Fyzika větrných elektráren a mlýnů

komentář

- Alternativním zdrojům energie je věnována relativně velká mediální pozornost ze všech možných hledisek, ale o fyzikální podstatě funkce není dostupného zpravidla vůbec nic. Vzhledem k absenci tohoto pohledu vznikla tato prezentace jako případný zdroj inspirace pro učitele středních škol. Nepředpokládá se, že by byla použita přímo ve výuce. Tomu odpovídá zvolená náročnost, která se středoškolskou úrovni pouze volně koresponduje.

Využití energie větru dříve

Větrný mlýn Kinderdijk, Netherlands, postaven kolem roku 1740

Don Quijote bojuje
s větrným mlýnem -
kniha Miguel de Cervantes,
ilustrace Gustave Doré

Využití energie větru nyní

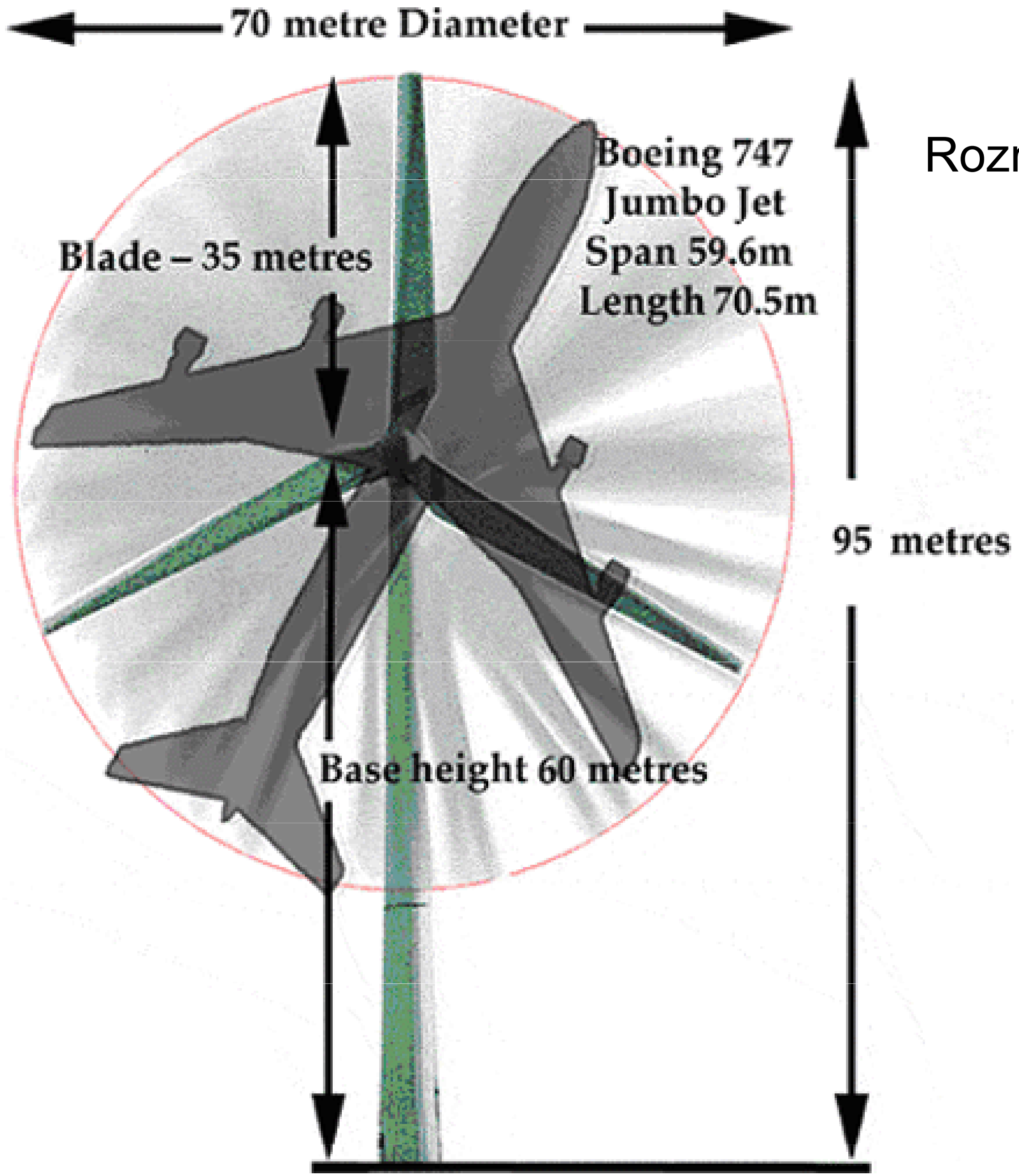
Větrný park, video

- http://www.youtube.com/watch?v=LQxp6QTjgJg&feature=related

Havárie větrné turbíny Vestas

