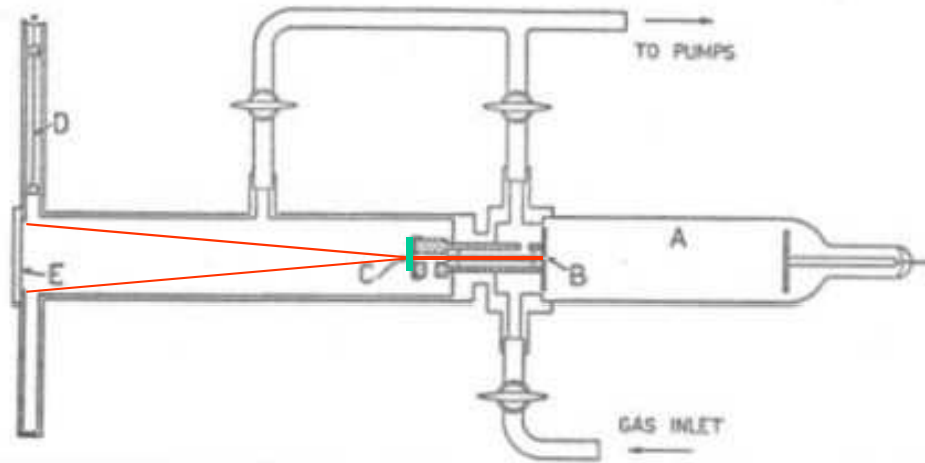
# *Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii*



G.P. Thomson 1927

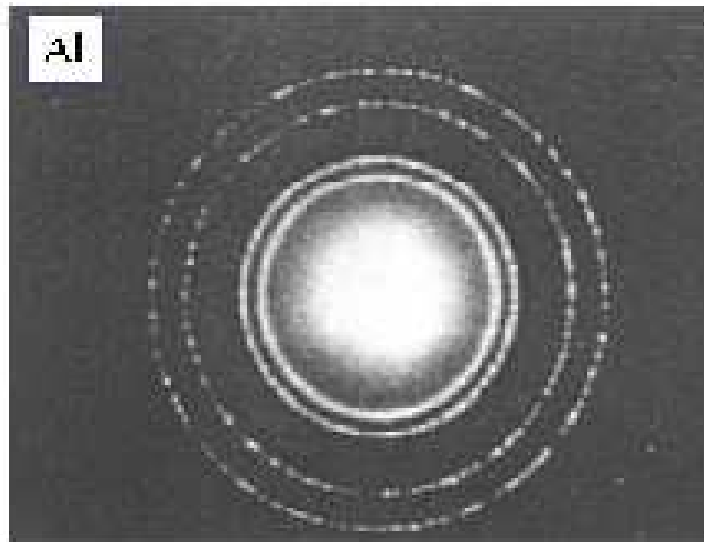


# *Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii*

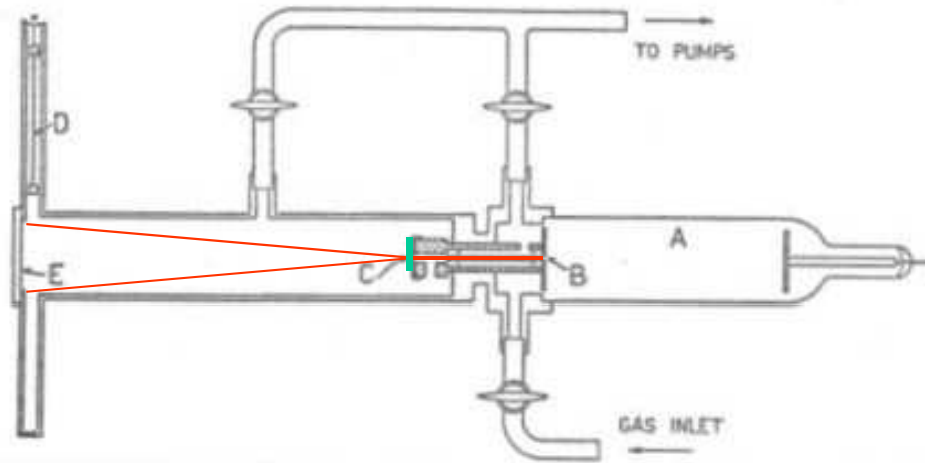


G.P. Thomson 1927 *NP*

elektrony



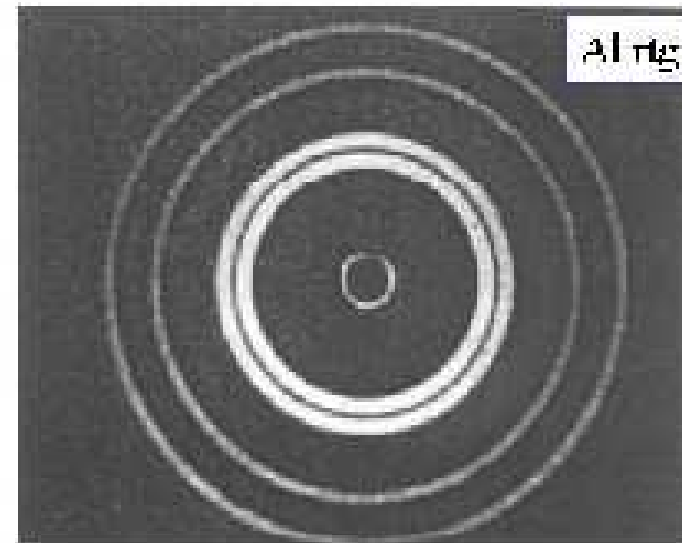
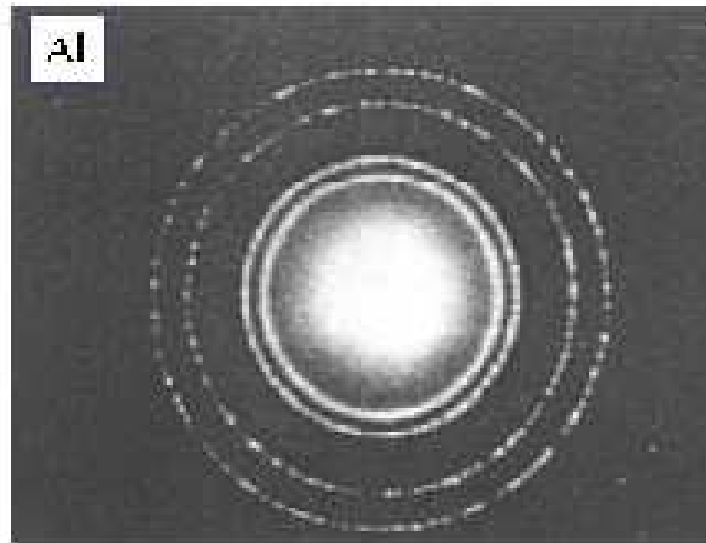
# Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii



G.P. Thomson 1927 *NP*

elektrony

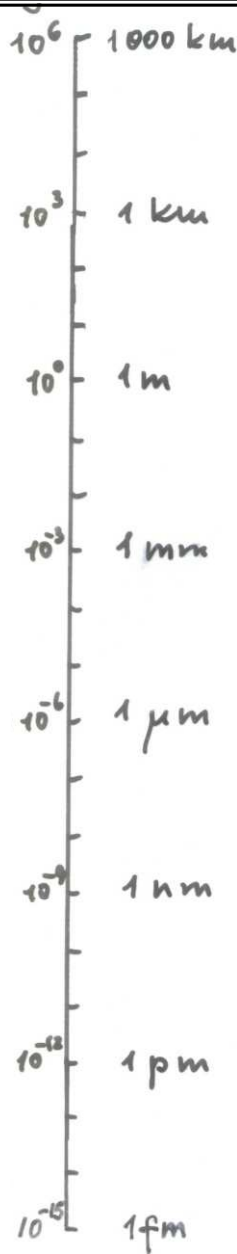
Röntgenovy paprsky



*Rozmazané rozmezí  
klasického a kvantového světa*

**To jest:  
makroskopické se nekryje s klasickým,  
mikroskopické se nekryje s kvantovým**

# Klasický a kvantový svět



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické  
kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět

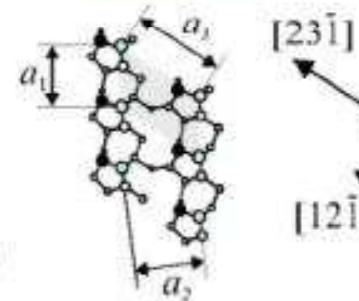
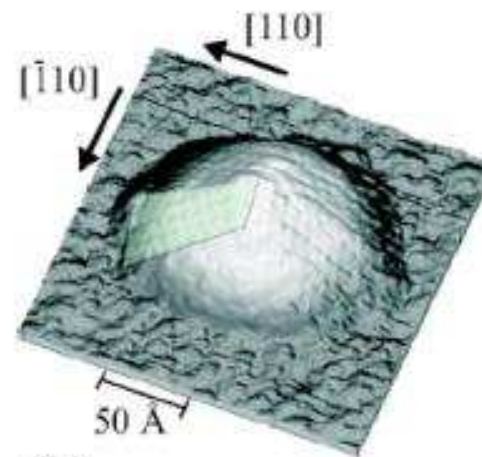
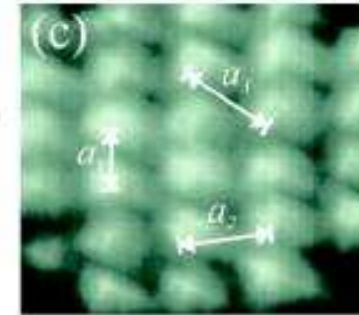
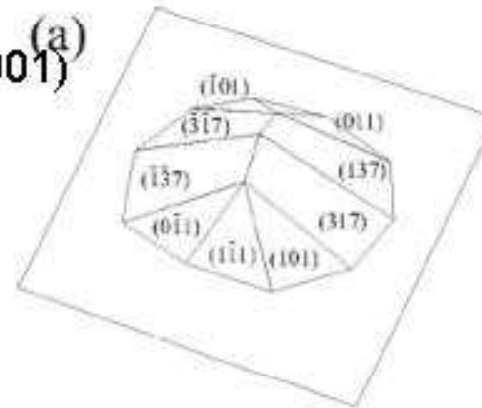
mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

- KVANTOVÉ ÚKAZY**
- kvantování energií
  - vlnové šíření – interference, difrakce ...
  - provázané stavy
  - korelované chování identických částic



Kvantové tečky InAs na GaAs (001)  
(STM)



$$a_1 = 6,5 \pm 0,1 \text{ \AA}$$

$$a_2 = 9,0 \pm 0,3 \text{ \AA}$$

$$a_3 = 10,5 \pm 0,2 \text{ \AA}$$

$$\angle(a_1, a_2) = 82,4^\circ \pm 0,7^\circ$$

(d)

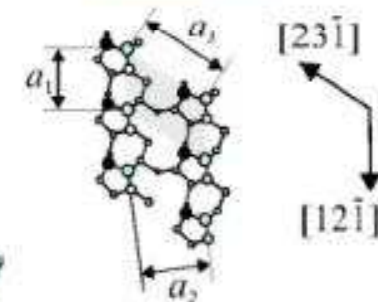
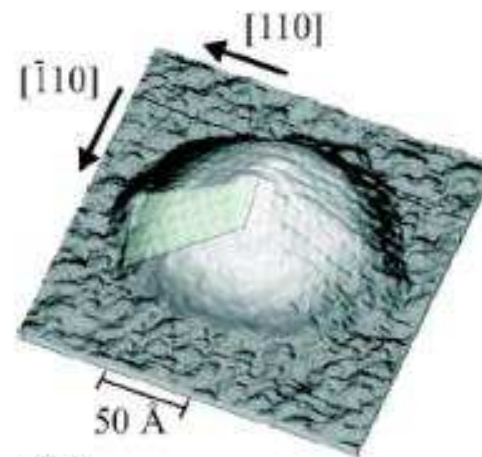
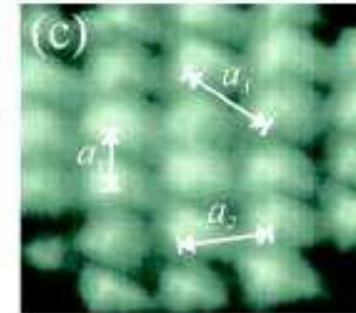
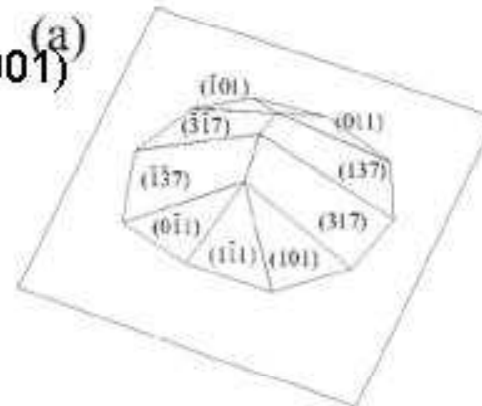
# Kvantové tečky

Kvantové tečky InAs na GaAs (001)  
(STM)

UMĚLÉ ATOMY  
(dimense 0)

průměr tečky 10 nm  
průměr atomu 0.3 nm

elektrony jsou v  
resonančních  
vlnových stavech  
s kvantovanou  
energií



$$a_1 = 6,5 \pm 0,1 \text{ \AA}$$

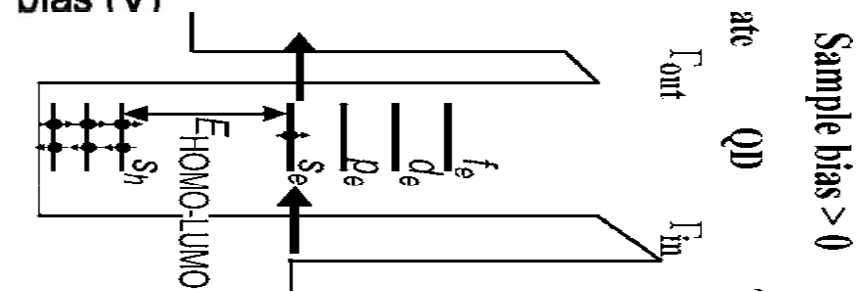
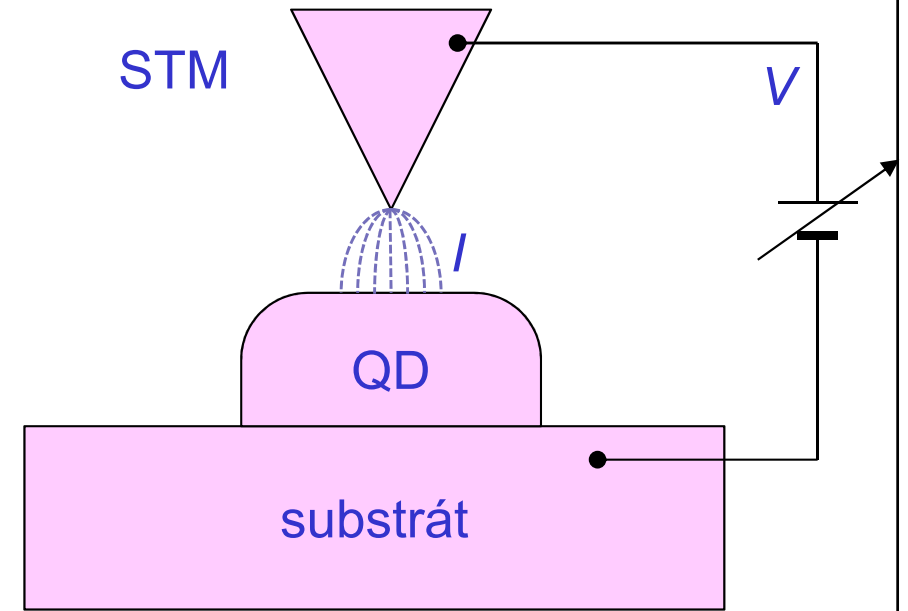
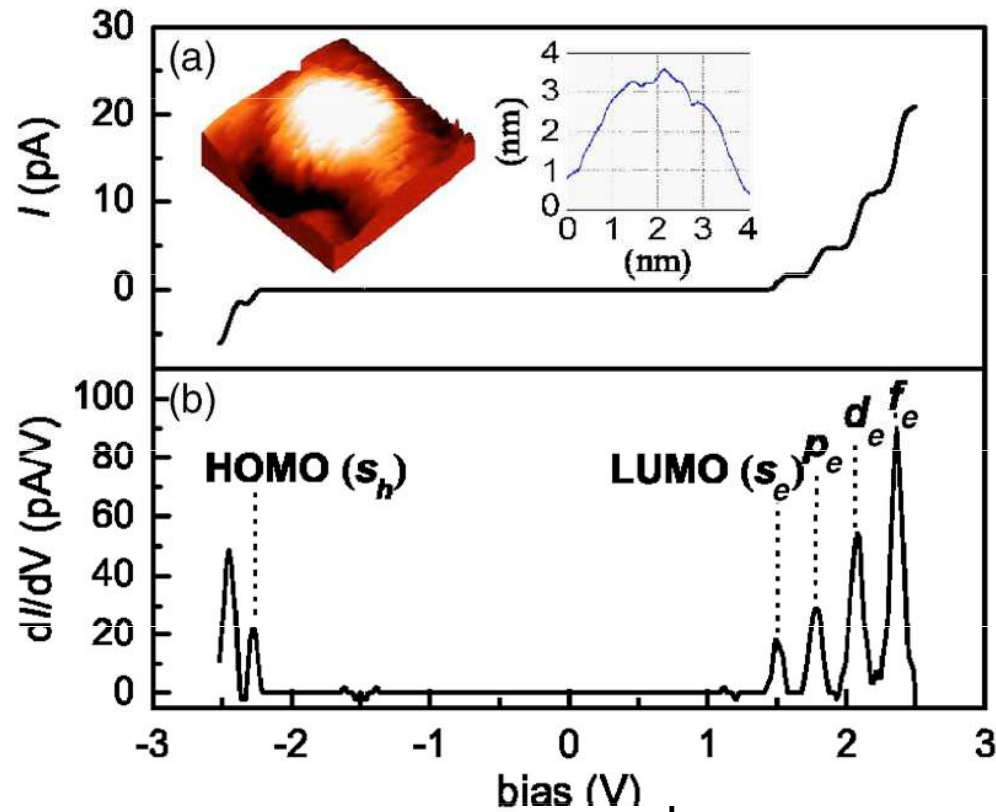
$$a_2 = 9,0 \pm 0,3 \text{ \AA}$$

$$a_3 = 10,5 \pm 0,2 \text{ \AA}$$

$$\angle(a_1, a_2) = 82,4^\circ \pm 0,7^\circ$$

(d)

