

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2013 - 2014

IV.
Elektronová optika
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 19. BŘEZNA 2014

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2013 - 2014

IV.
Elektronová mikroskopie
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 19. BŘEZNA 2014

II. Určení průběhu paprsků

Omezíme se nejprve na
osově symetrickou paraxiální oblast.

Tam je všechno plně zvládnuto.
Zobrazení je tam dokonalé.

Paraxiální elektronová optika

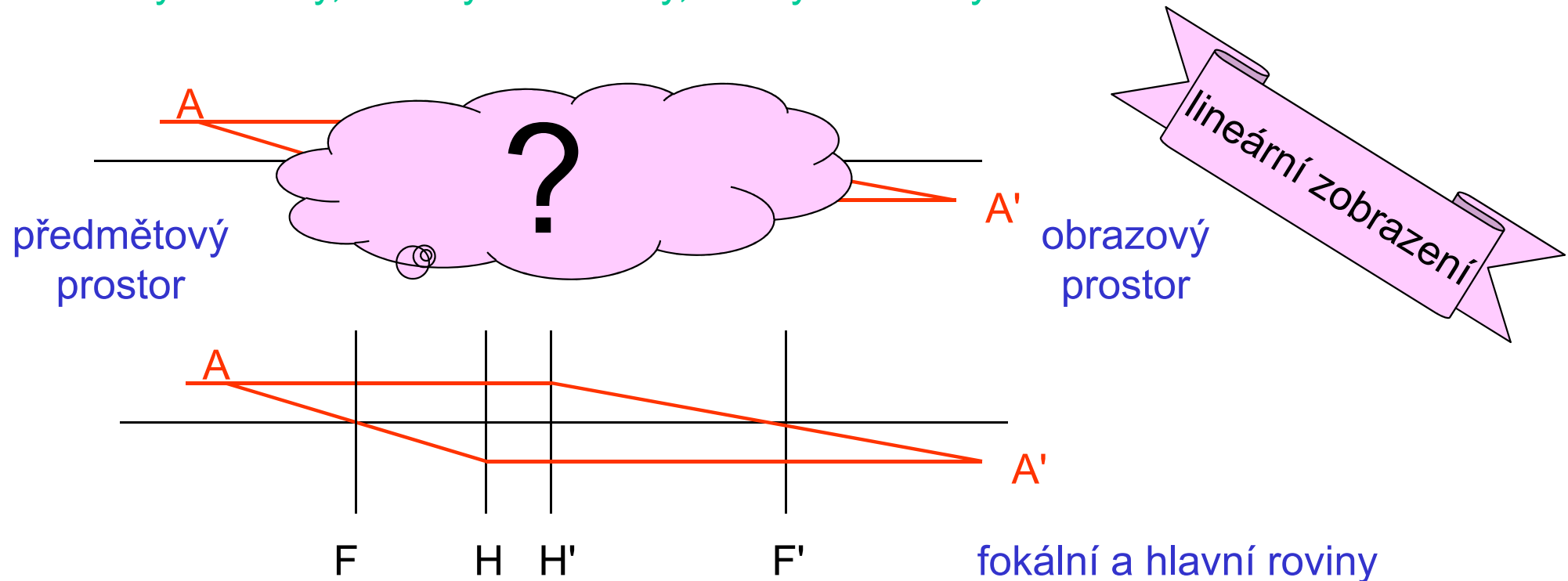
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centrovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Paraxiální elektronová optika

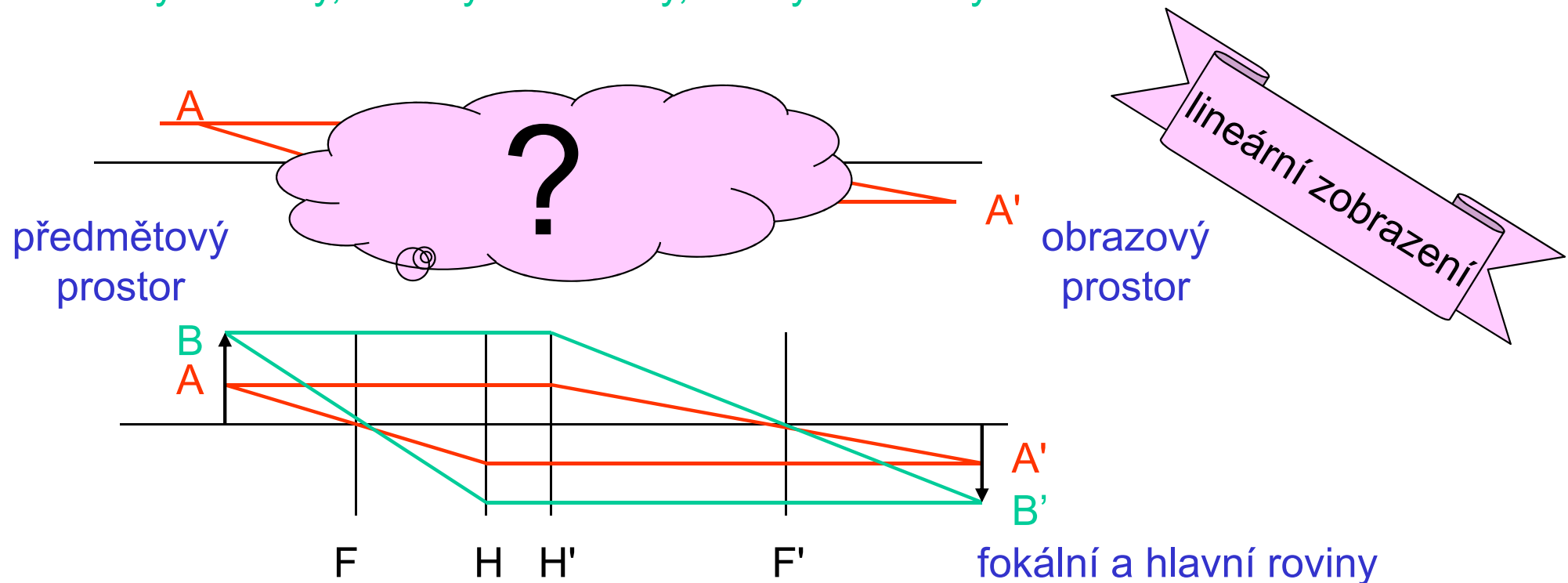
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Magnetické čočky

Magnetické čočky a jiné součásti převládají v
praxi.

Jejich pochopení je ale obtížnější.
Zde jen několik poznámek.

Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

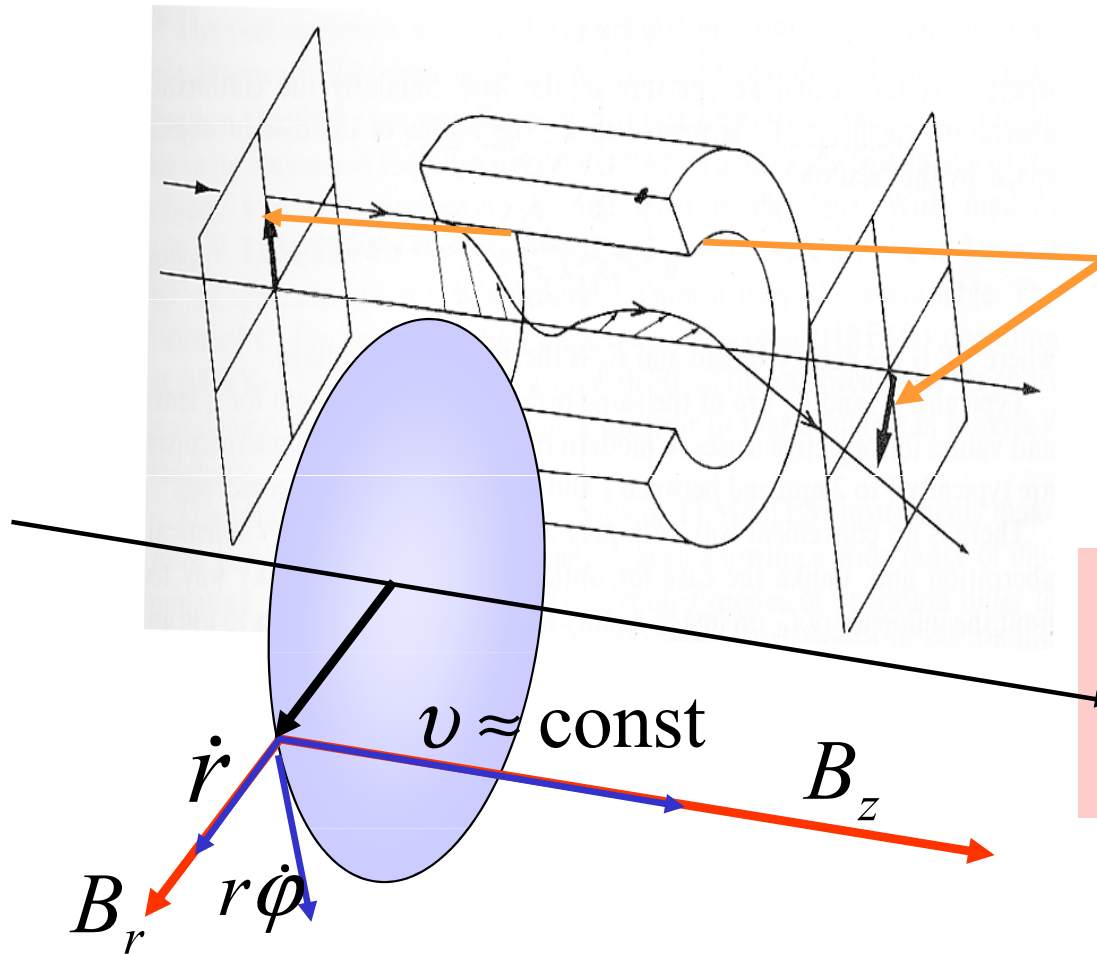
- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(z)} \right)^2 \times r = 0$$

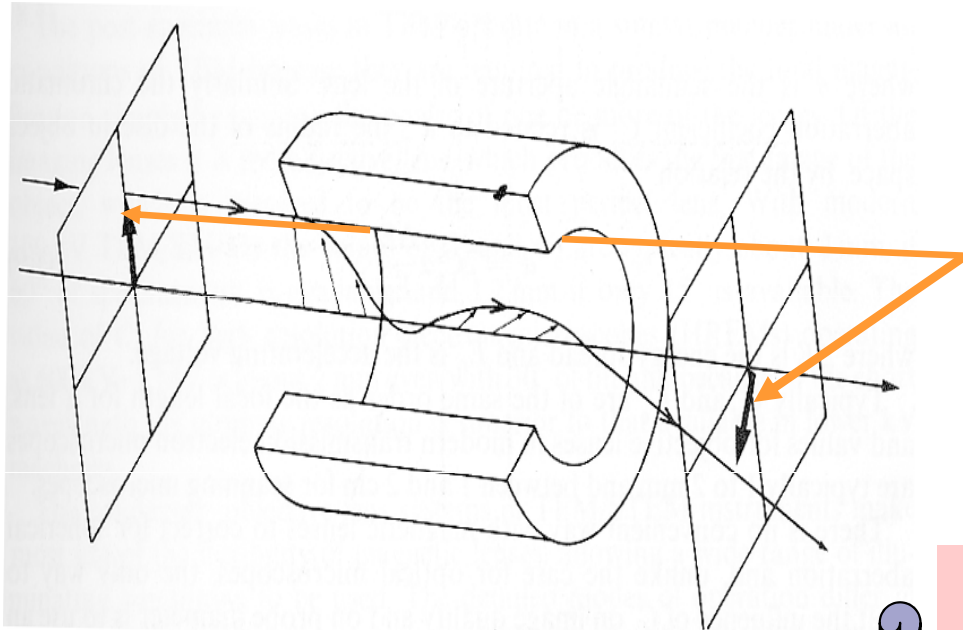
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU



Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(z)} \right)^2 \times r = 0$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU

- I v magn. čočce vždy dochází k fokusaci
- Rozhoduje jen osový průběh podélné složky pole
- Pro rychlé elektrony je lámavá síla menší
- Obrazový prostor se potočí jako celek, věrnost zobrazení není narušena

POSTUPUJEME JAKO PRO ELST. ČOČKU

A. MAGNETICKÉ POLE V DUTINĚ ČOČKY

1. **B** magnetostatické pole
2. osově symetrická soustava
- prázdná dutina ve vakuu
- paraxiální oblast

B. PARAXIÁLNÍ ROVNICE PRO EL. PAPERSEK

1. $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ ve složkách v cylindrických souřadnicích
2. $\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ve složkách v cylindrických souřadnicích
3. $\dot{\varphi}$ otáčení obrazového prostoru
4. $\ddot{r} = -\Lambda^2 r$ paraxiální rovnice