- http://www.youtube.com/watch?v=7nSB1SdVHqQ

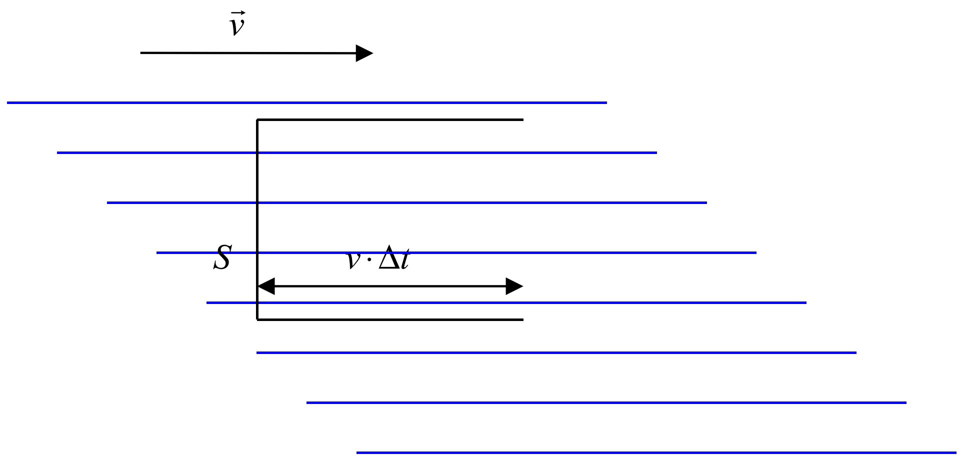
Rozměry velké větrné turbíny



Tabulka parametrů velkých větrných turbín

	jmen.výk MW		vítr min m/s	vítr nom m/s	vítr max m/s	otáčky min. /min	otáčky max. /min	délka lopatek m	hmotnost vrtule t	hmotnost strojovny t	výška stožáru m	hmotnost stožáru t	hmotnost celkem t	hmotnost základů cca tis. t	využitelnost na plném výkonu%	poznámka
GE	1.5							35.4	36	56	64.6	71		1		
Vestas V90	1.8							45.1	75	40	79.9	152				
Gamesa G 87	2							43.6	72	42	78	152				
RePower	5		3	13	31	6.9	12.1	63	54		120		900	3.2	38	offshore

tok energie větru



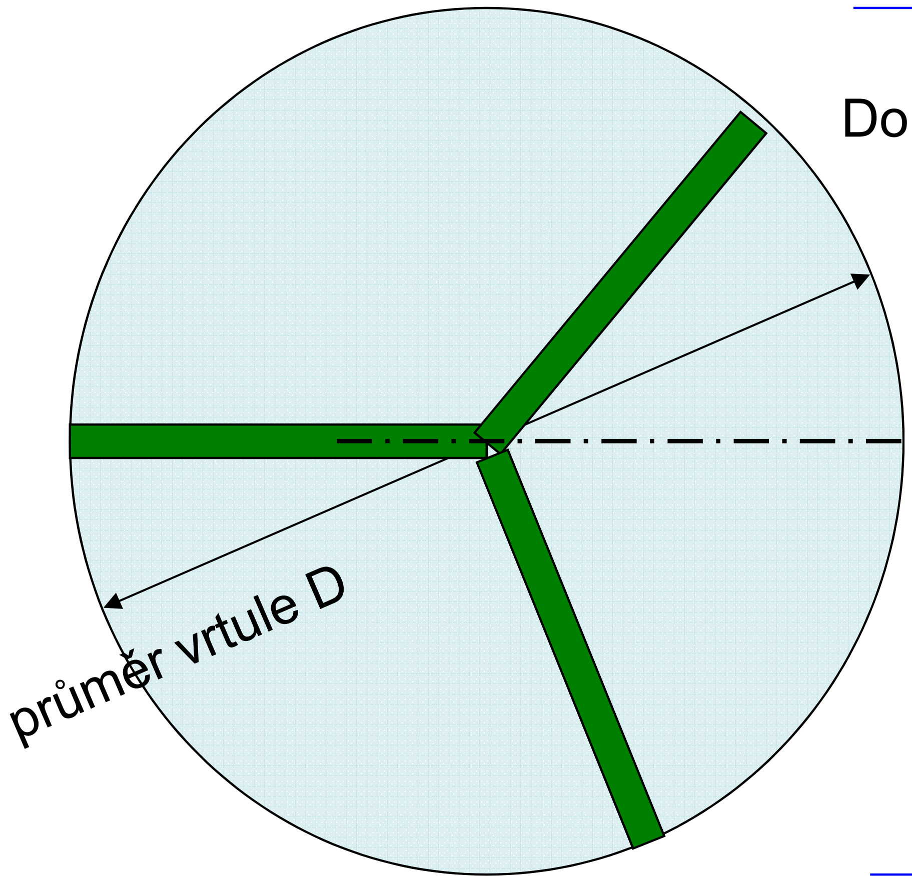
$$V = S \cdot v \cdot \Delta t$$

$$u = \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$W = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{V \cdot u}{\Delta t} = S\frac{1}{2}\rho \cdot v^3$$