# Kvantová tečka v CdSe



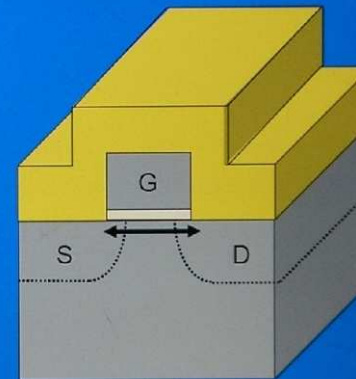
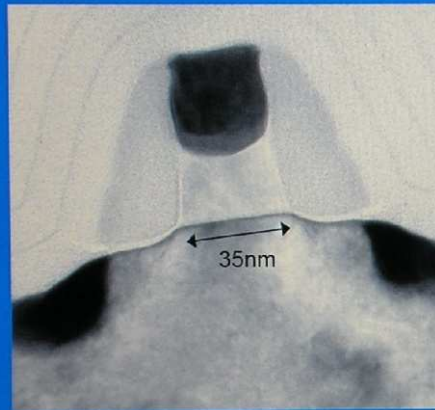
*Rozmazané rozmezí  
klasického a kvantového světa*

V MOSFETech i při dnešním stupni  
miniaturisace (ULSI) se elektrony řídí  
(semi)klasickými zákony pohybu



# Technologie 65 nm firmy Intel

## NMOS with Enhanced Strain



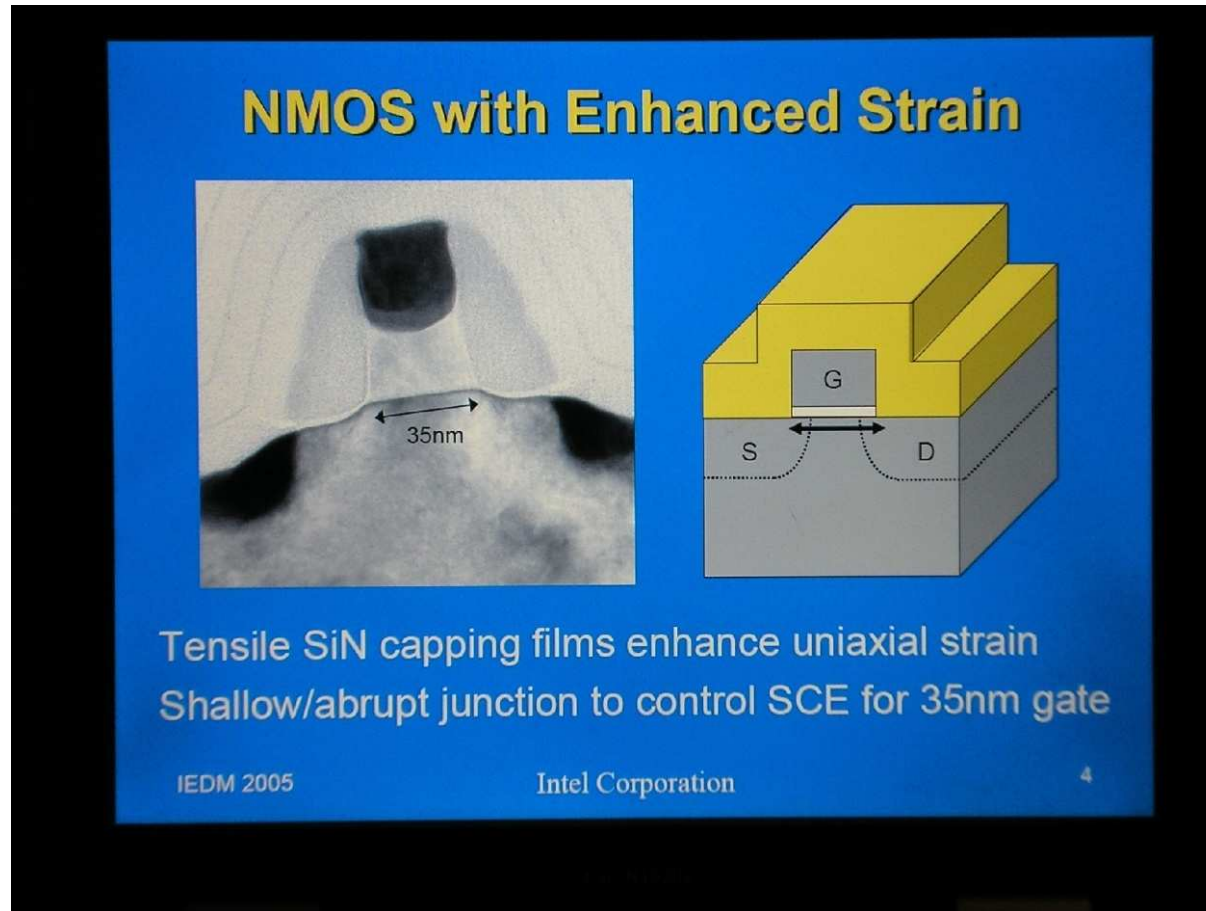
Tensile SiN capping films enhance uniaxial strain  
Shallow/abrupt junction to control SCE for 35nm gate

IEDM 2005

Intel Corporation

4

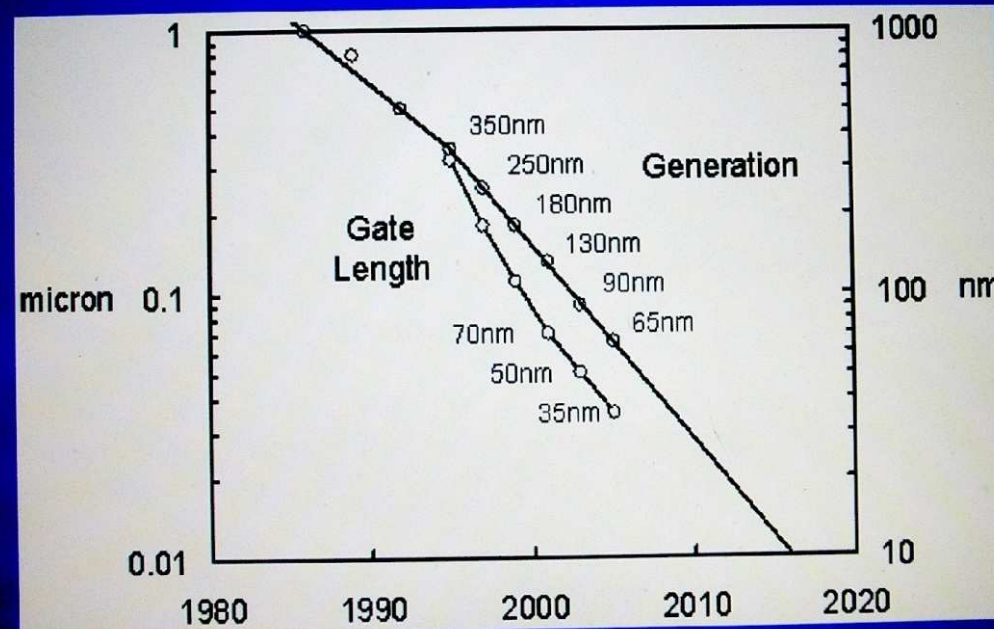
# Technologie 65 nm firmy Intel



Elektrony jsou zde jako malé nabitě kuličky, které přenášejí proud

# Technologie 65 nm firmy Intel

## Logic Transistor Gate Length Trend



65nm continues aggressive gate length scaling

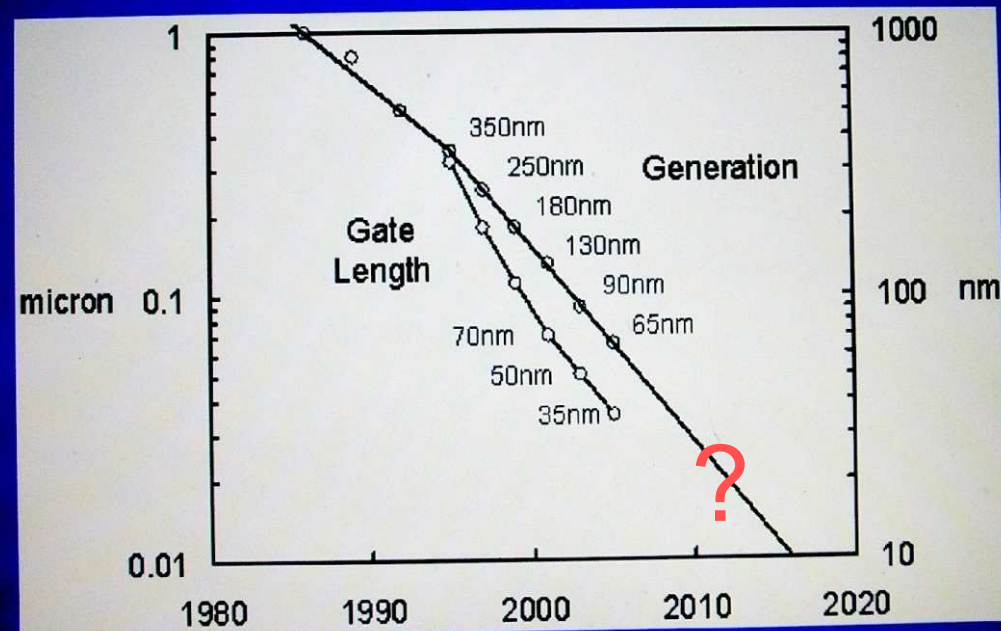
IEDM 2005

Intel Corporation

2

# Technologie 65 nm firmy Intel

## Logic Transistor Gate Length Trend



65nm continues aggressive gate length scaling

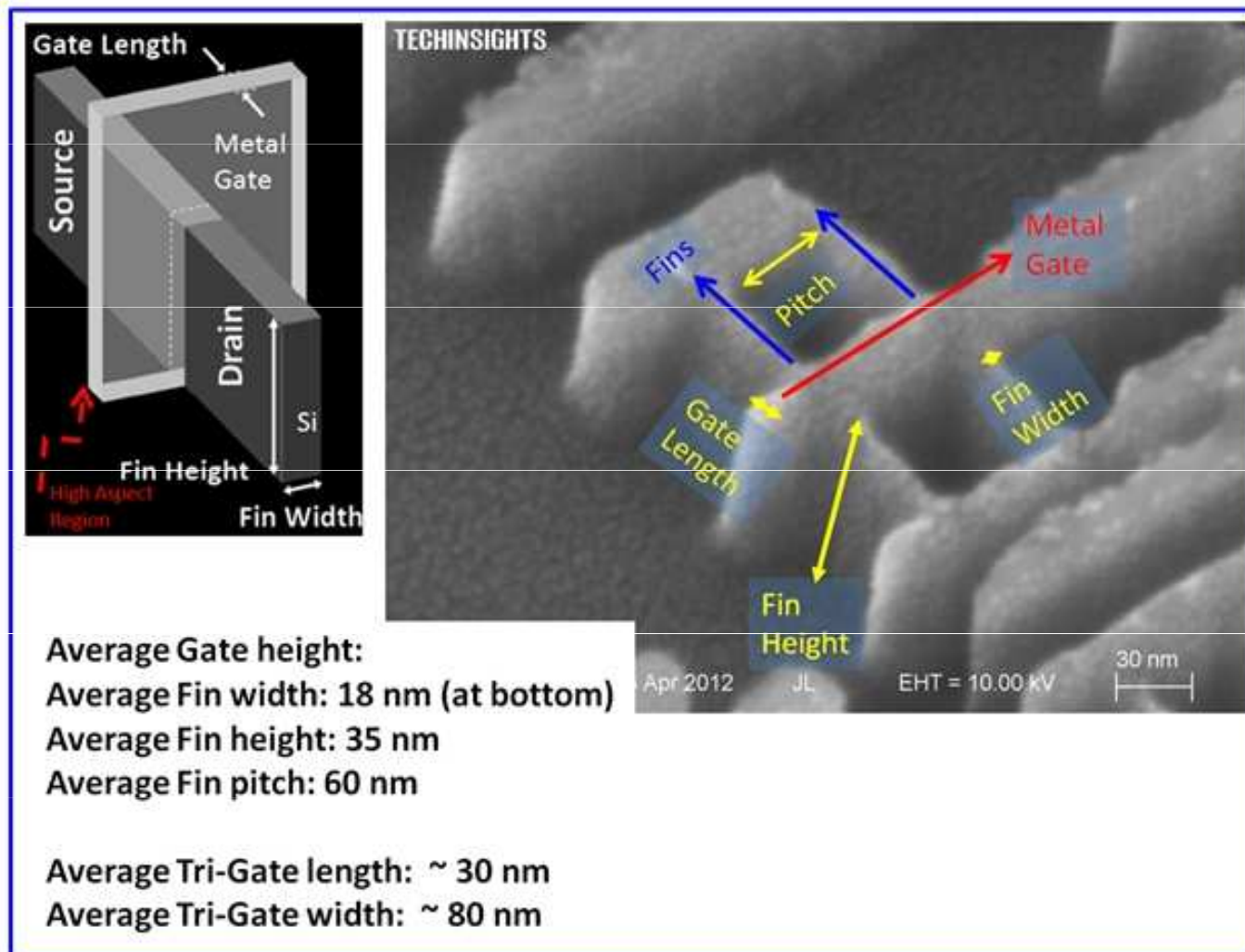
IEDM 2005

Intel Corporation

2

Postupné nenápadné přibližování ke kvantové limitě

# Intel 2012: technologie 22 nm (procesor i5 Ivy Bridge)



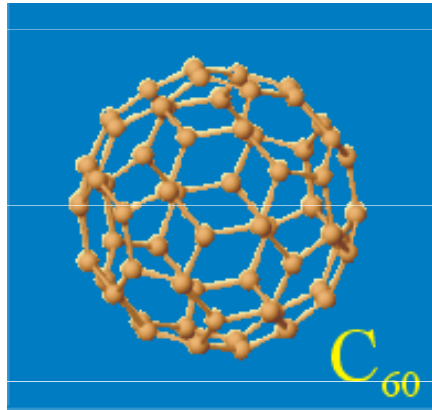
Technologická bariera: príliš krátká gate – prekonána ploutvemi (fins)