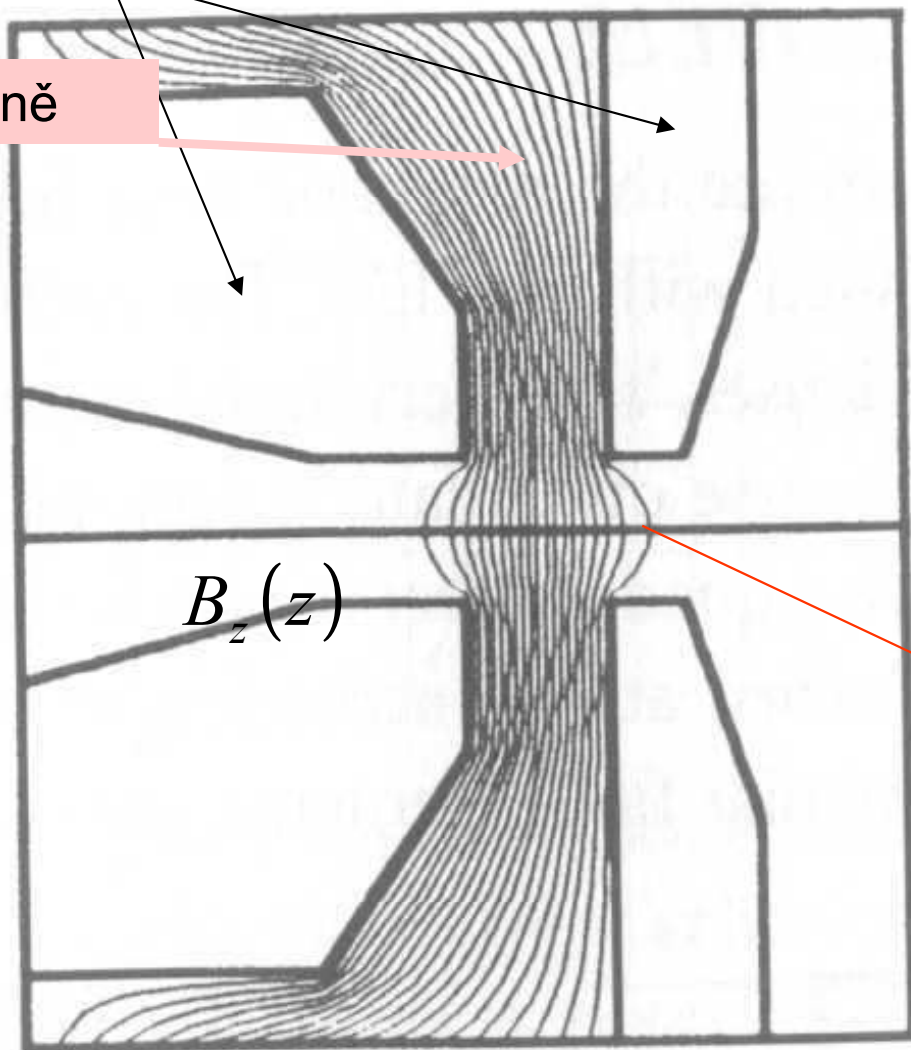
C. ŘEŠENÍ PARAXIÁLNÍ ROVNICE

1. ohnisková vzdálenost tenké čočky

Magnetické pole tenké čočky

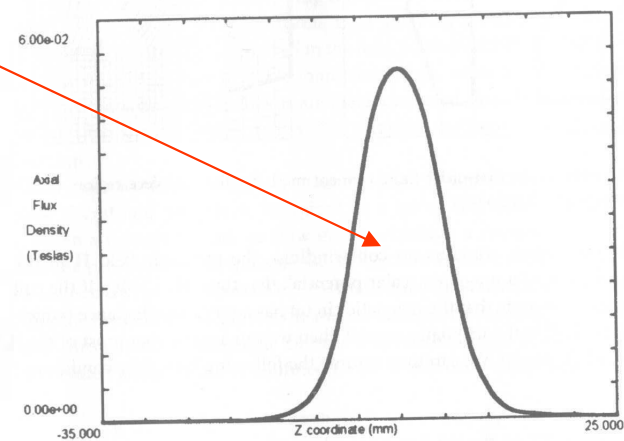
nástavce

pole v dutině



$B_z(z)$

a



axiální průběh pole

Magnetické pole v čočce

MAGNETOSTATIKA

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \xrightarrow{\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0} \quad \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \xrightarrow{\rho = 0} \quad \square$$

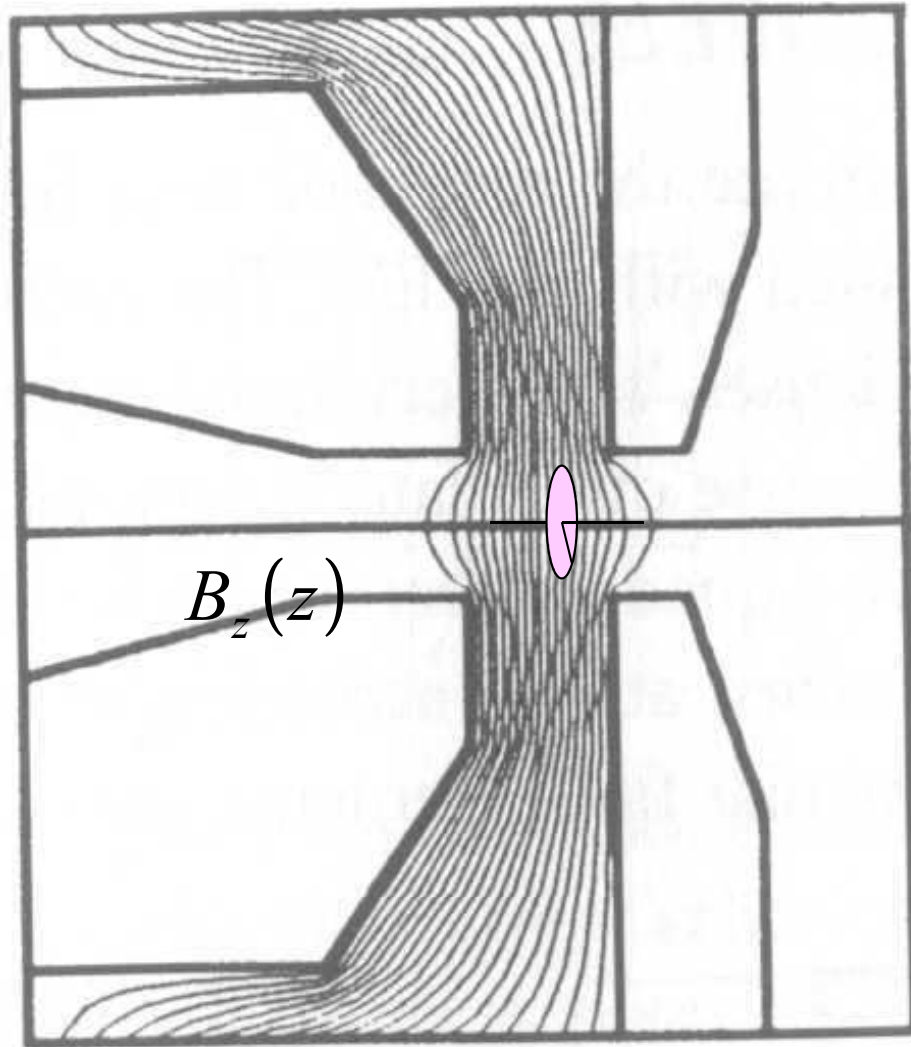
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \xrightarrow{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j} = 0} \quad \text{rot } \mathbf{B} = 0 \quad \boxed{\oint d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B} = 0}$$

STOKES

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \longrightarrow \quad \text{div } \mathbf{B} = 0 \quad \boxed{\int d\mathbf{S} \cdot \mathbf{B} = 0}$$