vrtule větrné turbíny

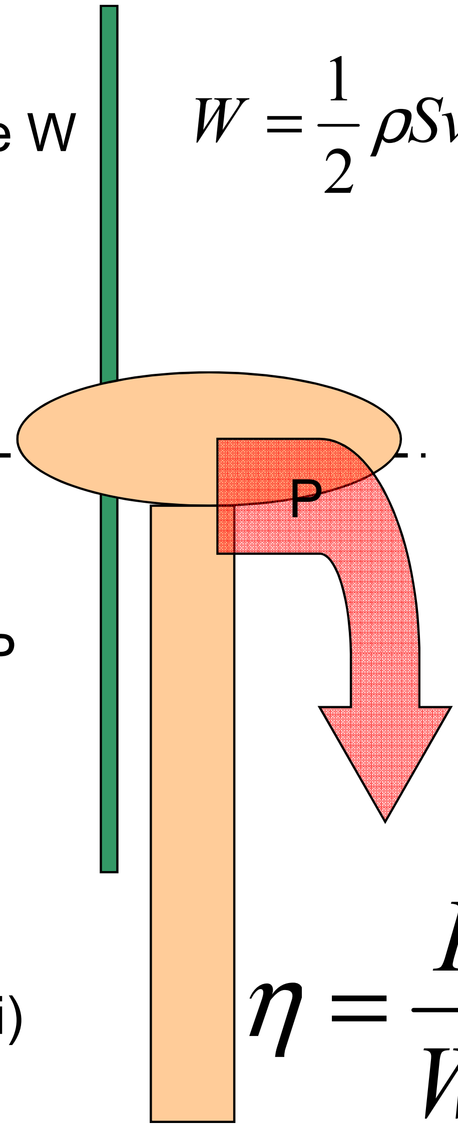
vrtule



Do větru s tokem energie W

$$W = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

je postavena vrtule



která dává výkon P

disk vrtule $S = \pi \frac{D^2}{4}$

koeficient účinnosti (využitelnosti)

$$\eta = \frac{P}{W}$$

Modely větrné turbíny

1. Větrná turbína typu „roura“

- Předpoklady:
- Roura je velmi dlouhá tak, že proudění kolem vstupu nijak neovlivňuje proudění na výstupu a obráceně.
- Proud vycházející z roury je homogenní o tlaku rovnému tlaku okolnímu (mechanická rovnováha)

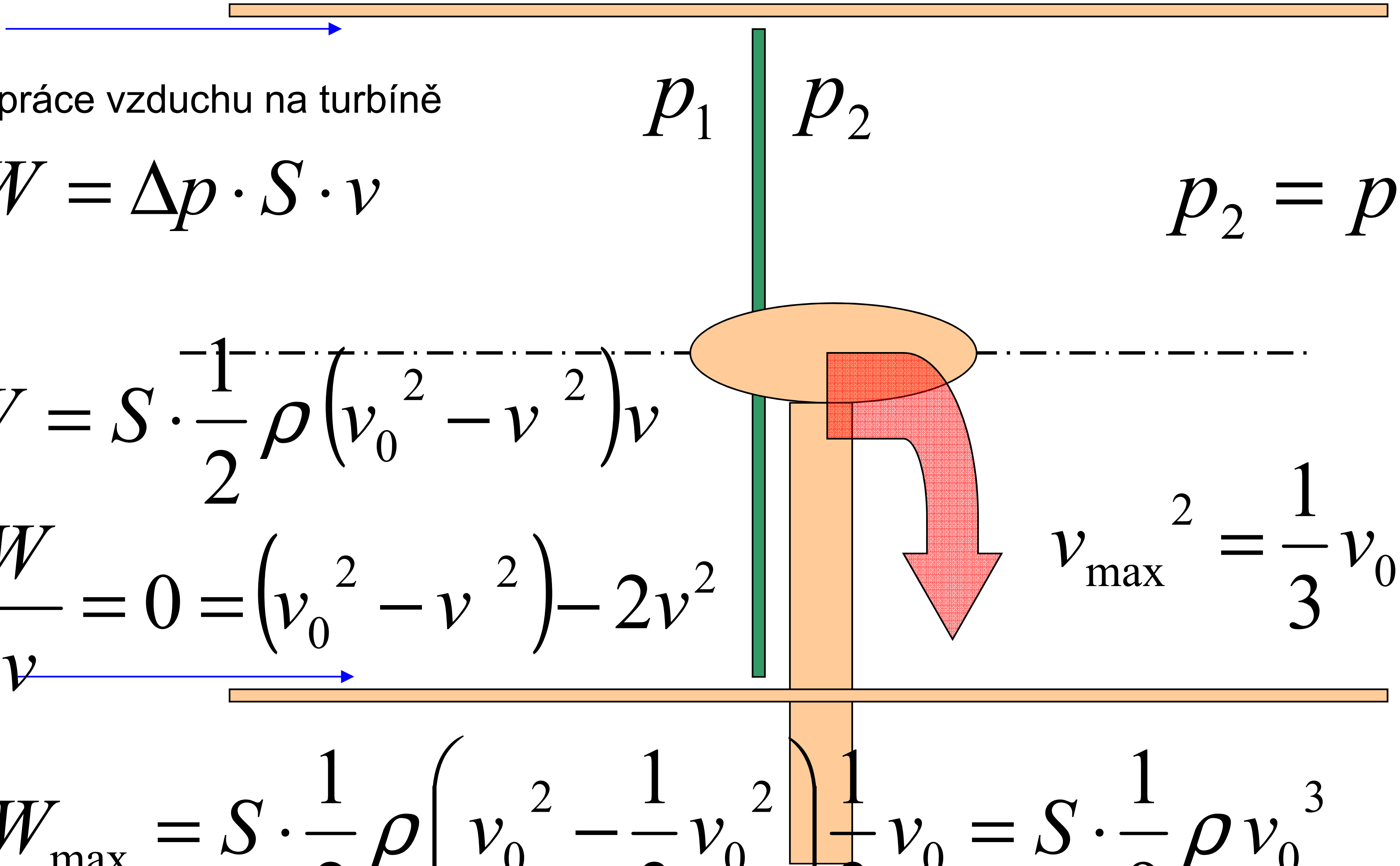
turbínu nahradíme diskem, který odebírá vzduchu přes něj proudícímu rychlostí v energii.