Ale elektrony se stále chovají jako nabité kuličky

*Rozmazané rozmezí  
klasického a kvantového světa*

**Difrakce velkých molekul:  
Téměř klasické objekty, součást sazí  
(soot) ... nebezpečný sub- $\mu\text{m}$  prach**

*Pokus A. Zeilingera a spol. s difrakcí fullerenu (1999)*



← 1 nm →

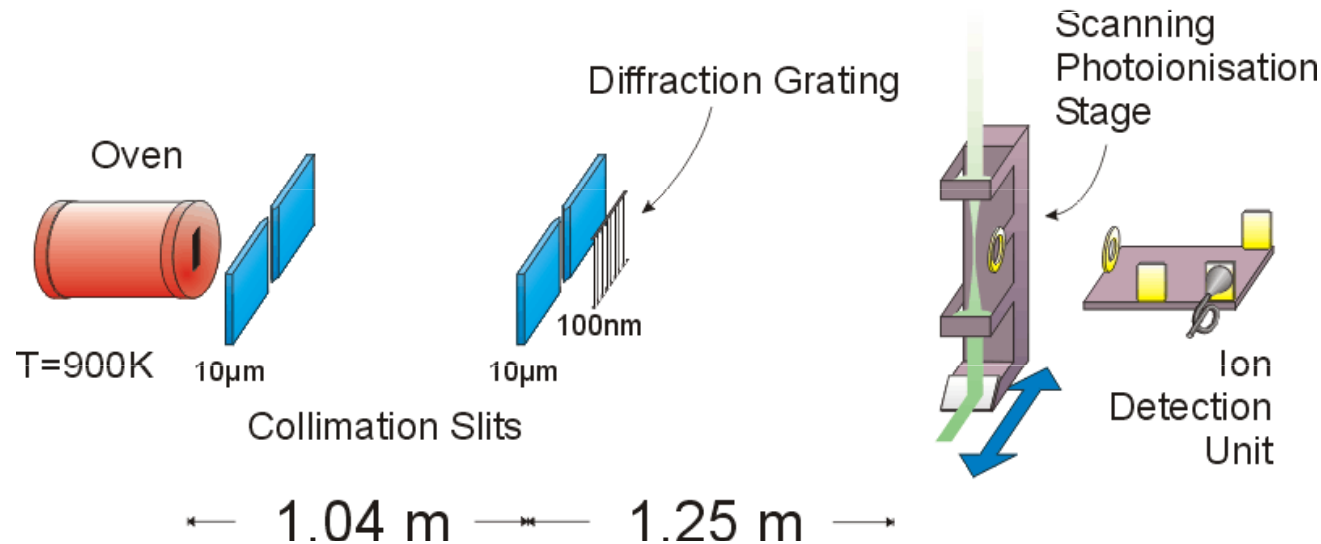
Fulleren  $C_{60}$

$$M = 60 \times 12 = 720$$

$$60 \times 6 = 360 \text{ elektronů}$$

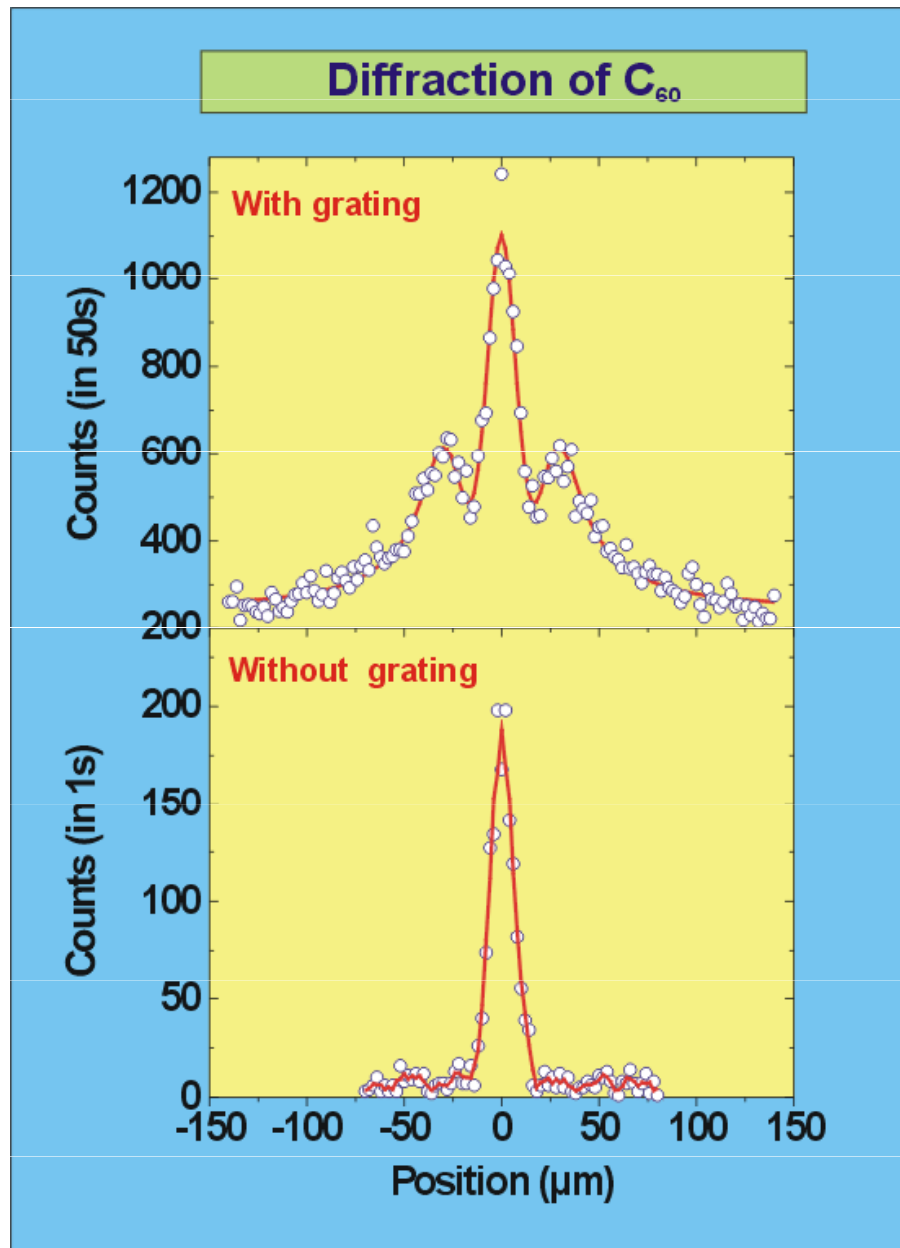
140 molekulárních vibrací

vnitřní energie 6 eV



Pressure  $\sim 5 \cdot 10^{-7}$  mbar

*Výsledky odpovídají teorii difrakce na mřížce*



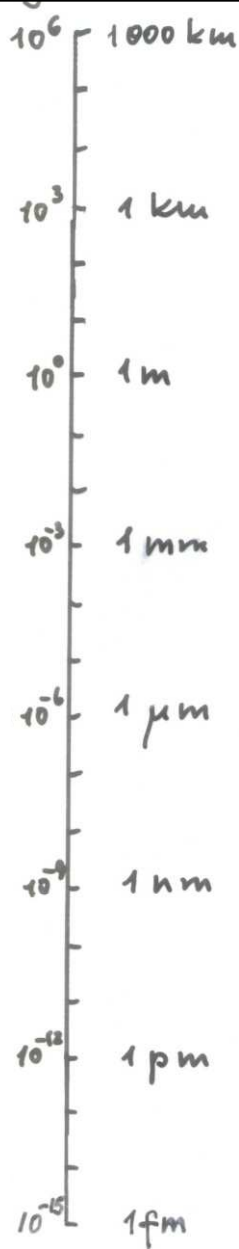
$$\lambda = 2.5 \text{ pm} = \frac{1}{400} \text{ průměr } C_{60}$$



# *Kvantové objekty a úkazy v makroskopickém světě*

**Ještě výrazněji:  
makroskopické se nekryje s klasickým,  
mikroskopické se nekryje s kvantovým**

# Klasický a kvantový svět



## KVANTOVÉ OBJEKTY makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

## meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

## mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický

makrosvět

vět



mesosvět

kvantový

mikrosvět

svět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

# *Bose-Einsteinova kondensace atomů v pastech*

Obláček atomů (alkalických kovů) za extrémně nízkých teplot přejde do zvláštního stavu – BE kondensátu, ve kterém všechny atomy se pohybují naprosto shodně, koherentně a dohromady vytvoří makroskopickou vlnovou funkci

*objeveno 1995*

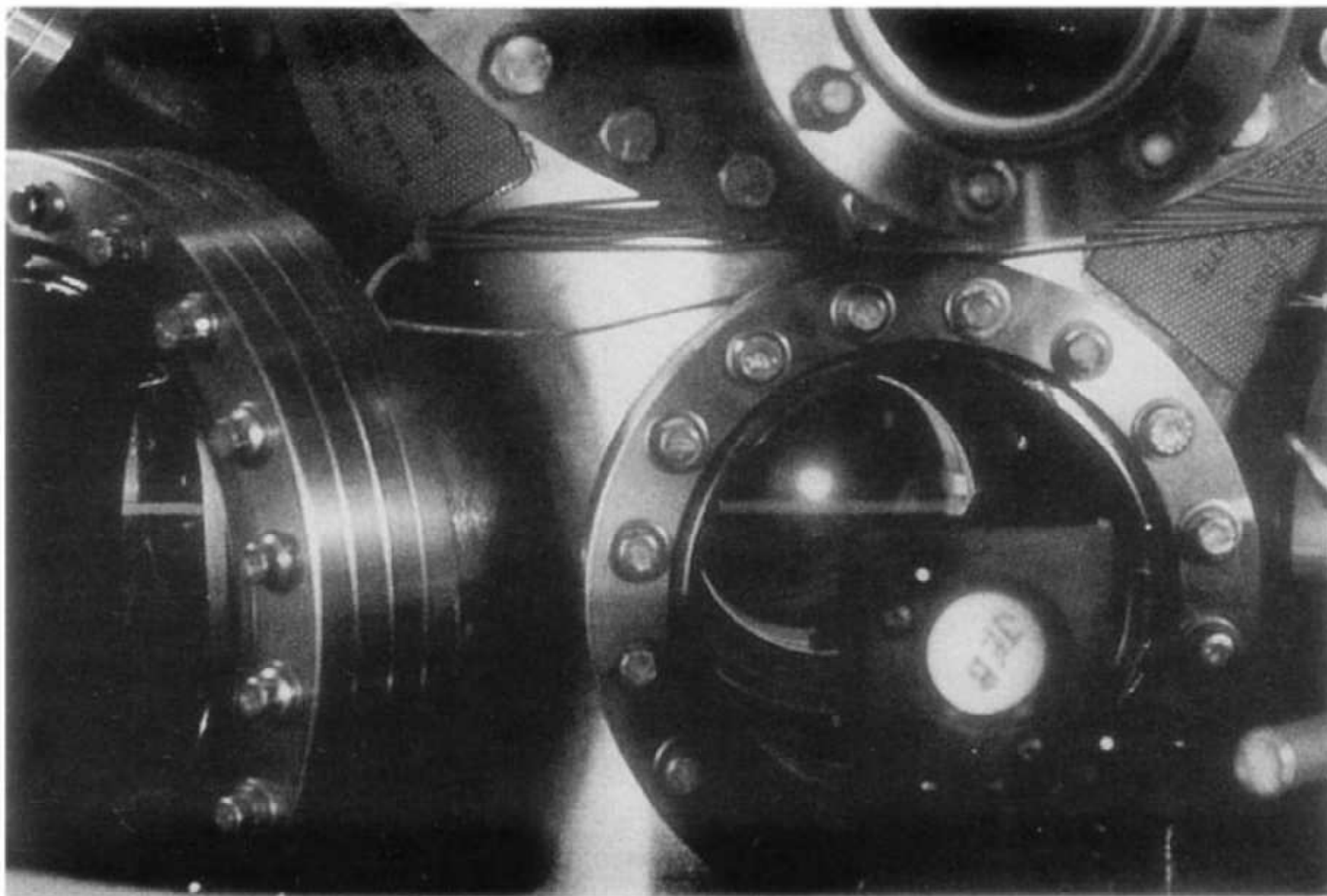
*Nobelova cena 2001*

Příbuzný jev – supratekutost znám v kapalném heliu od 30tých let

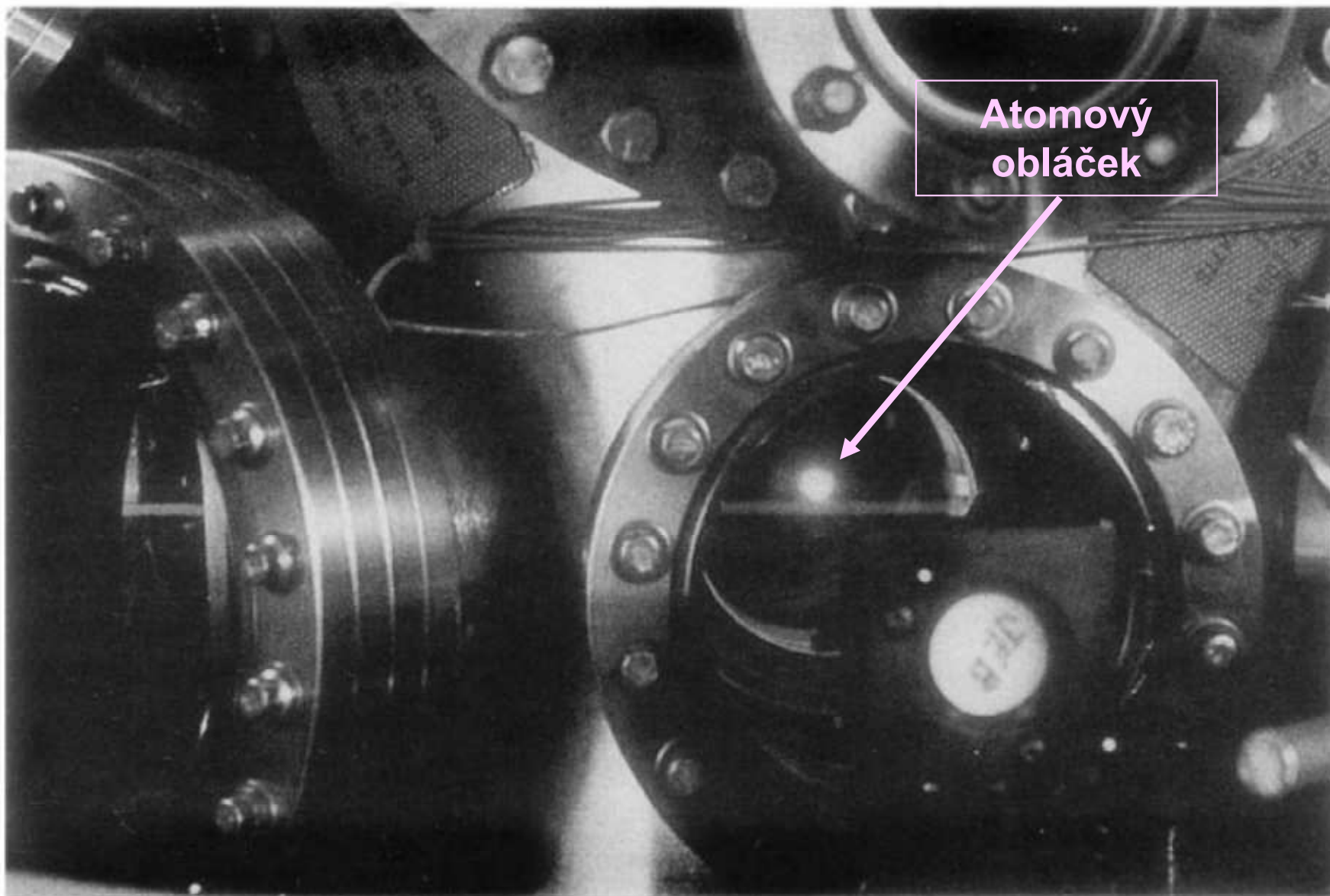
## PŘIBLIŽNÉ ÚDAJE KRITICKÝCH TEPLIT

system	$M$	$n$	$T_c$
He liquid	4	$2 \times 10^{28}$	1.47 K
Na trap	23	$2 \times 10^{20}$	1.19 $\mu$ K
Rb trap	87	$2 \times 10^{17}$	3.16 nK

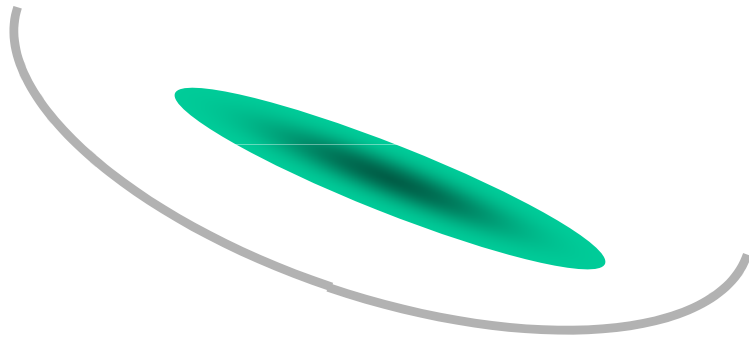
# *Atomový obláček*



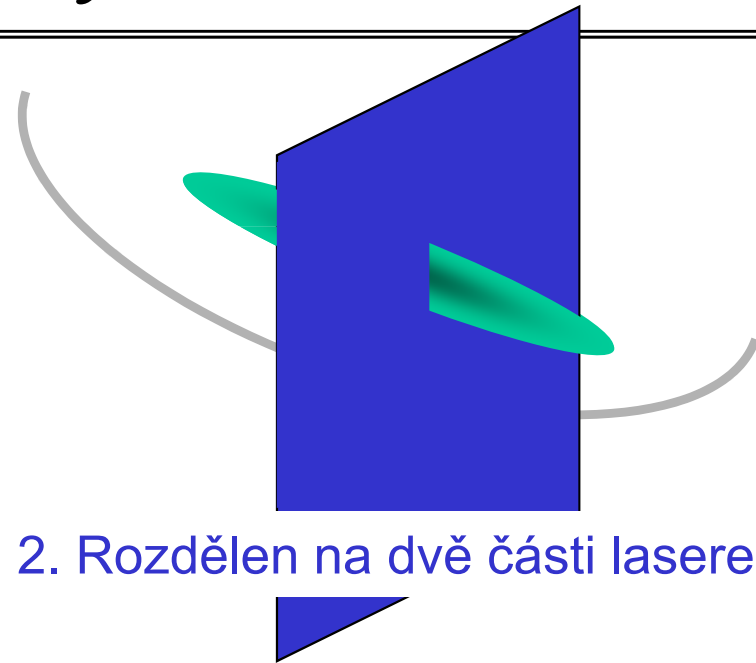
# *Atomový oblaček*



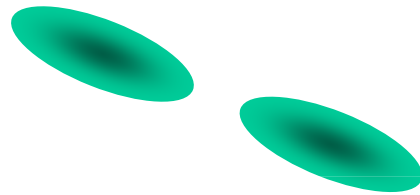
# Princip experimentu s interferencí atomů