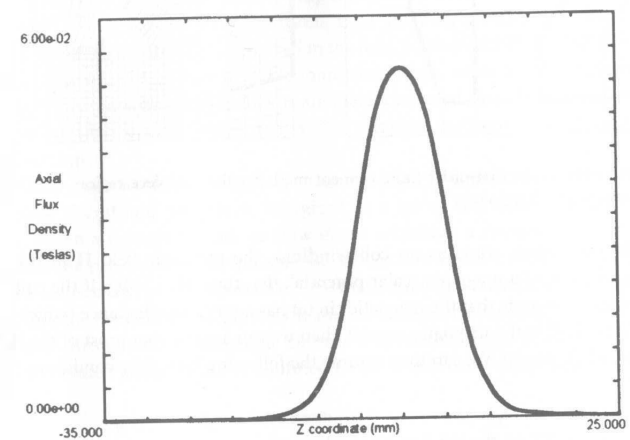
GAUSS

Axiální symetrie + Stokesova věta



a

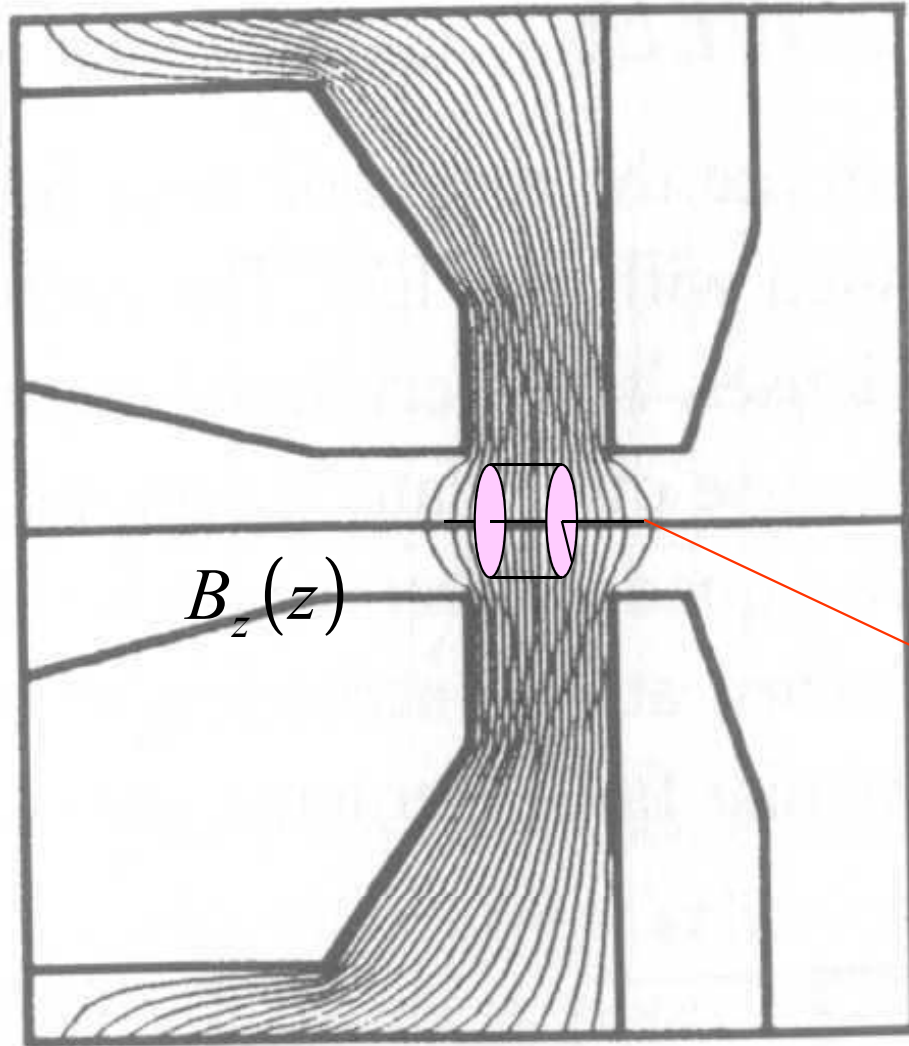
$$\oint ds \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\Rightarrow$$
$$B_\phi = 0$$



b

axiální průběh pole

Axiální symetrie + Gaussova věta



a

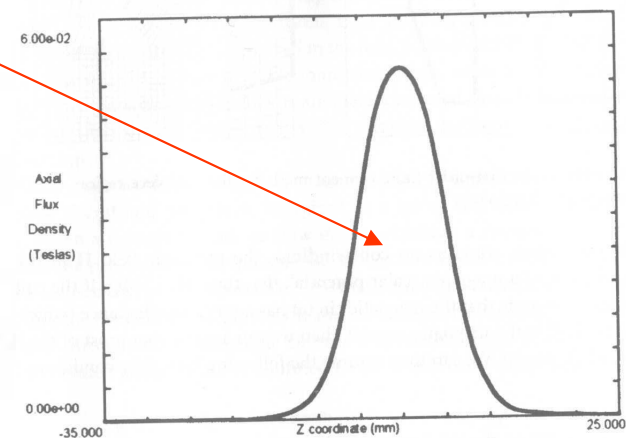
$$\int d\mathbf{S} \cdot \mathbf{B} = 0$$