Předpokládáme homogenní proudění s tlakovou ztrátou Δp

Výkon je tedy W= $\Delta p S v$

1. Větrná turbína typu „roura“

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho {v_0}^2 - \frac{1}{2}\rho v^2$$



práce vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

$$p_2 = p_0$$

$$W = S \cdot \frac{1}{2}\rho\left({v_0}^2 - v^2\right)v$$

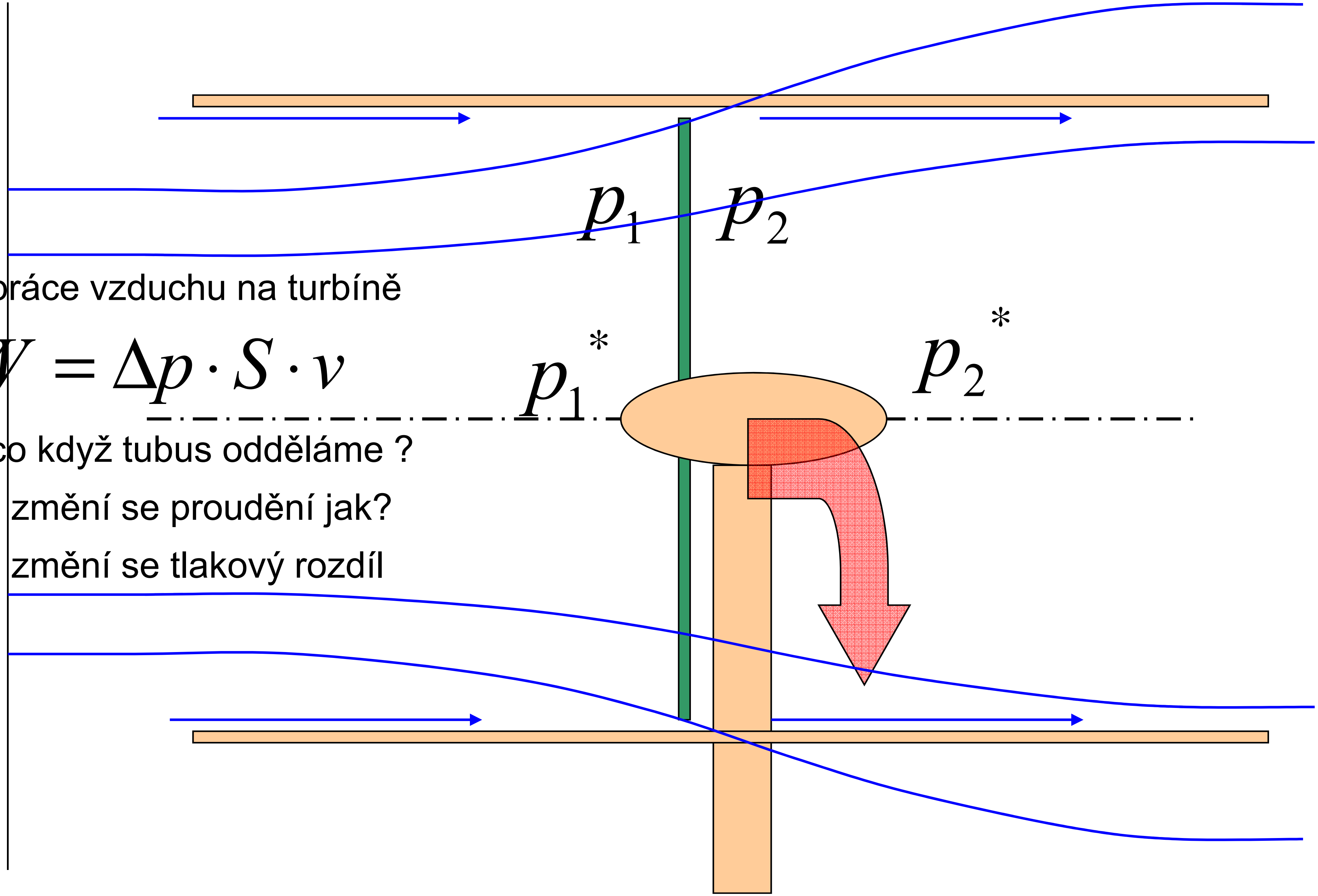
$$\frac{\partial W}{\partial v} = 0 = \left({v_0}^2 - v^2\right) - 2v^2$$