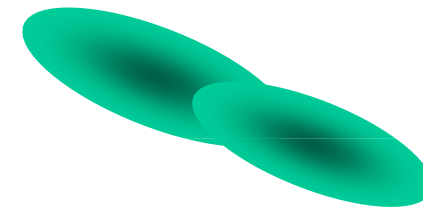
1. Atomový obláček vytvořený v pasti



2. Rozdělen na dvě části laserem



3. Past a laser vypnuty



4. Oba obláčky se roztékají, pronikají navzájem a interferují

# *Interference atomů BE zkonzensovaných v pastech*

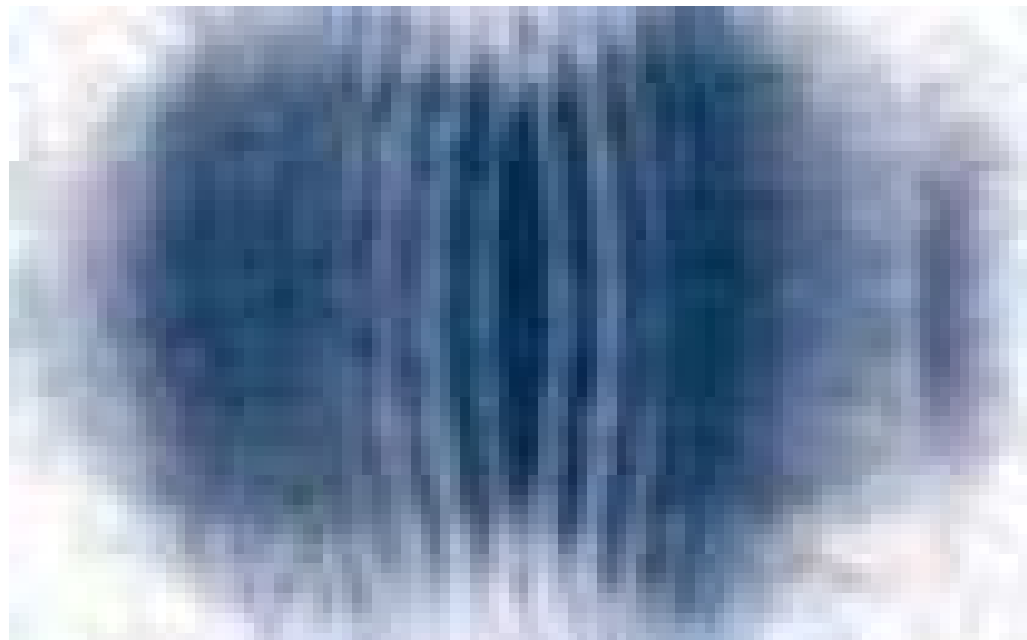
Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci

Experimentální důkaz:

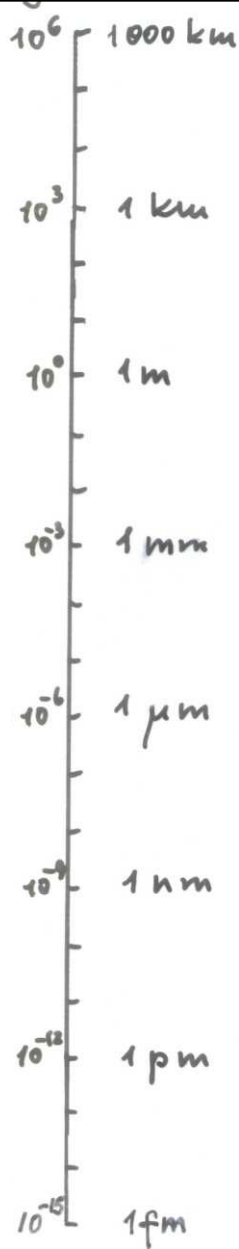
Dvě části obláčku rozdlené a opět se prolínající spolu interferují. Jsou to tedy koherentní (makroskopické) vlny

Vlnová délka v řádu desetin milimetru

*experiment ve skupině Ketterle a spol.*



# Klasický a kvantový svět



## KVANTOVÉ OBJEKTY makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

## meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

## mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět



mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

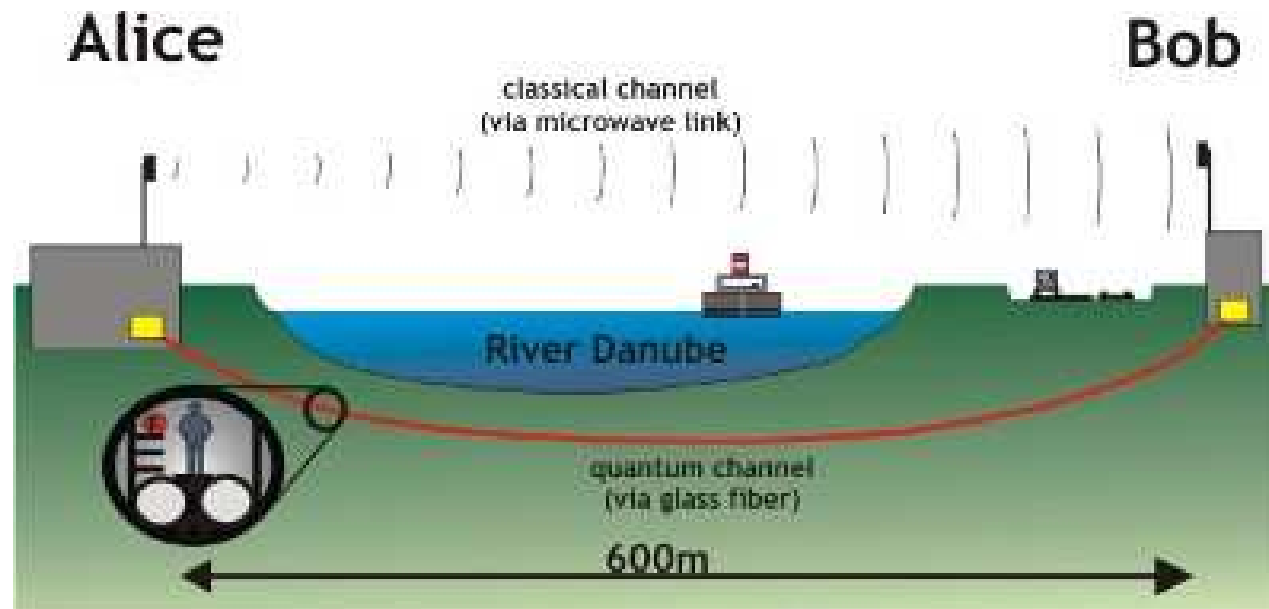
## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic



# Kvantová teleportace fotonů

Teleportace je založena na provázanosti (entanglement) vzdálených částí kvantového systému

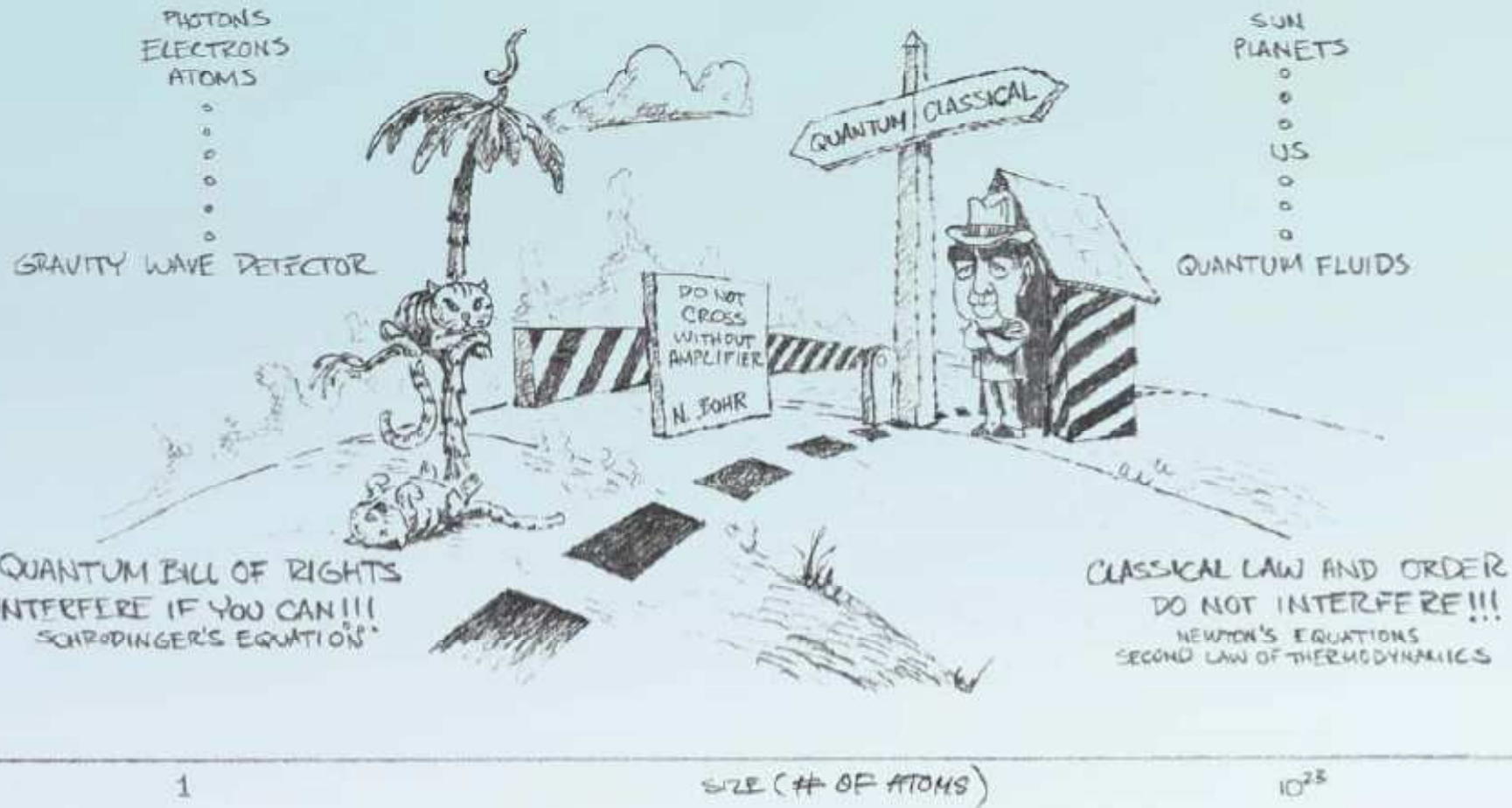


R. Ursin et.al: *Quantum Teleportation link across the Danube*, *Nature* **430**, 849 (2004)

# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN



# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

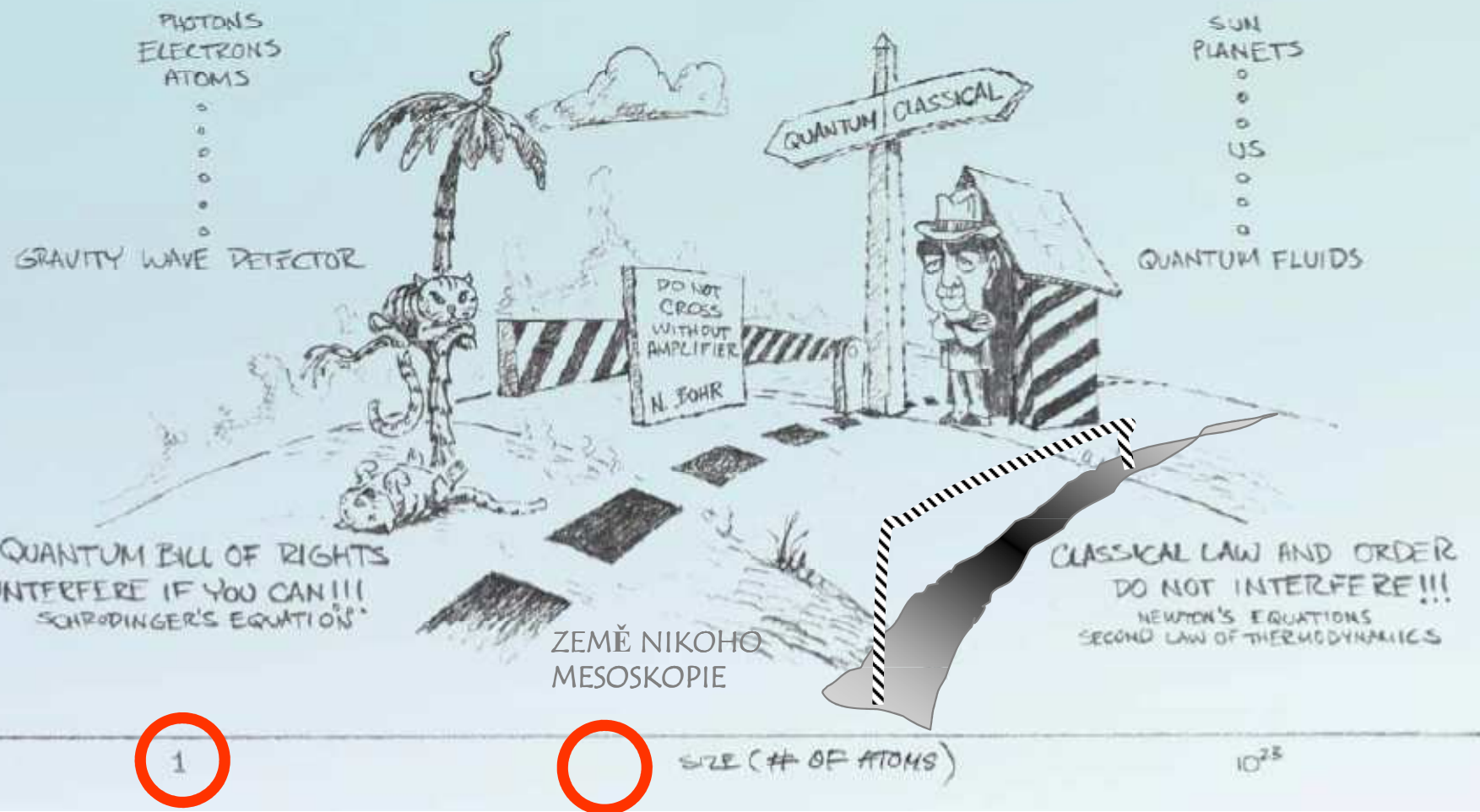
CLASSICAL DOMAIN



# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN



1

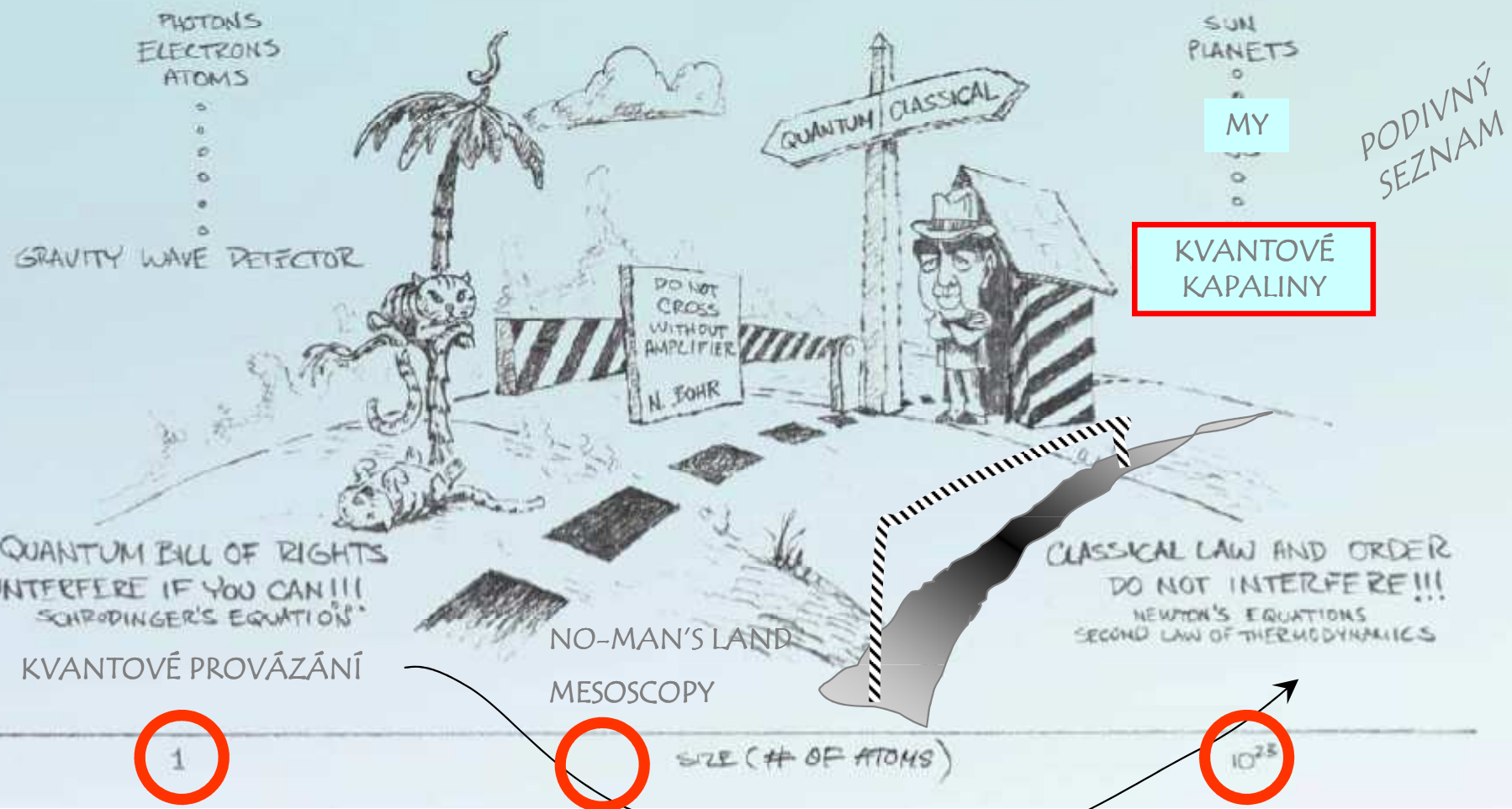
SIZE (# OF ATOMS)