\Rightarrow

$$B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

$$B_z(r, z) = B_z(0, z) + \cancel{O(r^2)}$$

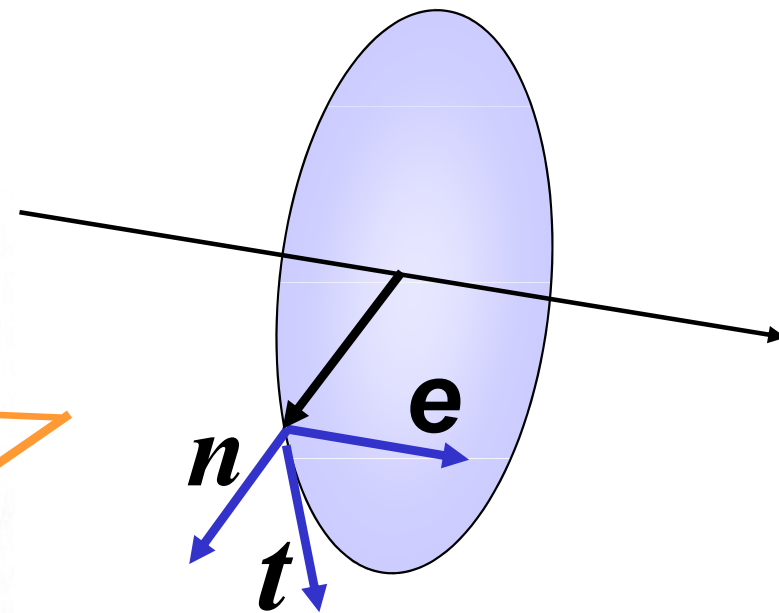
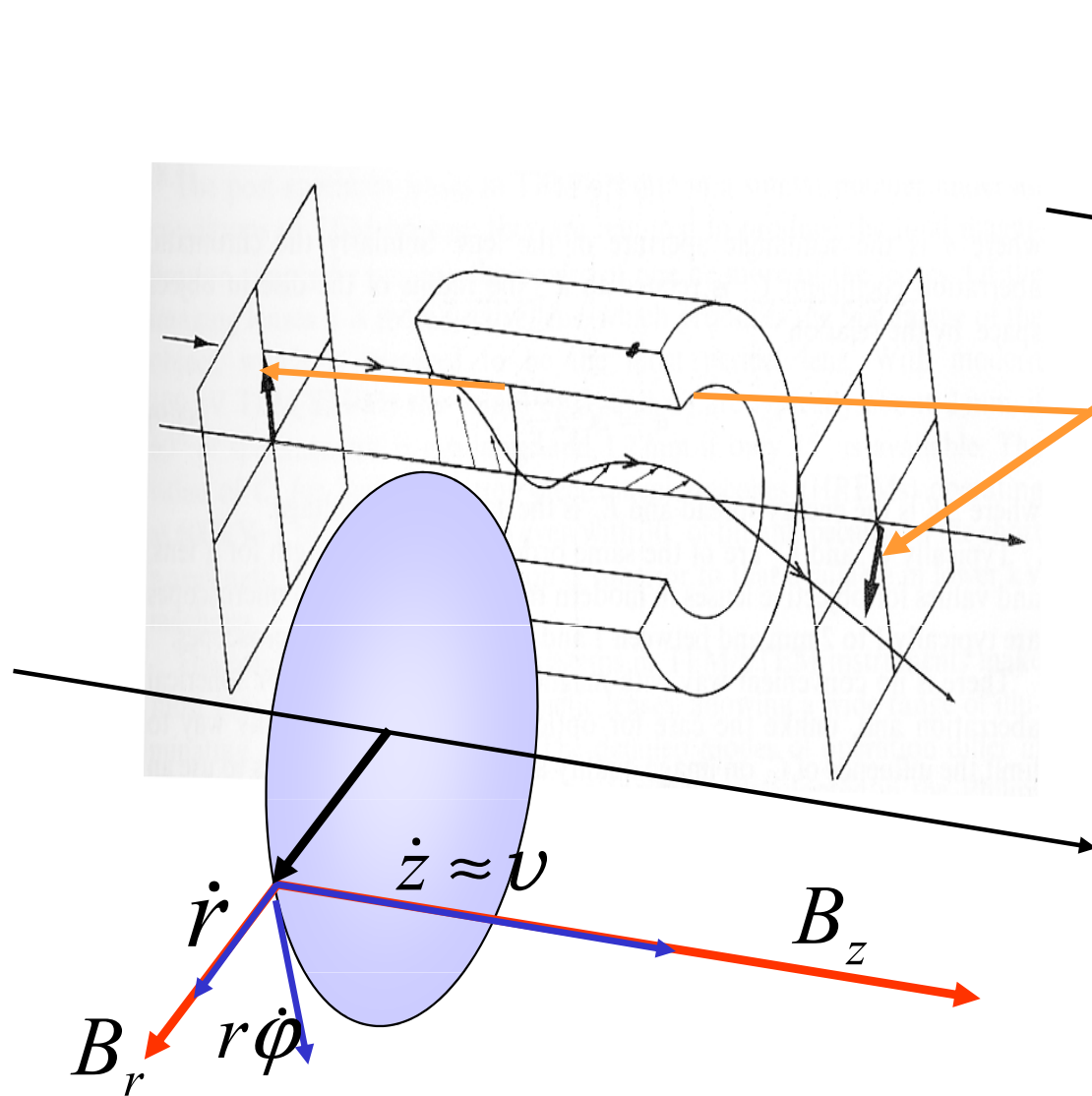
paraxiální oblast



b

axiální průběh pole

Pohybová rovnice v cylindrických souřadnicích



$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{e} + A_r \mathbf{n} + A_\varphi \mathbf{t}$$

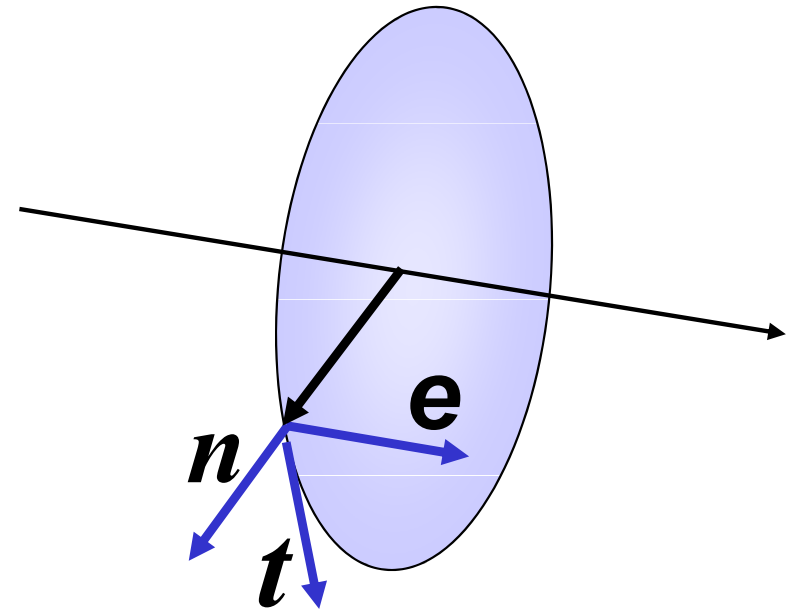
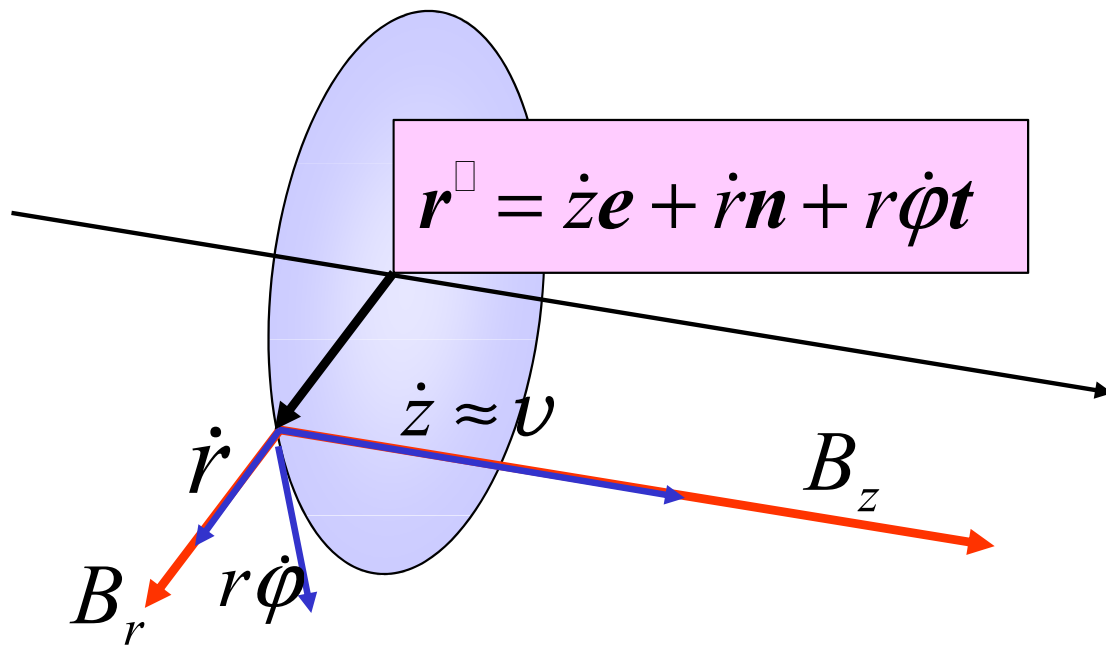
$$\mathbf{A}^\square = A_z^\square \mathbf{e} + A_r^\square \mathbf{n} + A_\varphi^\square \mathbf{t}$$