$${v_{\max}}^2 = \frac{1}{3}{v_0}^2$$

$$W_{\max} = S \cdot \frac{1}{2}\rho\left({v_0}^2 - \frac{1}{3}{v_0}^2\right)\frac{1}{3}v_0 = S \cdot \frac{1}{9}\rho {v_0}^3$$

$$\eta = \frac{W_{\max}}{S \cdot \frac{1}{2} \rho {v_0}^2} = S \cdot \frac{1}{9} \rho {v_0}^2 = \frac{2}{9} = 22\%$$

- Vypočtená využitelnost je mnohem nižší, než v praxi dosahované hodnoty, tento model je tedy neadekvátní.



práce vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

co když tubus odděláme ?

změní se proudění jak?

změní se tlakový rozdíl

Jaké předpoklady o proudění jsou adekvátní?

Proudění je laminární.

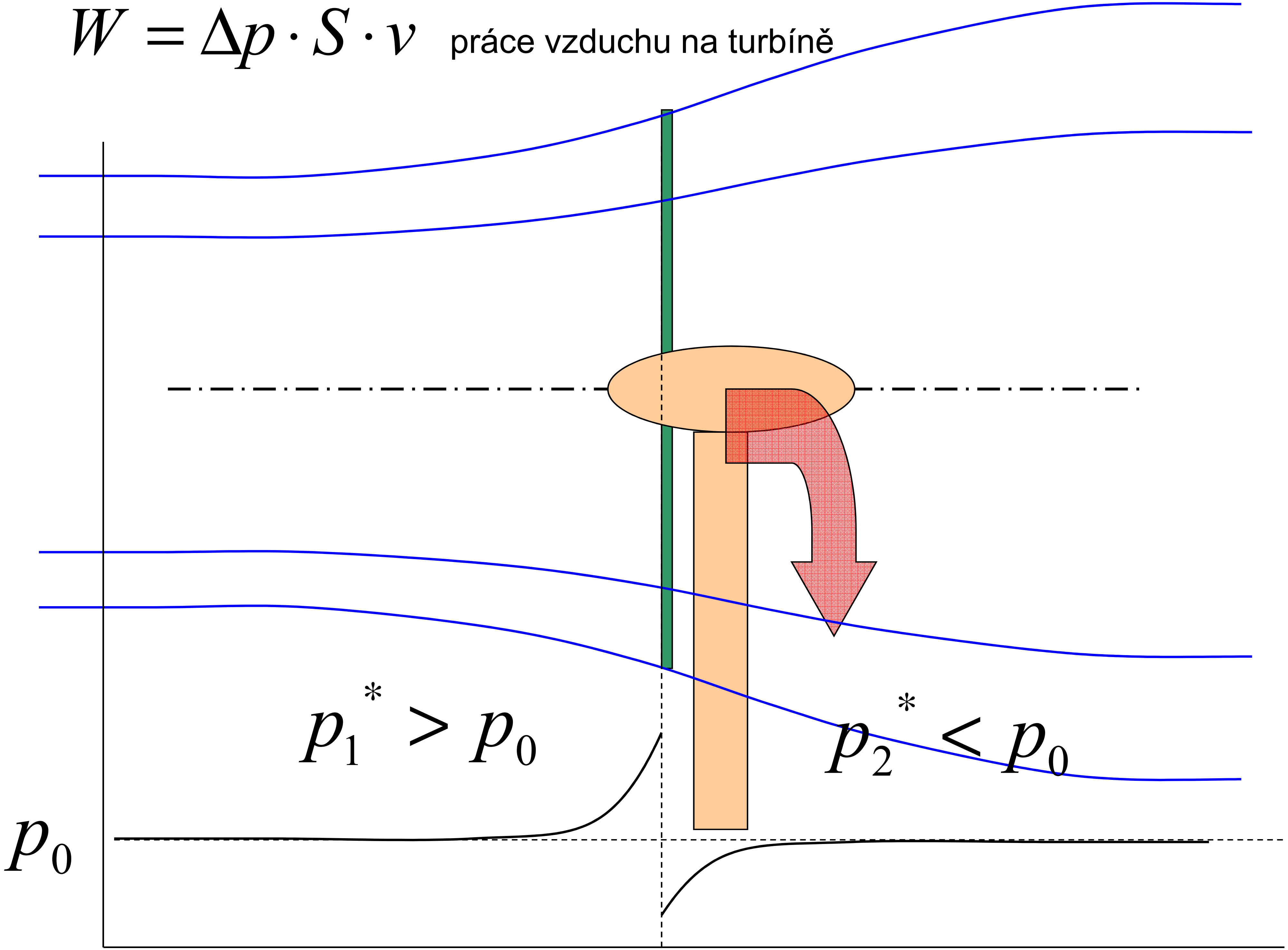
Vzduch lze považovat za nestlačitelný