$10^{23}$

# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN



1

$10^{23}$

## *Planckova konstanta*

Samotná velikost objektů není tedy rozhodující pro jejich kvantové chování.

Obecné kritérium je spíše, jak důležitá je pro daný problém Planckova konstanta.

# *Planckova konstanta*

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$



# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$        $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$        $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$
2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$       Planckův vztah

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$

Planckův vztah

3. Jako charakteristická mezní veličina  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$

relace neurčitosti

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

Více rolí Planckovy konstanty

DNES NE

- ~~1. V základních rovnicích~~  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$
2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$  Planckův vztah
3. Jako charakteristická mezní veličina  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$  relace neurčitosti

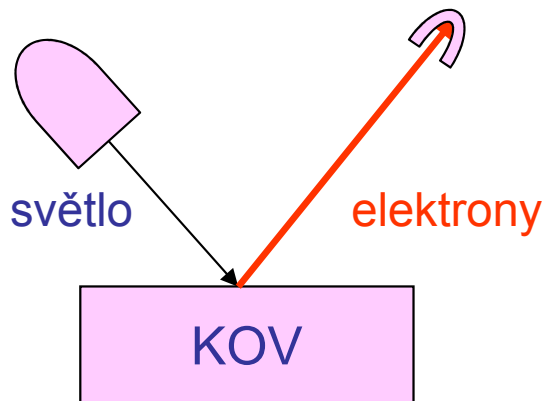
## 2. Planckova konstanta jako převodní koeficient

$$E = \hbar\omega = h\nu \quad \text{Planckův vztah}$$

Překlad mezi jazyky dvou teorií ... most C  $\leftrightarrow$  Q

„Světlo o frekvenci  $\nu$  je tvořeno fotony o energii  $E$ “

Tak uvažoval Einstein při vysvětlení **fotoefektu**



elektrony vyletují jen pro  $\nu > \nu_0$

Důvod:  $h\nu_0 \equiv W$  je **výstupní práce elektronu**

foton musí mít energii větší, aby ho vyrval.

*Einstein 1905 ... NP 1921*

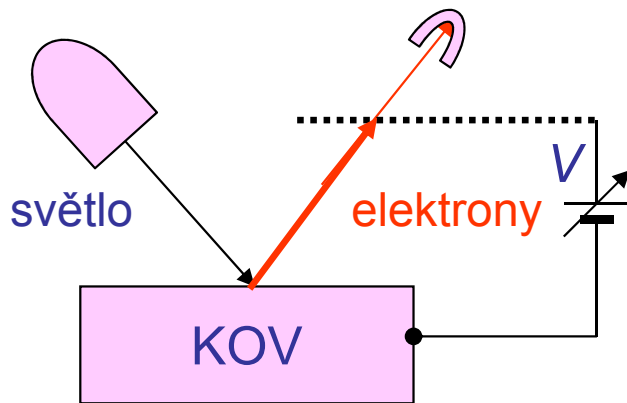
## 2. Planckova konstanta jako převodní koeficient

$$E = \hbar\omega = h\nu \quad \text{Planckův vztah}$$

Překlad mezi jazyky dvou teorií ... most C  $\leftrightarrow$  Q

„Světlo o frekvenci  $\nu$  je tvořeno fotony o energii  $E$ “

Tak uvažoval Einstein při vysvětlení **fotoefektu**



elektrony vyletují jen pro  $\nu > \nu_0$

Důvod:  $h\nu_0 \equiv W$  je **výstupní práce elektronu**

foton musí mít energii větší, aby ho vyrval.

*Einstein 1905 ... NP 1921*

**Experiment zejména Lenard .... NP 1905**

Určení energie elektronu ... brzdný potenciál

$$E_{\text{kin}} = h\nu - W = e \cdot V$$

elektronvolt

## Odbočka: děsivé hodnoty a šikovní jednotky

Uvažme, že

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Je rozumné si zavést jednotky atomistice přiměřené.  
Např. (v rámci zákonné soustavy SI)

nm, eV, fs

1 eV je energie, kterou elementární náboj získá při  
průchodu potenciálním rozdílem 1 V,

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Pak vyjde neobyčejně šikovně

$$\hbar = 0.66 \text{ eVfs}$$

$$m_e = 5.7 \text{ eVfs}^2 \text{nm}^{-2}$$



## Odbočka: děsivé hodnoty a šikovní jednotky

Uvažme, že

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Je rozumné si zavést jednotky atomistice přiměřené.  
Např. (v rámci zákonné soustavy SI)

nm, eV, fs

1 eV je energie, kterou elementární náboj získá při  
průchodu potenciálním rozdílem 1 V,

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Pak vyjde neobyčejně šikovně

$$\hbar = 0.66 \text{ eVfs}$$

$$m_e = 5.7 \text{ eVfs}^2 \text{nm}^{-2}$$

Ještě lepší je přejít k **přirozeným jednotkám**

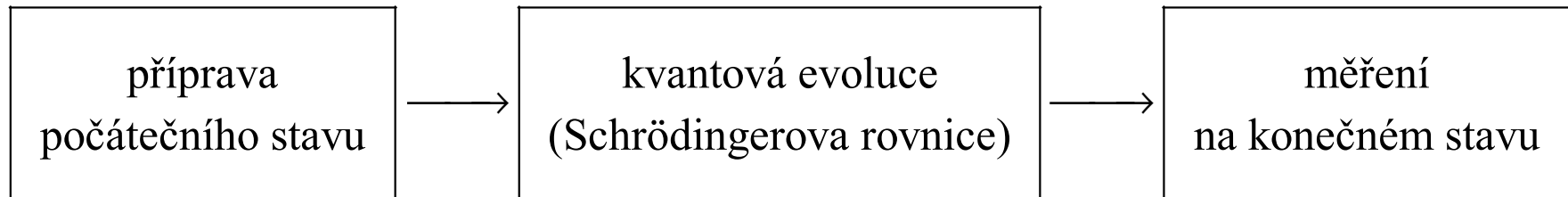
$$m_e = e = \hbar = 1 \quad \dots \text{ za chvíli}$$

### 3. Planckova konstanta jako hraniční hodnota

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Matematické vyjádření Heisenbergova principu

#### KVANTOVÝ EXPERIMENT



opakované měření souřadnice  $\rightarrow x_\ell \rightarrow \frac{1}{N} \sum x_\ell \rightarrow \langle x \rangle$  střední hodnota  
 $(\Delta x)^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$  neurčitost

opakované měření hybnosti  $\rightarrow p_\ell \rightarrow \frac{1}{N} \sum p_\ell \rightarrow \langle p \rangle$  střední hodnota  
 $(\Delta p)^2 = \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$  neurčitost

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar$$

# Relace neurčitosti -- aplikace

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Propojíme prostorovou rozlehlost  $L$  a energii  $E$  vázaného stavu částice o hmotnosti  $m$  ... *kriterium ultrakvantového režimu*

1. krok kinetická energie částice ve vázaném stavu (v potenciál. jámě)

$$mE_{\text{kin}} \approx (\Delta p)^2$$

energie kvant. fluktuací

2. krok odhad z relace neurčitosti

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} \approx \frac{\hbar}{L}$$

~ příznak ultrakvantového stavu

3. krok kinetická a celková energie stejného řádu

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2$$

Platí pro coulombickou interakci:  
⇒ Stabilita atomů a hmoty vůbec

# Relace neurčitosti -- aplikace

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Propojíme prostorovou rozlehlost  $L$  a energii  $E$  vázaného stavu částice o hmotnosti  $m$  ... *kriterium superkvantového režimu*

1. krok kinetická energie částice ve vázaném stavu (v potenciál. jámě)

$$mE_{\text{kin}} \approx (\Delta p)^2$$

2. krok odhad z relace neurčitosti

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} \approx \frac{\hbar}{L}$$

3. krok kinetická a celková energie stejného řádu

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2$$

zkusíme pro atomy

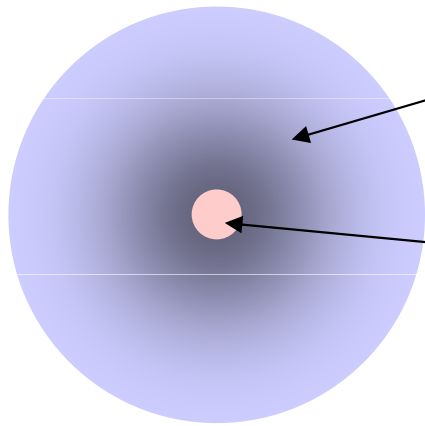
## *Velikost atomů*

Jaké jsou empirické údaje o velikosti atomů

Jaké jsou teoretické důvody pro tyto údaje

Test pomocí relací neurčitosti

# Opakování o atomech



OBAL  
Z elektronů

JÁDRO  
Z protonů  
N=A-Z neutronů

atom  ${}^A_Z X$

náboj jádra

$$Q = Z |e|$$

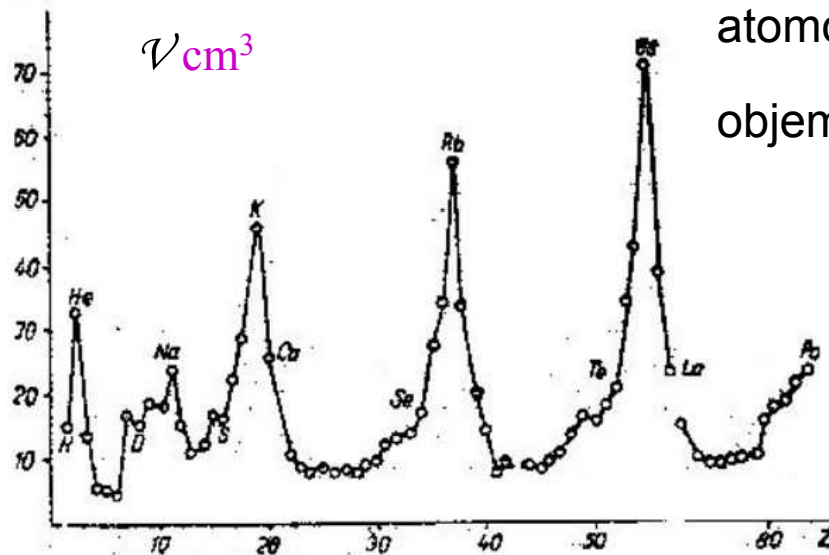
hmotnost atomu

$$M \sim A \text{ u}$$

poloměr jádra

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$



atomový objem = rel. at. hmotnost  $\text{g} / 10^3 \times$  hustota

objem na atom = atomový objem / Avogadr. číslo

$$V = 10^{-3} M / \rho$$

$$r = \left( \frac{3}{4\pi} \times V / N_A \right)^{1/3}$$

... odhad z empirických dat

Obr. 4. Závislost atomového objemu na atomovém čísle

## Odhad ionizační energie atomu z relace neurčitosti

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2 \quad \text{obecný vztah}$$

$$m_e \cdot I \cdot r^2 \approx \hbar^2 \quad \text{odhad ionizačního potenciálu}$$

použijeme našich jednotek nm, eV, fs

$$\frac{\hbar^2}{m_e} = \frac{0,66^2}{5,7} \approx 0.076$$

Empirické poloměry atomů mají hodnoty v řádu 0,1 nm (1Å)

Energie valenčních elektronů v atomech pak vycházejí v řádu eV

# Odhad ionizační energie atomu z relace neurčitosti

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2 \quad \text{obecný vztah}$$

$$m_e \cdot I \cdot r^2 \approx \hbar^2 \quad \text{odhad ionizačního potenciálu}$$

použijeme našich jednotek nm, eV, fs

$$\frac{\hbar^2}{m_e} = \frac{0,66^2}{5,7} \approx 0.076$$

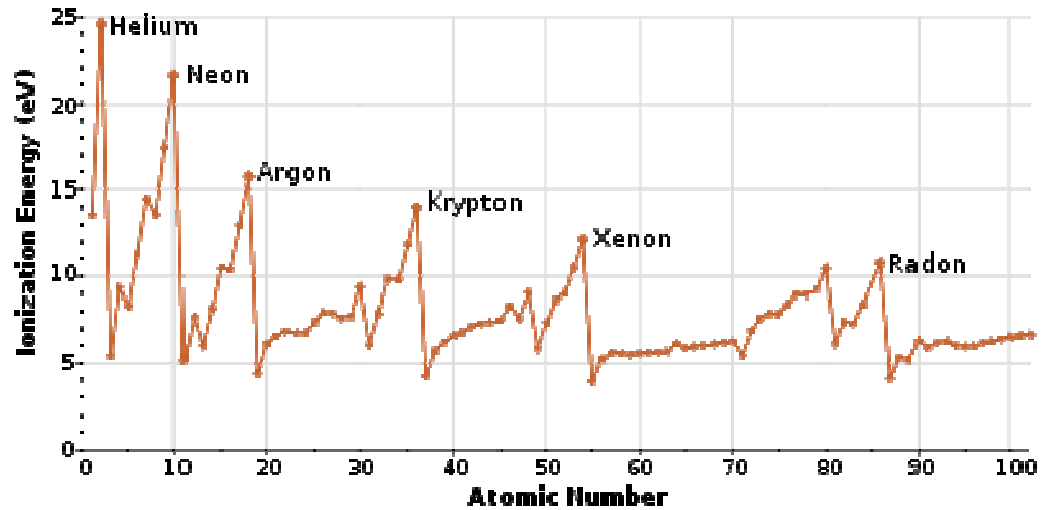
Empirické poloměry atomů mají hodnoty v řádu 0,1 nm (1Å)

Energie valenčních elektronů v atomech pak vycházejí v řádu eV

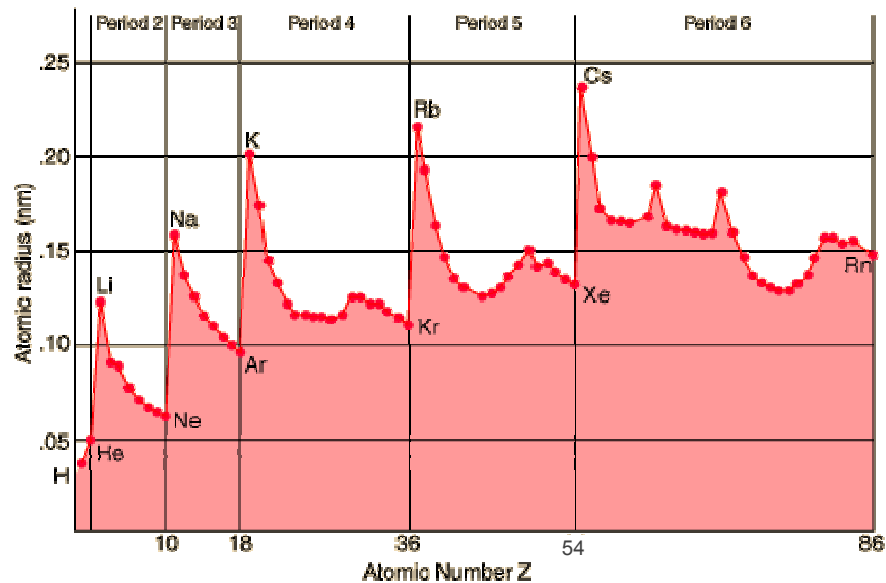
v tabulkách lze ověřit, že je to  
správný odhad



# Ionizační energie a poloměry prvků



$$I \approx \frac{\hbar^2}{m_e r^2} \approx \frac{0.076}{r^2}$$



*Planckova konstanta jako součást  
teoretického aparátu kvantové teorie*

Jako příklad použijeme původní Bohrovy teorie  
atomu vodíku.