$$+ A_z \mathbf{e}^\square + A_r \mathbf{n}^\square + A_\varphi \mathbf{t}^\square$$

$$\mathbf{e}^\square = 0 \quad \mathbf{n}^\square = \dot{\varphi} \mathbf{t} \quad \mathbf{t}^\square = -\dot{\varphi} \mathbf{n}$$

Pohybová rovnice v cylindrických souřadnicích

$$\underline{\underline{m\dot{\mathbf{r}} = e\mathbf{B} \times \mathbf{r}}}$$



$$\mathbf{A} = A_z\mathbf{e} + A_r\mathbf{n} + A_\phi\mathbf{t}$$

$$\mathbf{A}^\square = A_z^\square\mathbf{e} + A_r^\square\mathbf{n} + A_\phi^\square\mathbf{t}$$

$$+ A_z\mathbf{e}^\square + A_r\mathbf{n}^\square + A_\phi\mathbf{t}^\square$$

$$\mathbf{e}^\square = 0 \quad \mathbf{n}^\square = \dot{\phi}\mathbf{t} \quad \mathbf{t}^\square = -\dot{\phi}\mathbf{n}$$

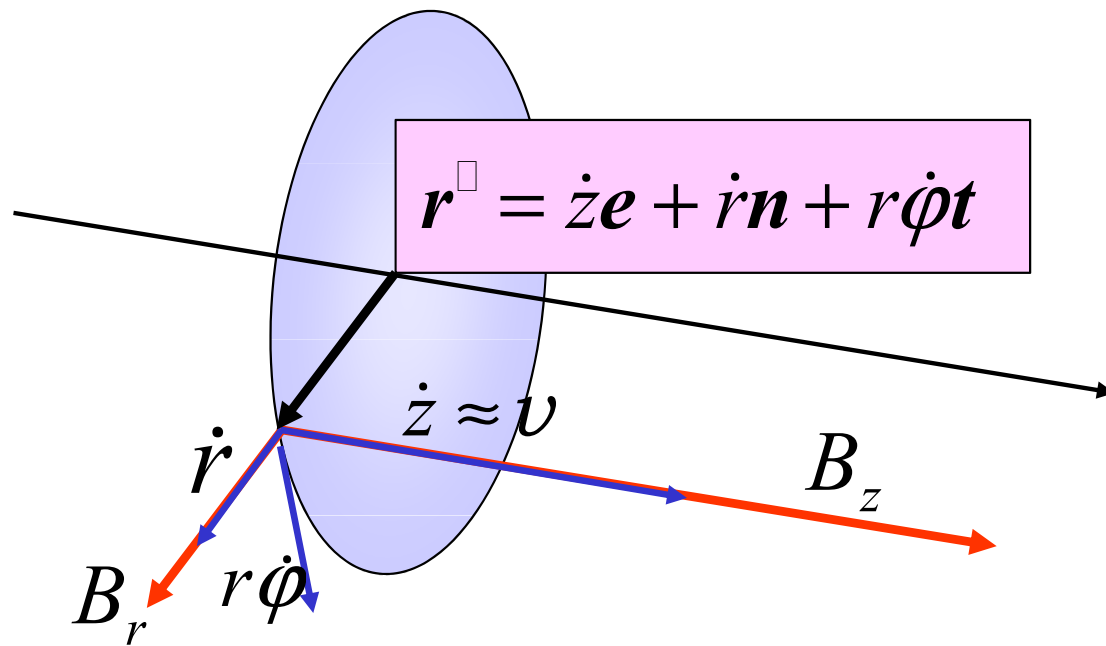
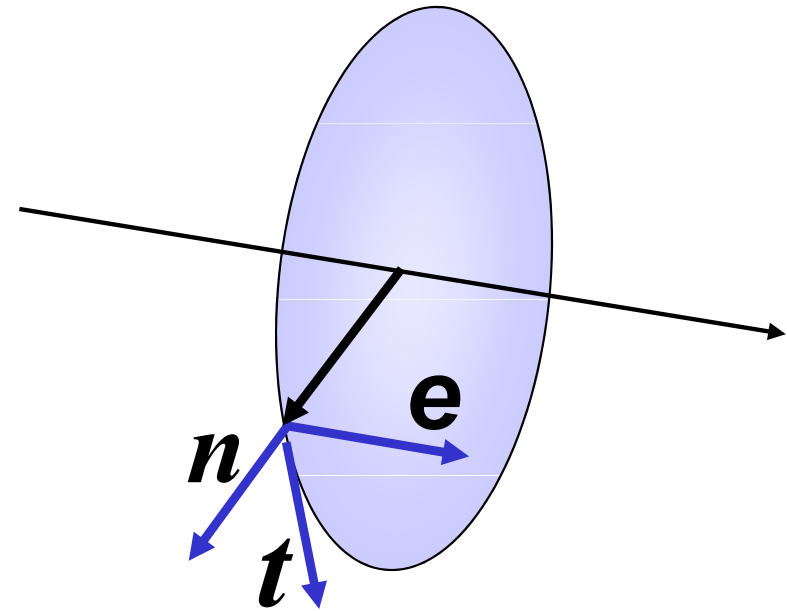
Pohybová rovnice v cylindrických souřadnicích