Proudění je rotačně symetrické

Proudění vzduchu prošlého turbínou je ve velké vzdálenosti za diskem homogenní a v mechanické rovnováze s okolním vzduchem. (Pohybuje se pomaleji) Rozdíl toků kinetické energie vzduchu před a za turbínou je výkon na turbíně

Rotačně symetrické proudění před a za diskem, je na disku „sešito“ tak, že rychlosti jsou spojité

$W = \Delta p \cdot S \cdot v$ práce vzduchu na turbíně



Rovnice kontinuity

- Předpokládáme, že proudění je nestlačitelné

práce vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

Rovnice kontinuity

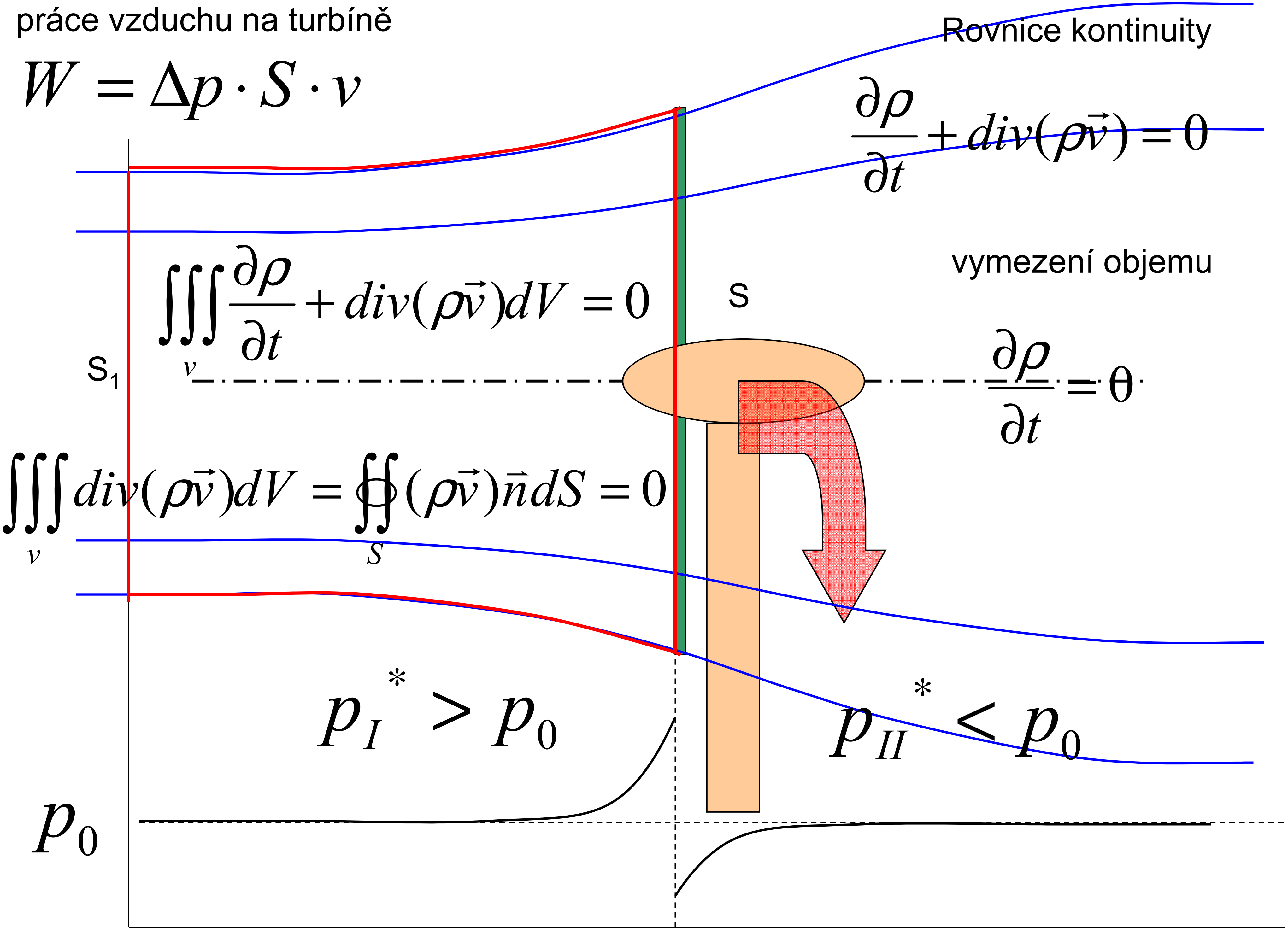
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{v}) = 0$$