Ta je teoreticky překonaná, ale všichni ji známe a  
vykazuje charakteristickou strukturu, nad kterou se  
zamyslíme

*Z Bohrovy práce o atomu vodíku*

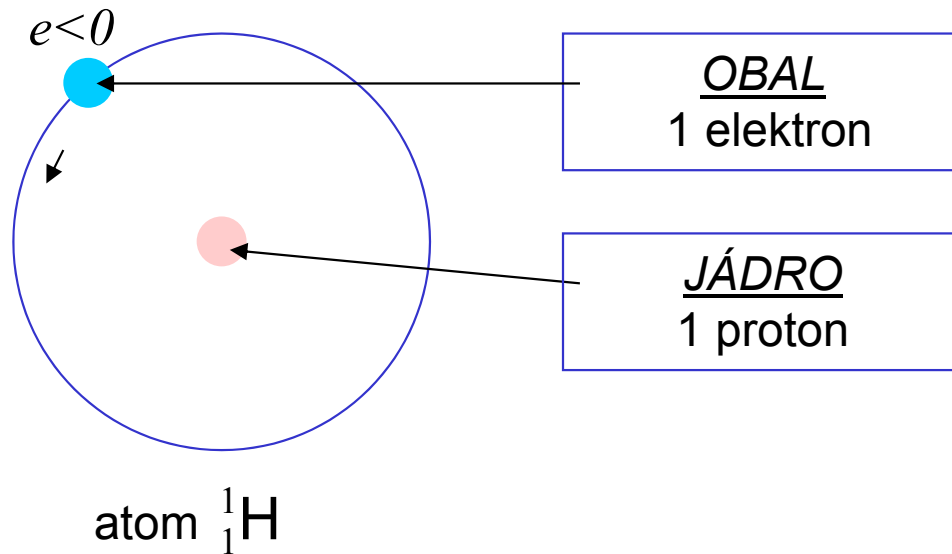
N. Bohr, Philos. Mag. **26**, 1

**1913**

*On the Constitution of Atoms and Molecules*

N. Bohr,  
*Dr. phil. Copenhagen*  
(Received July 1913)

# Semiklasický popis atomu vodíku podle Bohra



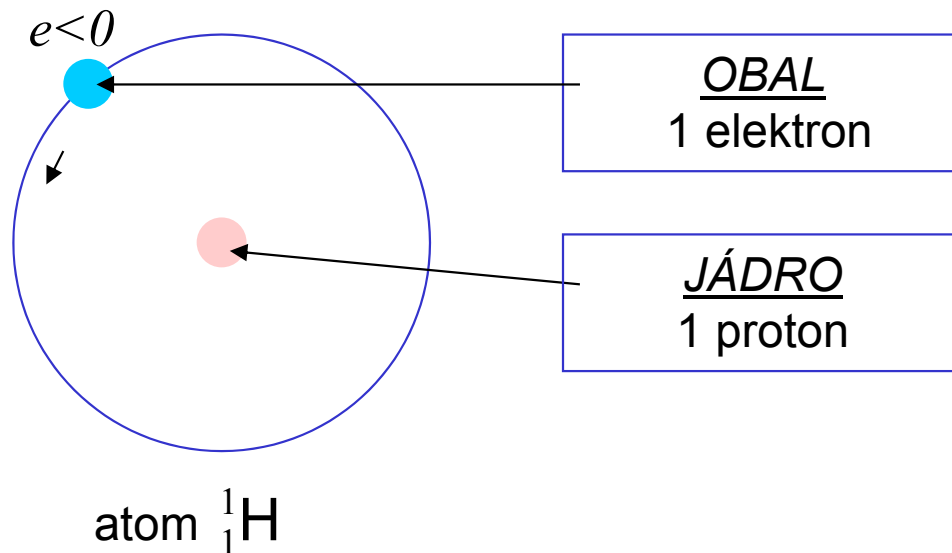
náboj jádra	$Q =  e $
hmotnost atomu	$M \sim u \gg m_e$
poloměr jádra	$R = r_0 \ll r$
	$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$

- Elektron obíhá rychlostí  $v$  kolem nehybného jádra. Má hybnost  $p = m_e v$ , moment hybnosti  $m_e v r$ , odstředivá síla je  $m_e v^2/r$  ... všechno klasické
- Přitahován je coulombickou silou

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \equiv \frac{e'^2}{r^2}$$

- Připojeno je kvantování, prostřednictvím *kvanta akce*, Planckovy konstanty  $\hbar$ .
- Veličina ke kvantování vhodná má rozměr akce. To je právě moment hybnosti.

# Semiklasický popis atomu vodíku podle Bohra



náboj jádra	$Q =  e $
hmotnost atomu	$M \sim u \gg m_e$
poloměr jádra	$R = r_0 \ll r$
	$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$

- Elektron obíhá rychlostí  $v$  kolem nehybného jádra. Má hybnost  $p = m_e v$ , moment hybnosti  $m_e v r$ , odstředivá síla je  $m_e v^2/r$  ... všechno klasické
- Přitahován je coulombickou silou

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \equiv \frac{e'^2}{r^2}$$

- Připojeno je kvantování, prostřednictvím kvanta akce, Planckovy konstanty  $\hbar$ .
- Veličina ke kvantování vhodná má rozměr akce. To je právě moment hybnosti.

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

odstř. síla = dostř. síla

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e'^2}{r^2}$$

Klasická podmínka

kvantování momentu hybnosti

$$m_e r v = k \cdot \hbar, \quad k = 1, 2, \dots$$

Kvantová podmínka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

odstř. síla = dostř. síla

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e'^2}{r^2}$$

Klasická podmínka

kvantování momentu hybnosti

$$m_e r v = k \cdot \hbar, \quad k = 1, 2, \dots$$

Kvantová podmínka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

2x ionizační energie vodíku

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

$$m_e v^2 = e^2$$

Klasická podmínka

o tyto výpočty nejde,  
důležité je podívat se na výsledek  
který je exaktní

kvantování

hka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV



# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

$$m_e v^2 = e^2 / r$$

Klasická podmínka

o tyto výpočty nejde, důležité je podívat se na výsledek který je exaktní

kvantování

hka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2}$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}$$

shoduje se s odhadem  
z relací neurčitosti

## *Přirozené jednotky*

Rozměrové úvahy a zavedení  
přirozených jednotek

jsou založeny na víře (dobře již osvědčené), že  
rozměrová úvaha vede k výsledku, který se od  
přesného liší jen numerickým faktorem v řádu  
jednotek

# *Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)*

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

*Gravitační zákon*

$$F = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2}$$

# *Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)*

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

**c** Teorie elektromagnetického pole  
*Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice*

$$\partial_{tt}\mathbf{E} - c^2 \Delta \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

# Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

**c** Teorie elektromagnetického pole

**$\hbar$**  Kvantová teorie  
*Komutační relace, Schrödingerova rovnice*

$$[x, p] = i\hbar$$

$$i\hbar\partial_t\psi = H\psi$$

# Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

***G*** Klasická mechanika a teorie gravitace

***c*** Teorie elektromagnetického pole

***ħ*** Kvantová teorie  
*Komutační relace, Schrödingerova rovnice*

$$[x, p] = i\hbar$$

$$i\hbar\partial_t\psi = H\psi$$

O této trojici za chvíli více

# Další universální konstanty

Jiný typ universálních konstant – charakteristiky částic

		elektron	proton
vlastnosti částic	náboje	elektrické $-e$	$+e$
		gravitační $m_e$	$m_p$
	hmotnosti	$m_e$	$m_p$

# Další universální konstanty

Jiný typ universálních konstant – charakteristiky částic

		elektron	proton
vlastnosti částic	náboje	elektrické $-e$	$+e$
	hmotnosti	gravitační $m_e$	$m_p$
		$m_e$	$m_p$

## SOUHRN -- ATOMOVÁ FYSIKA

univ. konstanty	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	$e$
			$\frac{h}{2\pi}$	$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$			
bezrozměrné kombinace				$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c}$	$\frac{m_p}{m_e}$	$\alpha_G = \frac{Gm_p^2}{\hbar c}$	



# Další universální konstanty

Jiný typ universálních konstant – charakteristiky částic

		elektron		proton	
		náboje	gravitační	náboje	gravitační
vlastnosti částic	{	elektrické	$-e$	$+e$	
		$m_e$	$m_e$	$m_p$	$m_p$
	{	hmotnosti	$m_e$	$m_p$	

## SOUHRN -- ATOMOVÁ FYSIKA

univ. konstanty	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	$e$
bezrozměrné kombinace	$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c}$		$\frac{m_p}{m_e}$	$\alpha_G = \frac{Gm_p^2}{\hbar c}$			

# Přirozené jednotky ve fyzice

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## VÝHODNÉ VLASTNOSTI PŘIROZENÝCH JEDNOTEK

1. Fundamentální -- nezávislé na lidské libovůli, přesnosti a stálosti etalonů
2. Fundamentální -- vystihují hluboké souvislosti fyzikálních zákonů
3. Praktická -- hodnoty měřených veličin mají příjemný rozsah a jsou snadné k interpretaci
4. Praktická -- rovnice se zjednoduší, mají bezrozměrné koeficienty, zpravidla malých celočíselných hodnot nebo zlomků jako  $\frac{1}{2}$
5. Fundamentální&Praktická -- výpočty zůstávají v platnosti i po zpřesnění hodnot univerzálních konstant

## *Fundamentální konstanty, jak je znal Bohr 1913*

Putting in the above expressions  $\tau = 1$  and  $E = e$ , and introducing the experimental values

$$e = 4.7 \cdot 10^{-10}, \quad \frac{e}{m} = 5.31 \cdot 10^{17}, \quad h = 6.5 \cdot 10^{-27},$$

we get

$$2a = 1.1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}, \quad \omega = 6.2 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{sec}}, \quad \frac{W}{e} = 13 \text{ volt.}$$

We see that these values are of the same order of magnitude as the linear dimensions of the atoms, the optical frequencies, and the ionization- potentials.

## *Fundamentální konstanty, jak je znal Bohr 1913*

Putting in the above expressions  $\tau = 1$  and  $E = e$ , and introducing the experimental values

$$e = 4.7 \cdot 10^{-10}, \quad \frac{e}{m} = 5.31 \cdot 10^{17}, \quad h = 6.5 \cdot 10^{-27},$$

we get

$$2a = 1.1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}, \quad \omega = 6.2 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{sec}}, \quad \frac{W}{e} = 13 \text{ volt.}$$

We see that these values are of the same order of magnitude as the linear dimensions of the atoms, the optical frequencies, and the ionization- potentials.

DOPORUČENÉ HODNOTY CODATA 2010

$$W = 13.605\,692\,53(30) \text{ eV}$$

$$a = 0.529\,177\,210\,92(17) \times 10^{-10} \text{ m}$$

## *Atomové přirozené jednotky*

Jsou nejvhodnější pro atomární soustavy  
... relativní jednotky, kde  
jeden elektron, jeden proton, jeden atom vodíku  
slouží jako etalon

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•	•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

Atomové jednotky

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•	•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha** → **relevantní veličiny**

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha → relevantní veličiny**
- Dvě podmínky pro Bohrovův poloměr a Hartreeho energii  
(rozměrové kombinace ... kinetická energie a Coulomb. potenciál. energie)

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}, \quad E_0 = \frac{e'^2}{a_0}$$



# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha** → **relevantní veličiny**
- Dvě podmínky pro Bohrovův poloměr a Hartreeho energii  
(rozměrové kombinace ... kinetická energie a Coulomb. potenciál. energie)

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}, \quad E_0 = \frac{e'^2}{a_0}$$

- Výsledek

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2}, \quad E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

v plné shodě s  
Bohrovou teorií

## *Z Bohrovy práce o atomu vodíku: nezbytnost Planckovy konstanty*

The way of considering a problem of this kind has, however, undergone essential alterations in recent years owing to the development of the theory of the energy radiation, and the direct affirmation of the new assumptions introduced in this theory, found by experiments on very different phenomena such as specific heats, photoelectric effect, Röntgen-rays, & c. The result of the discussion of these questions seems to be a general acknowledgment of the inadequacy of the classical electrodynamics in describing the behaviour of system of atomic size.<sup>4</sup> Whatever the alteration in the laws of motion of the electrons may be, it seems necessary to introduce in the laws in question a quantity foreign to the classical electrodynamics, i.e., Planck's constant, or as it often is called the elementary quantum of action. By the introduction of this quantity the question of the stable configuration of the electrons in the atoms is essentially changed, as this constant is of such dimensions and magnitude that it, together with the mass and charge of the particles, can determine a length of the order of magnitude required.

... nedostatečnost klasické elektrodynamiky při popisu chování systémů atomárních rozměrů. Ať již změny v pohybových zákonech pro elektrony budou jakékoli, zdá se nezbytné, aby do těchto zákonů byla zavedena veličina cizí klasické elektrodynamice, totiž Planckova konstanta, nebo, jak je často zvána, elementární kvantum akce. Zavedením této veličiny se otázka stabilních konfigurací elektronů v atomech zásadně mění, protože tato konstanta má takový rozměr a takovou velikost, že může, ve spojení s hmotností a nábojem těchto částic, vymezit délku požadovaného řádu velikosti.

# Atomové přirozené jednotky

zákl. konstanty	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$
			$e$

$$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2}$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

$$\ell_0 = \hbar$$

$$p_0 = \frac{\hbar}{a_0} = \frac{m_e e'^2}{\hbar}$$

$$v_0 = \frac{p_0}{m_e} = \frac{e'^2}{\hbar}$$

$$t_0 = \frac{\hbar}{E_0} = \frac{\hbar^3}{m_e e'^4}$$

# Atomové přirozené jednotky -- měřítko světa atomů

zákl. konstanty	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$e$
-----------------	---------	--------	-------	-----

$$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2} = 4.36 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$\ell_0 = \hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$p_0 = \frac{\hbar}{a_0} = \frac{m_e e'^2}{\hbar} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ m}$$

$$v_0 = \frac{p_0}{m_e} = \frac{e'^2}{\hbar} = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$t_0 = \frac{\hbar}{E_0} = \frac{\hbar^3}{m_e e'^4} = 2.42 \times 10^{-17} \text{ s}$$

# Atomové přirozené jednotky a relativita

zákl. konstanty	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$e$
-----------------	---------	--------	-------	-----

$$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m} = \alpha^{-1} \cdot \frac{\hbar}{m_e c} \equiv \alpha^{-1} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \lambda_C$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2} = 4.36 \times 10^{-18} \text{ J} = \alpha^2 \cdot m_e c^2$$

$$\ell_0 = \hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$p_0 = \frac{\hbar}{a_0} = \frac{m_e e'^2}{\hbar} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ m} = \alpha \cdot m_e c$$

$$v_0 = \frac{p_0}{m_e} = \frac{e'^2}{\hbar} = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s} = \alpha \cdot c \quad \boxed{c = 137 \text{ a.u.}}$$

$$t_0 = \frac{\hbar}{E_0} = \frac{\hbar^3}{m_e e'^4} = 2.42 \times 10^{-17} \text{ s}$$

# *Planckovy přirozené jednotky*

Byly první a zdály se hodně divné,  
ale ...