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \frac{e}{m}(B_\varphi\dot{z} - B_z r\dot{\varphi})$$

$$(\dot{r}^2\dot{\varphi})^\square = r\frac{e}{m}(B_z\dot{r} - B_r\dot{z})$$

$$\dot{z} = \frac{e}{m}(B_r r\dot{\varphi} - B_\varphi\dot{r})$$

$$\underline{\underline{m\mathbf{r}^\square = e\mathbf{B} \times \mathbf{r}^\square}}$$



$$\mathbf{r}^\square = \dot{z}\mathbf{e} + \dot{r}\mathbf{n} + r\dot{\varphi}\mathbf{t}$$

$$\mathbf{A} = A_z\mathbf{e} + A_r\mathbf{n} + A_\varphi\mathbf{t}$$

$$\mathbf{A}^\square = A_z^\square\mathbf{e} + A_r^\square\mathbf{n} + A_\varphi^\square\mathbf{t}$$

$$+ A_z\mathbf{e}^\square + A_r\mathbf{n}^\square + A_\varphi\mathbf{t}^\square$$

$$\mathbf{e}^\square = 0 \quad \mathbf{n}^\square = \dot{\varphi}\mathbf{t} \quad \mathbf{t}^\square = -\dot{\varphi}\mathbf{n}$$

Pohybová rovnice v cylindrických souřadnicích

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \frac{e}{m} (B_\varphi \dot{z} - B_z r \dot{\varphi})$$

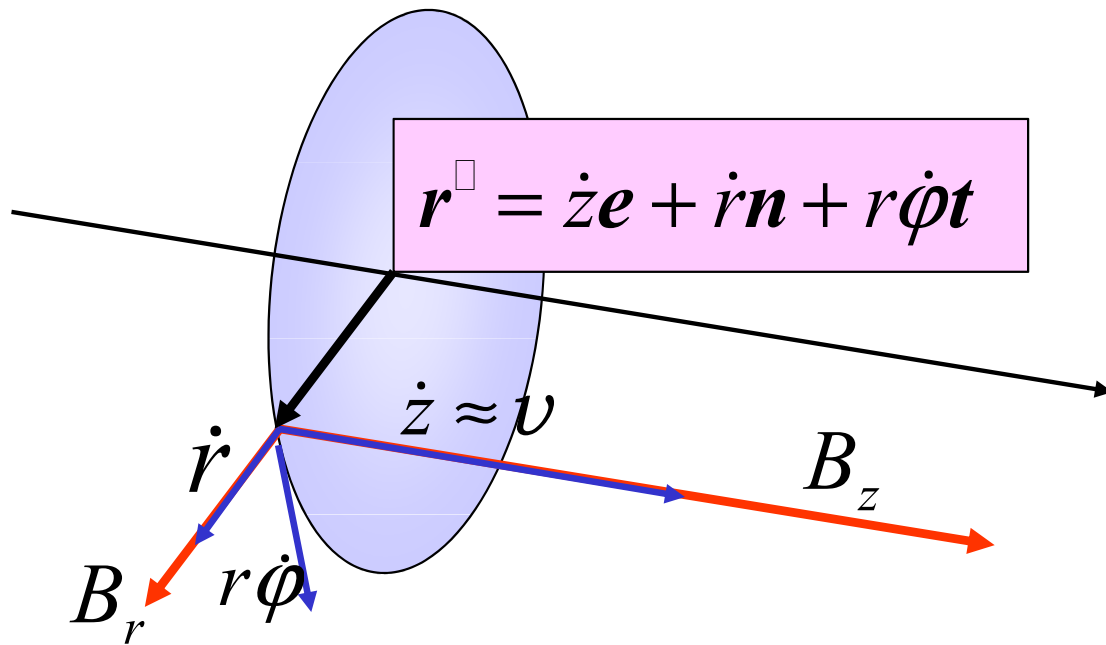
$$(\dot{r}^2 \dot{\varphi})^\square = r \frac{e}{m} (B_z \dot{r} - B_r \dot{z})$$

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} (B_r r \dot{\varphi} - B_\varphi \dot{r})$$

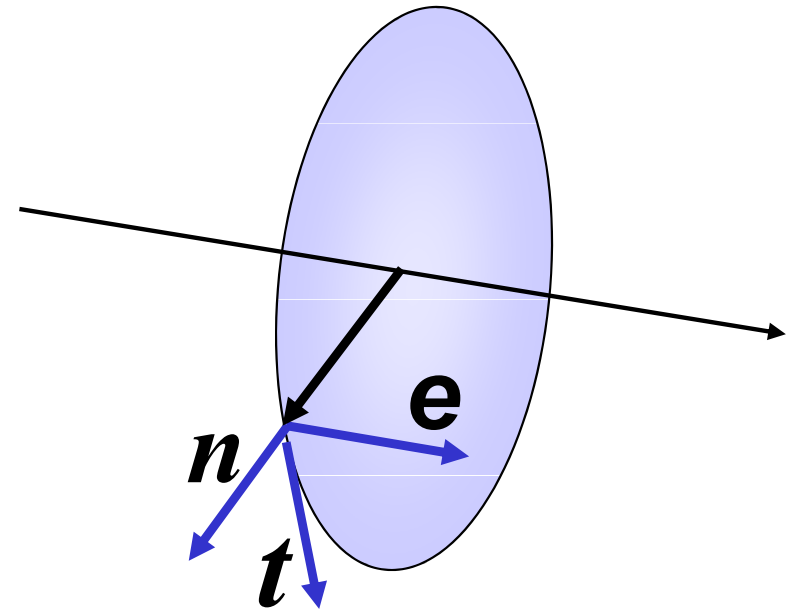
$$B_\varphi = 0 \quad B_r = -\frac{1}{2} r B'_z$$

$$B_z = B_z(z, r=0)$$

$$\mathbf{r}^\square = \dot{z} \mathbf{e} + \dot{r} \mathbf{n} + r \dot{\varphi} \mathbf{t}$$



$$\underline{\underline{m \mathbf{r}^\square = e \mathbf{B} \times \mathbf{r}^\square}}$$



$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{e} + A_r \mathbf{n} + A_\varphi \mathbf{t}$$

$$\mathbf{A}^\square = A_z^\square \mathbf{e} + A_r^\square \mathbf{n} + A_\varphi^\square \mathbf{t}$$

$$+ A_z \mathbf{e}^\square + A_r \mathbf{n}^\square + A_\varphi \mathbf{t}^\square$$

$$\mathbf{e}^\square = 0 \quad \mathbf{n}^\square = \dot{\varphi} \mathbf{t} \quad \mathbf{t}^\square = -\dot{\varphi} \mathbf{n}$$