vymezení objemu

$$\iiint_v \frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{v}) dV = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\iiint_v div(\rho \vec{v}) dV = \oiint_S (\rho \vec{v}) \vec{n} dS = 0$$



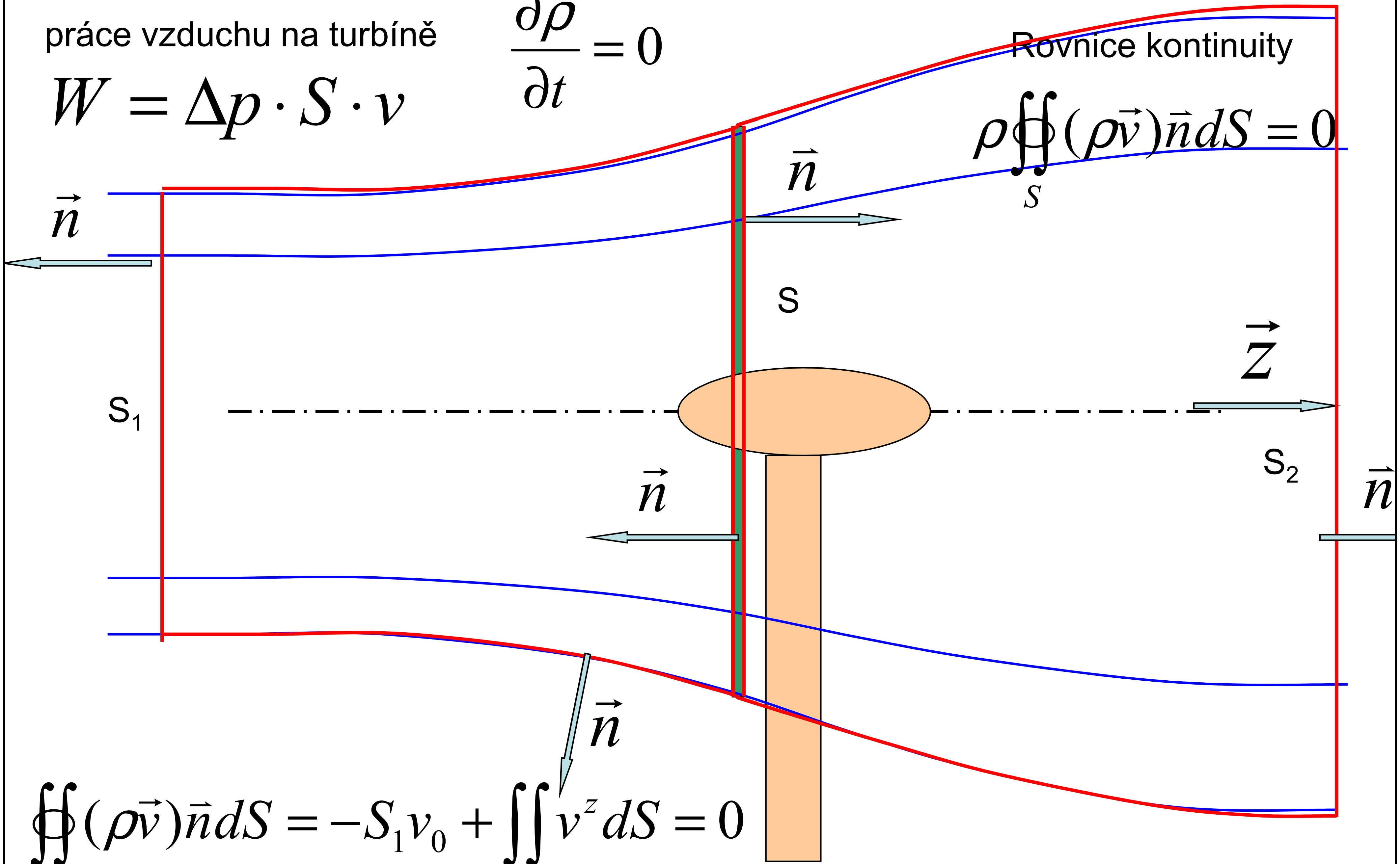
práce vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Rovnice kontinuity

$$\rho \oiint_S (\rho \vec{v}) \vec{n} dS = 0$$



$$\oiint_S (\rho \vec{v}) \vec{n} dS = -S_1 v_0 + \iint v^z dS = 0$$

$$S_1 v_0 = \iint v^z dS \cong S v \qquad S_2 v_2 = \iint v^z dS \cong S v \qquad S_1 v_0 = S_2 v_2$$