# Planckovy "přirozené" jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Planckovy jednotky

- Sestavíme veličiny o rozměru **délka, hmotnost, čas**
- To jsou Planckovy jednotky, historicky první *přirozené jednotky* ... jak je navrhl 1899, sotva svou konstantu zavedl, ještě bez dnešní interpretace
- Hodnoty Planckových jednotek jsou poněkud zarážející

$$\ell_P = \left( \hbar G / c^3 \right)^{\frac{1}{2}} = 4.13 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$m_P = \left( \hbar c / G \right)^{\frac{1}{2}} = 5.56 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$t_P = \left( \hbar G / c^5 \right)^{\frac{1}{2}} = 1.38 \times 10^{-43} \text{ s}$$

## Hlubší pohled na Planckovu volbu: $(c\hbar G)$ schéma

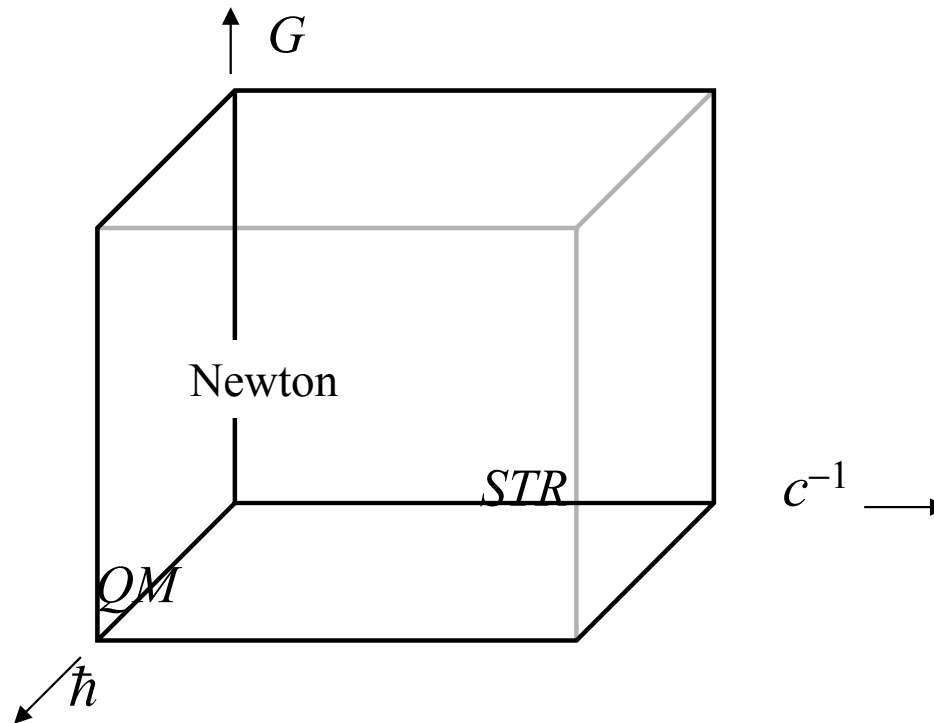
V atomové fyzice jsou jádra neměnná tělíska (téměř).

**Působí dvě universální interakce: gravitační a elektromagnetická**

Podmínky jejich působení lze znázornit v  $(c\hbar G)$  schématu, které má Newtonův svět v počátku, tři hlavní teorie na osách.

Příklady: STR je důležitá, jestliže typická rychlost  $v \approx c, v/c \approx 1$ , atd.

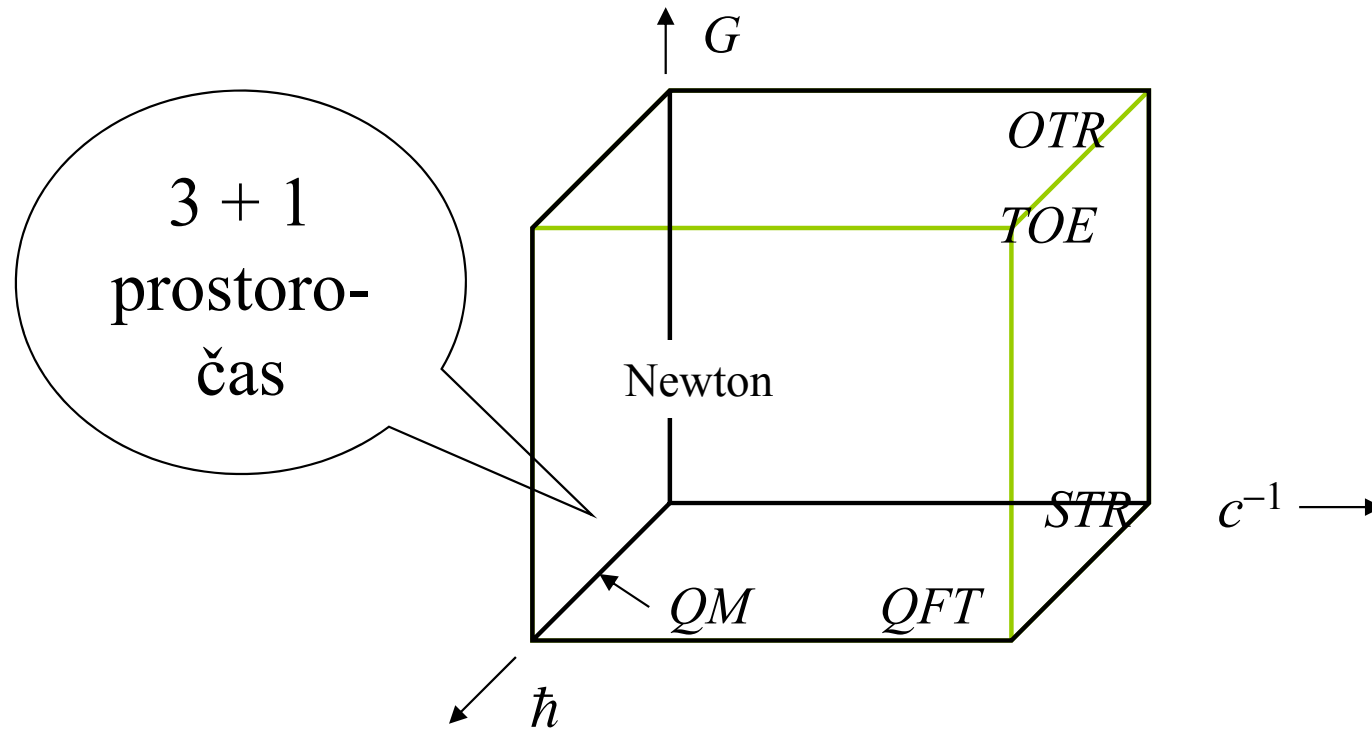
QM — " — , kvantum akce  $\hbar$  není zanedbatelné





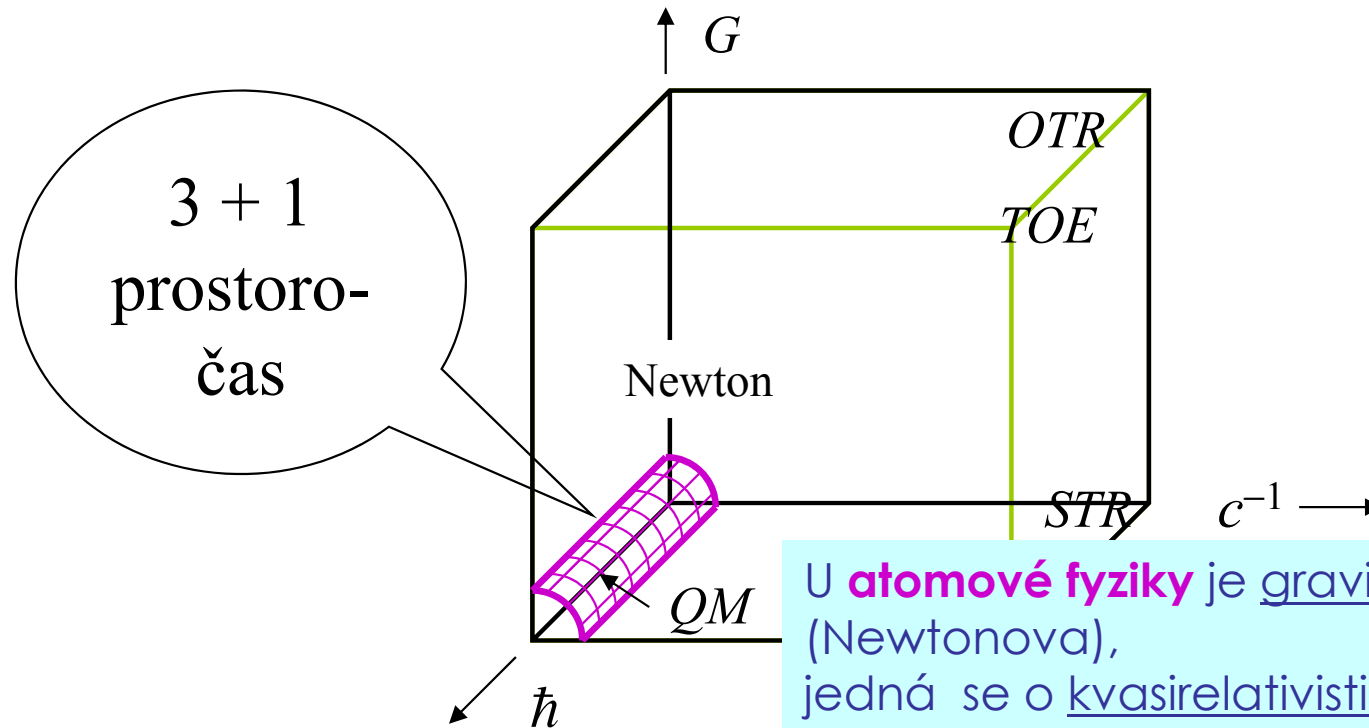
# Hlubší pohled na Planckovu volbu: ( $c\hbar G$ ) schéma

	$G$	$c^{-1}$	$\hbar$
Newtonova gravitace	•		
speciální relativita		•	
NR kvantová mechanika			•
obecná relativita (teorie gravitace)	•	•	
kvantová teorie pole (včetně QED)		•	•
teorie všeho (kvantová gravitace)	•	•	•



# Hlubší pohled na Planckovu volbu: ( $c\hbar G$ ) schéma

	$G$	$c^{-1}$	$\hbar$
Newtonova gravitace	•		
speciální relativita		•	
NR kvantová mechanika			•
obecná relativita (teorie gravitace)	•	•	
kvantová teorie pole (včetně QED)		•	•
teorie všeho (kvantová gravitace)	•	•	•



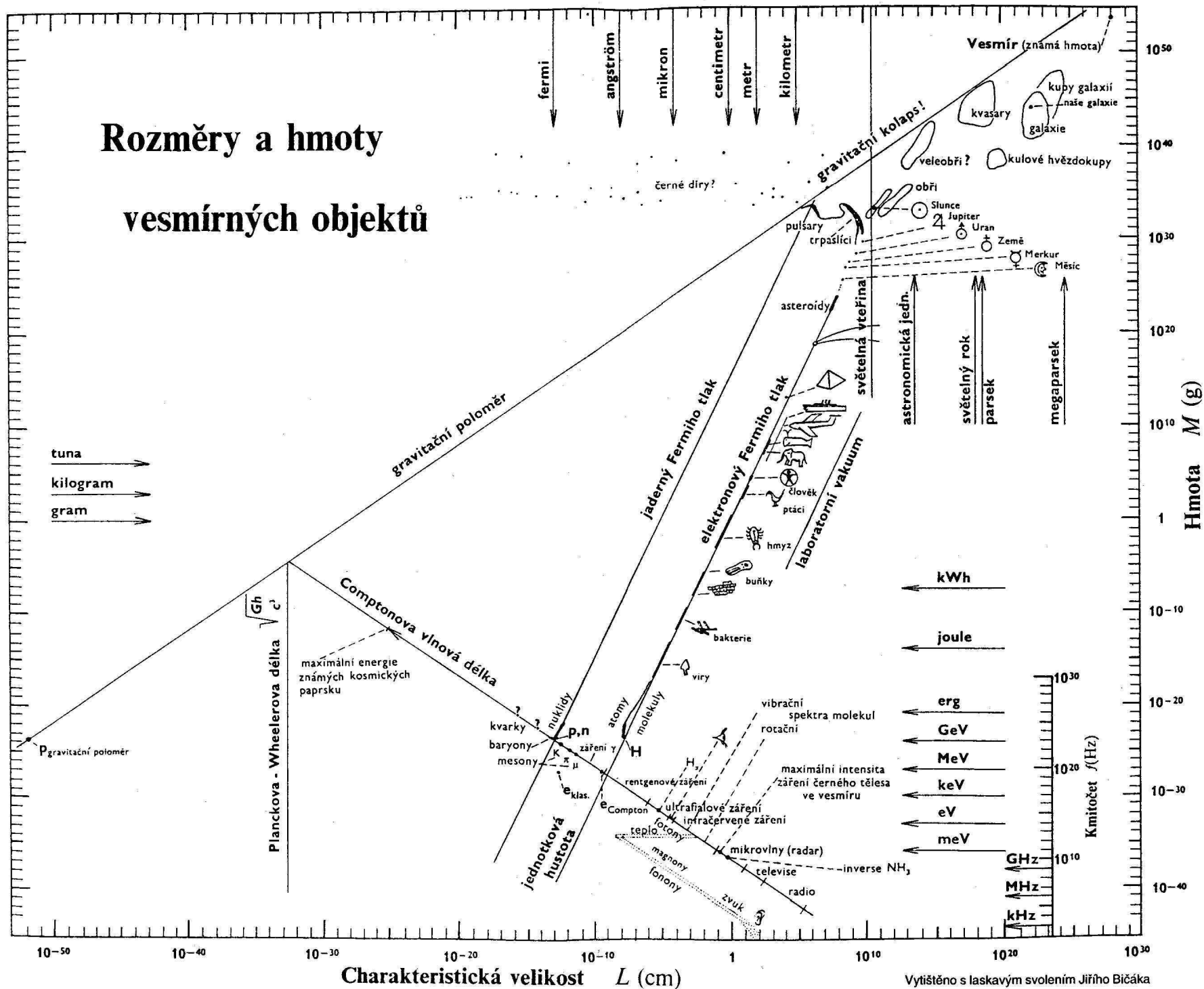
U **atomové fyziky** je gravitace slabá (Newtonova), jedná se o kvasirelativistickou limitu, zato **kvantové efekty jsou započteny plně**.

## *Bičákov diagram*

Zveřejněný již před mnoha lety ve  
Žlutém časopisu (Čs. čas. fys.)  
mírně zastaralý,  
ale stále inspirující.

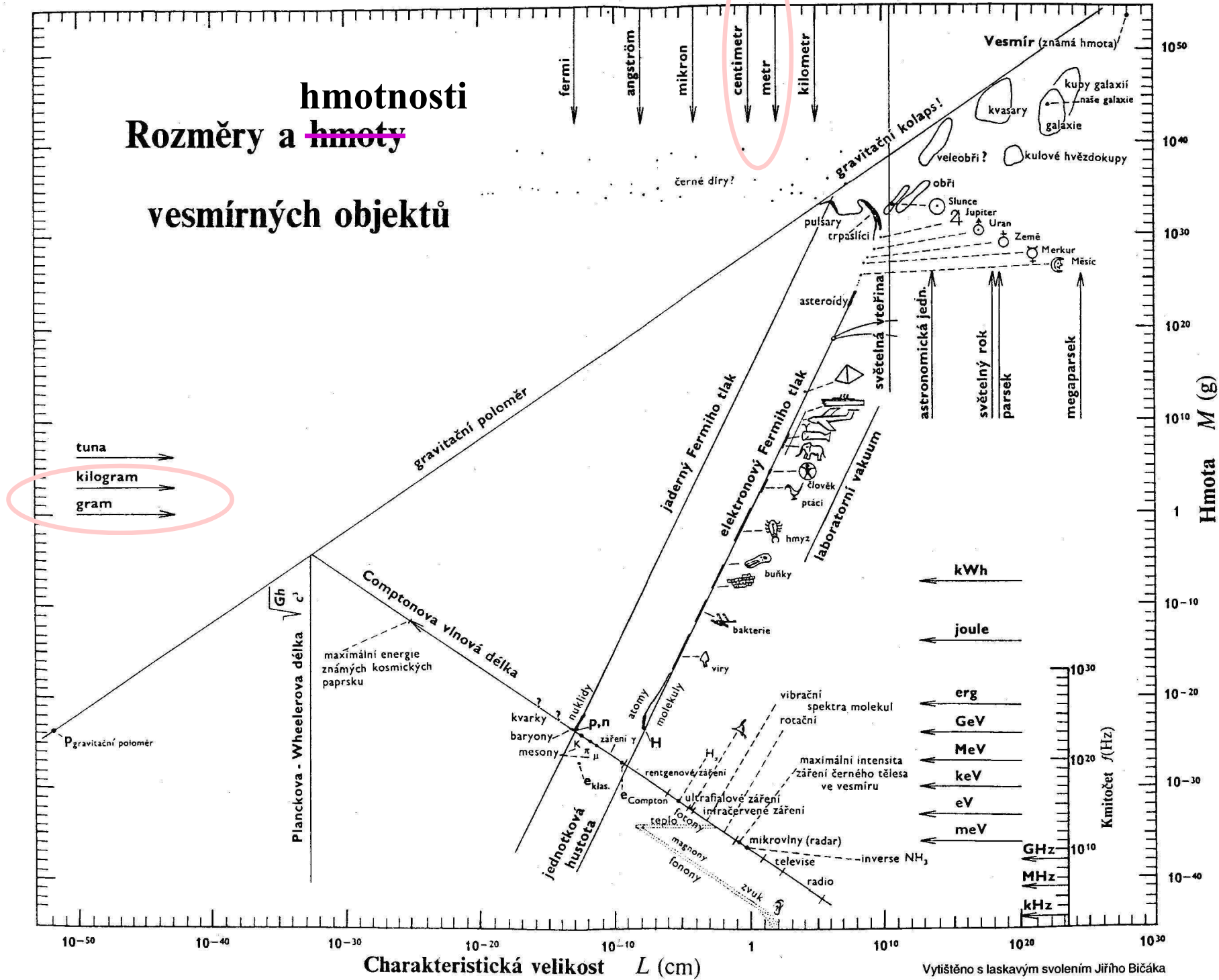
My se podíváme z hledisek důležitých pro  
atomistiku