Magnetická čočka: následné rovnice paprsku

paprsek v paraxiální oblasti

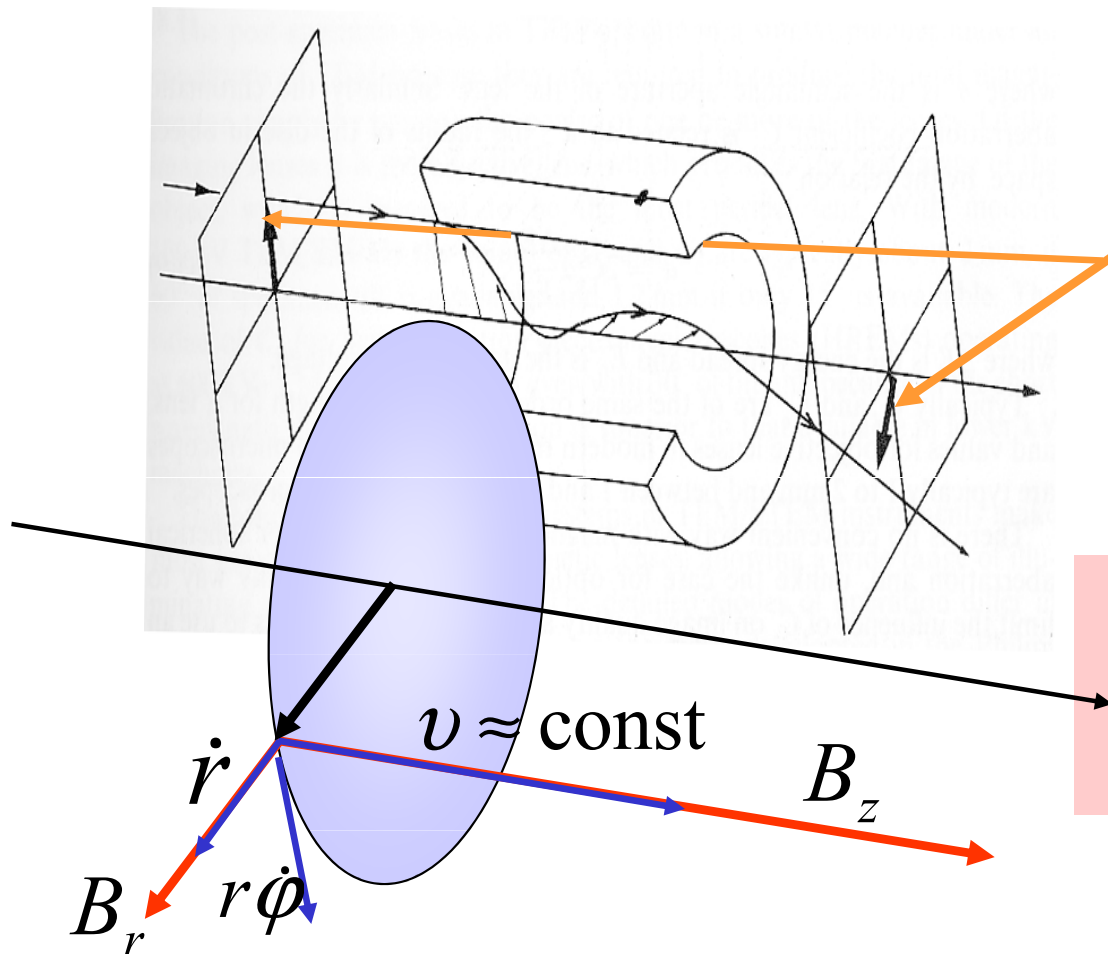
- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

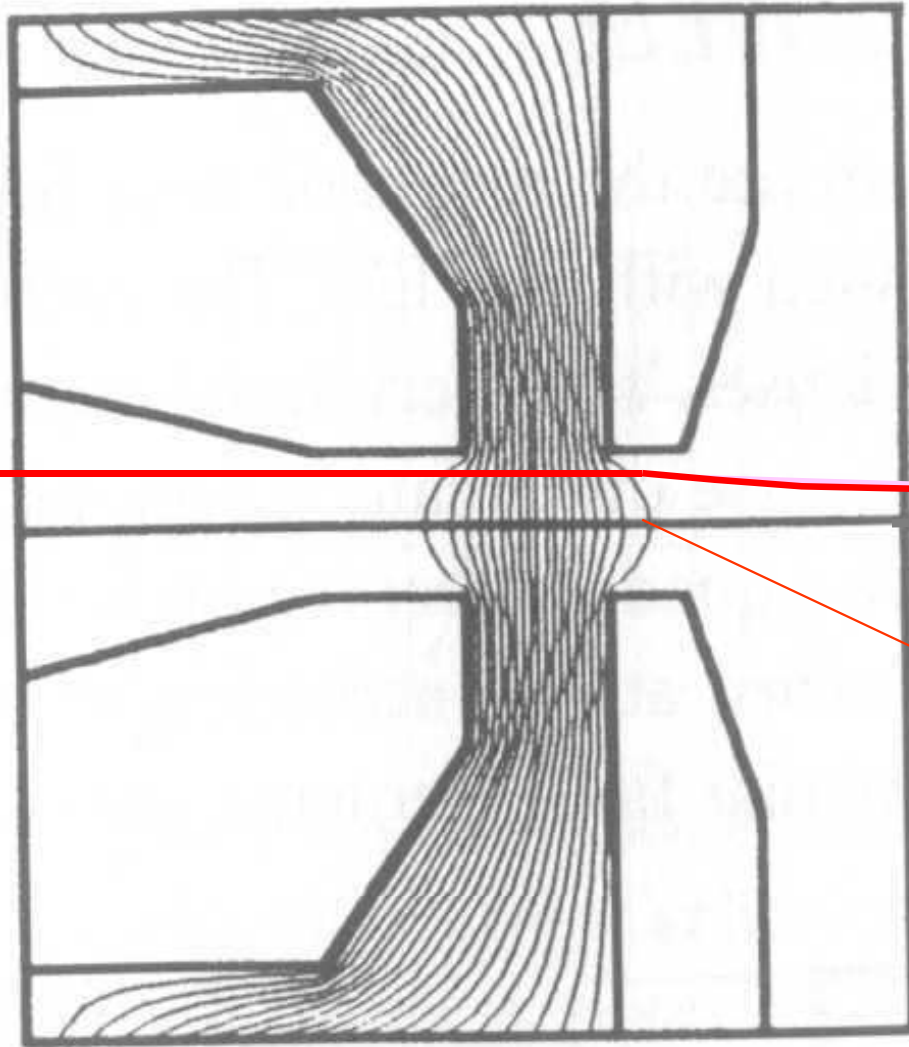
- podélná rychlost je stálá
 $\dot{z} = v = \text{const.}$
- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v} \right)^2 \times r = 0$$

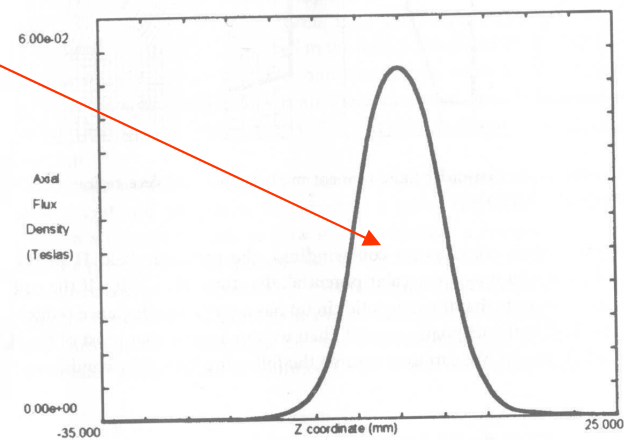
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU



Ohnisková vzdálenost tenké čočky



$$\frac{1}{f} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v} \right)^2 dz$$



$B_z(z)$

axiální průběh pole