# Rozměry a hmoty vesmírných objektů



Vytlačeno s laskavým svolením Jiřího Bičáka

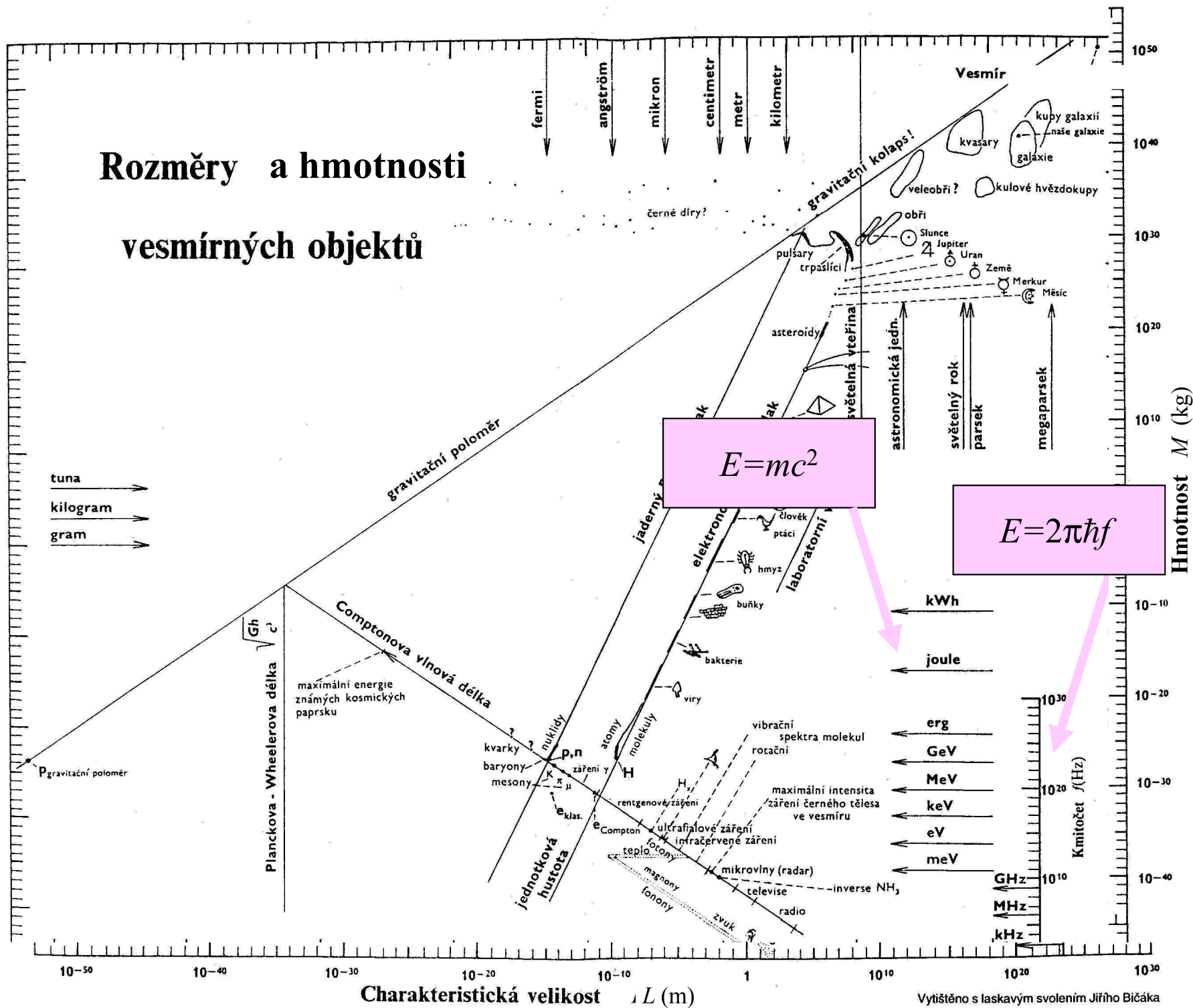
# hmotnosti Rozměry a ~~hmoty~~ vesmírných objektů



Vytlačeno s laskavým svolením Jiřího Bičáka



# Rozměry a hmotnosti vesmírných objektů



## *Dvojlogaritmické měřítko*

$$Y = K \cdot X^{\alpha}$$

se zobrazí jako

$$\log Y = \log K + \alpha \cdot \log X$$



## *Dvojlogaritmické měřítko*

$$Y = K \cdot X^\alpha$$

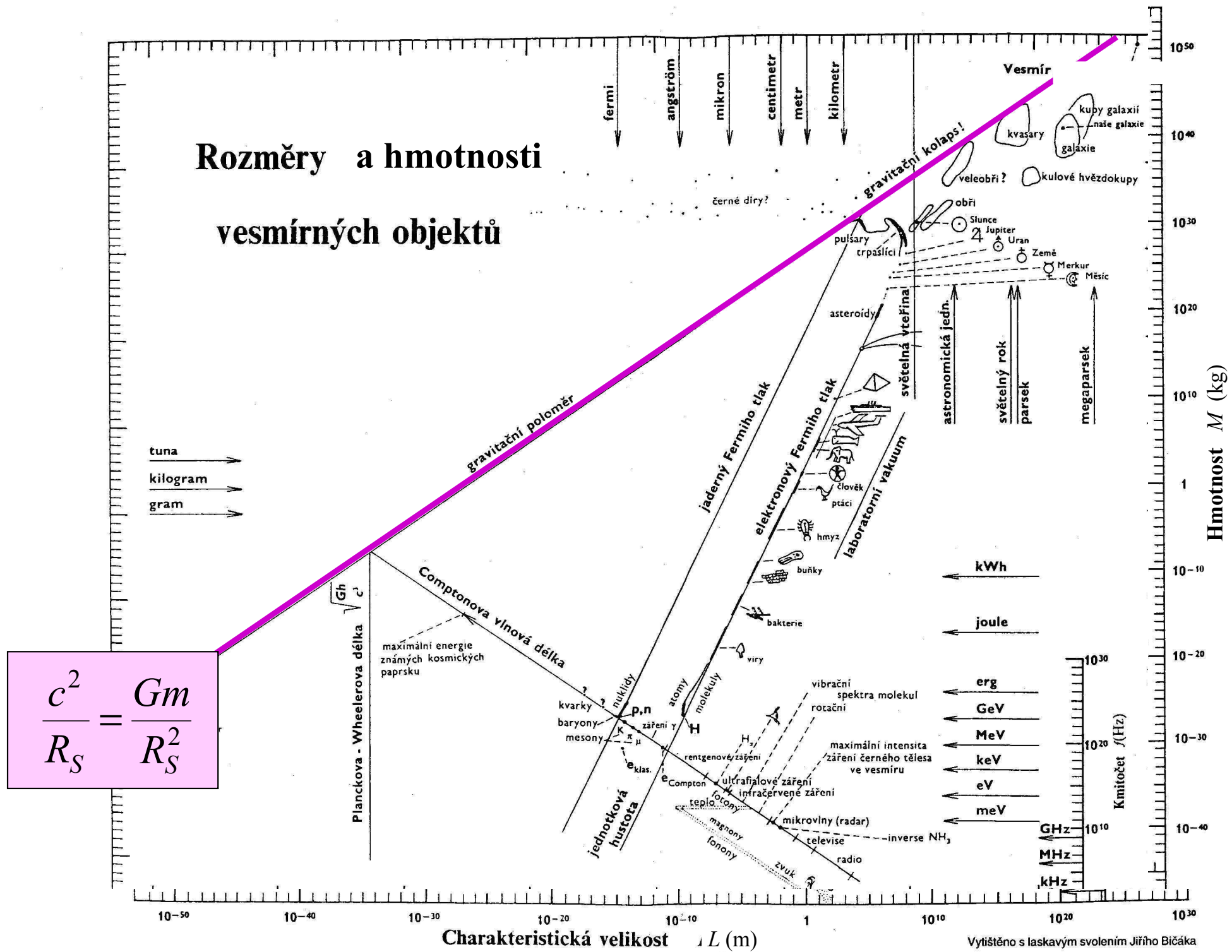
se zobrazí jako

$$\log Y = \log K + \alpha \cdot \log X$$

Krásné, ale ošidné:

logaritmus se mění pomalu

# Rozměry a hmotnosti vesmírných objektů









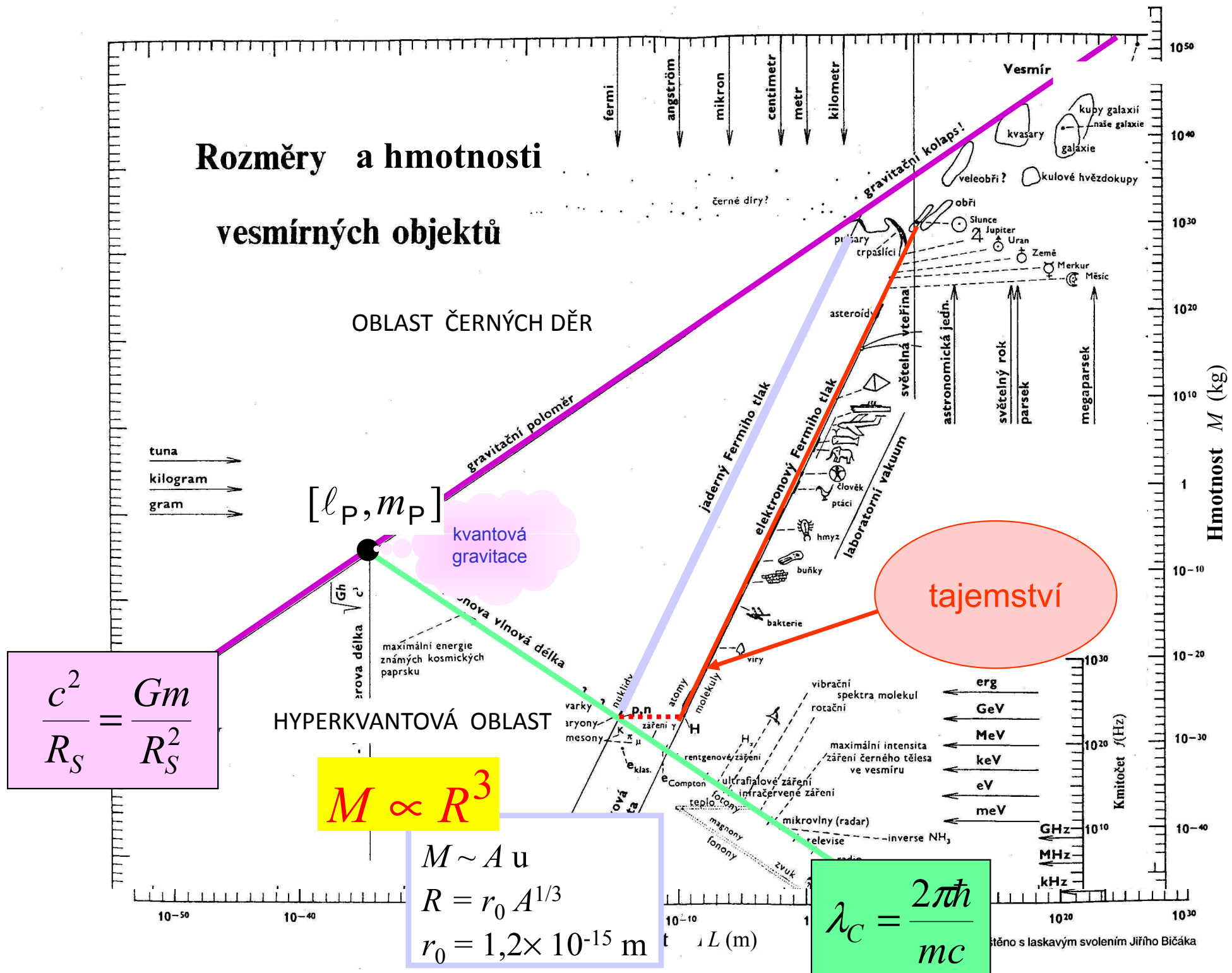








# Rozměry a hmotnosti vesmírných objektů



$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$

tuna  
kilogram  
gram

Hmotnost  $M$  (kg)

$10^{-50}$   $10^{-40}$

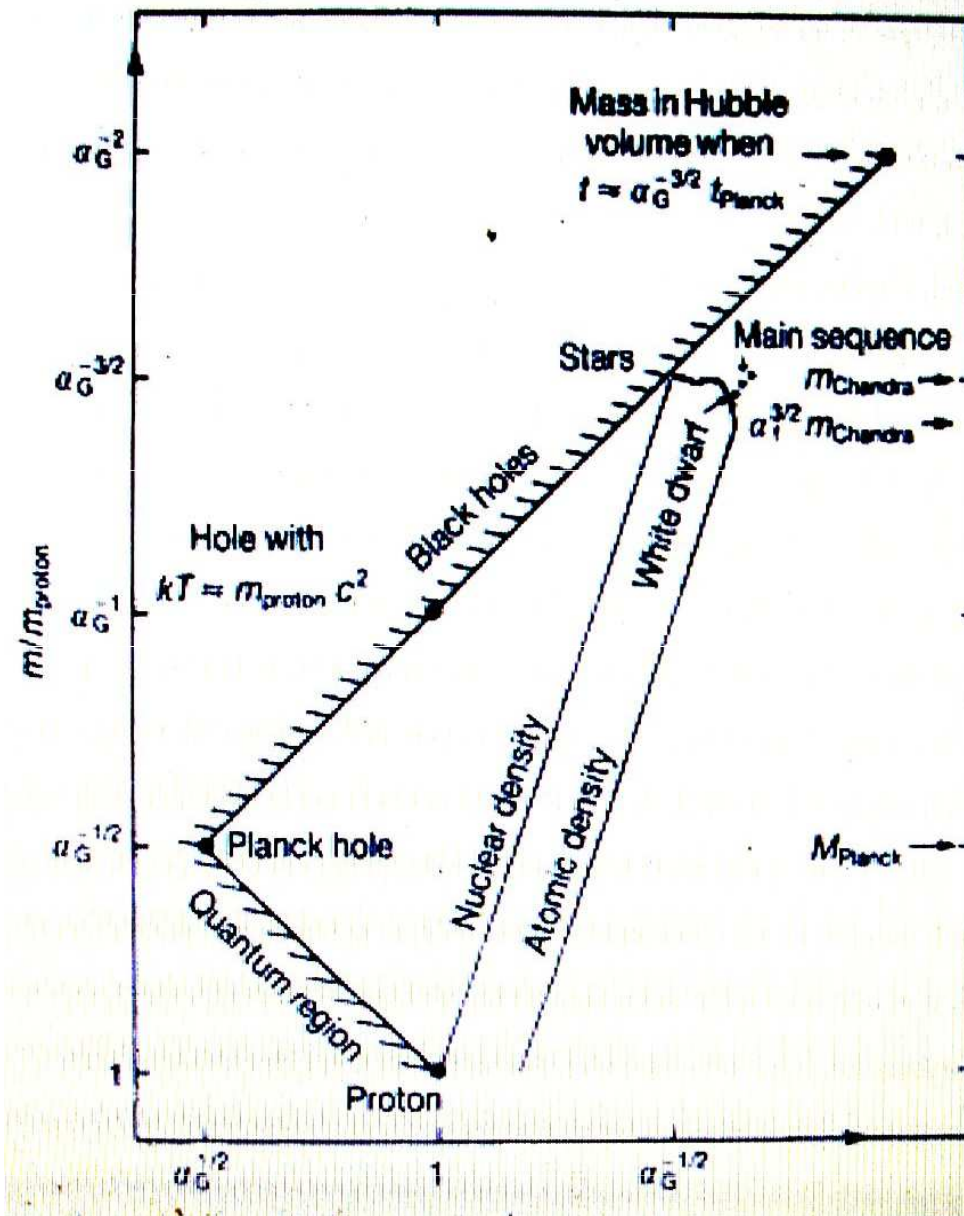
$10^{-10}$  1  $10^{10}$

$10^{30}$   $10^{20}$   $10^{10}$   $10^0$   $10^{-10}$   $10^{-20}$   $10^{-30}$   $10^{-40}$

stěno s laskavým svolením Jiřího Bičáka







$$\alpha_G = \frac{Gm_p^2}{\hbar c} = 5.9 \times 10^{-39}$$

gravitační konstanta jemné struktury