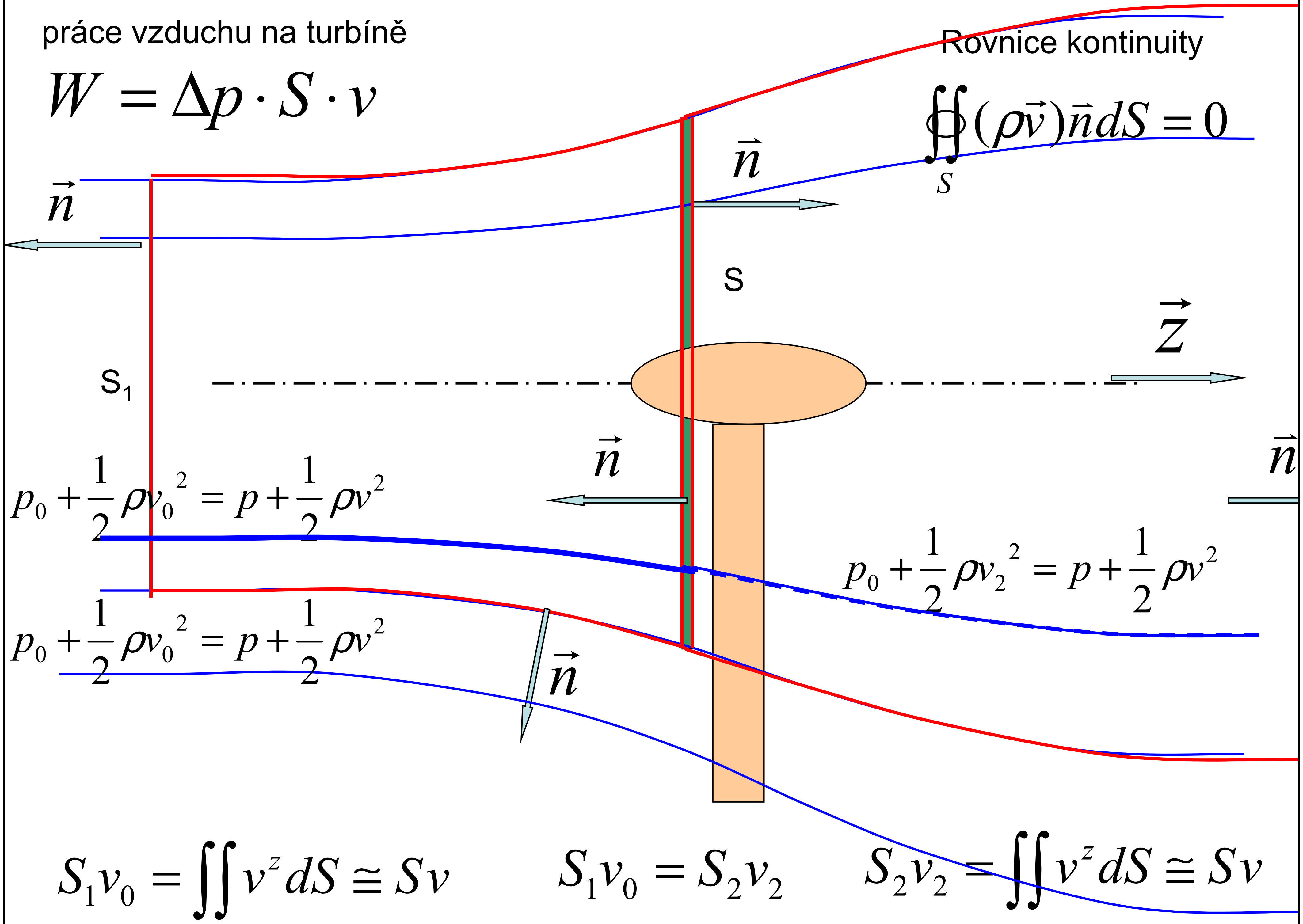
- Nestlačitelné stacionární potenciálové proudění splňuje Laplaceovu rovnici pro potenciál rychlostí. Pokud se mění rychlost proudění, pak je proudění divergentní nebo konvergentní a má tedy nenulové radiální složky proudění. Tomu odpovídající tlakové pole není v radiálním směru homogenní.

práce vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

Rovnice kontinuity

$$\oiint_S (\rho \vec{v}) \vec{n} \, dS = 0$$



$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^{\ 2} = p + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\ 2} = p + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^{\ 2} = p + \frac{1}{2}\rho v^2$$

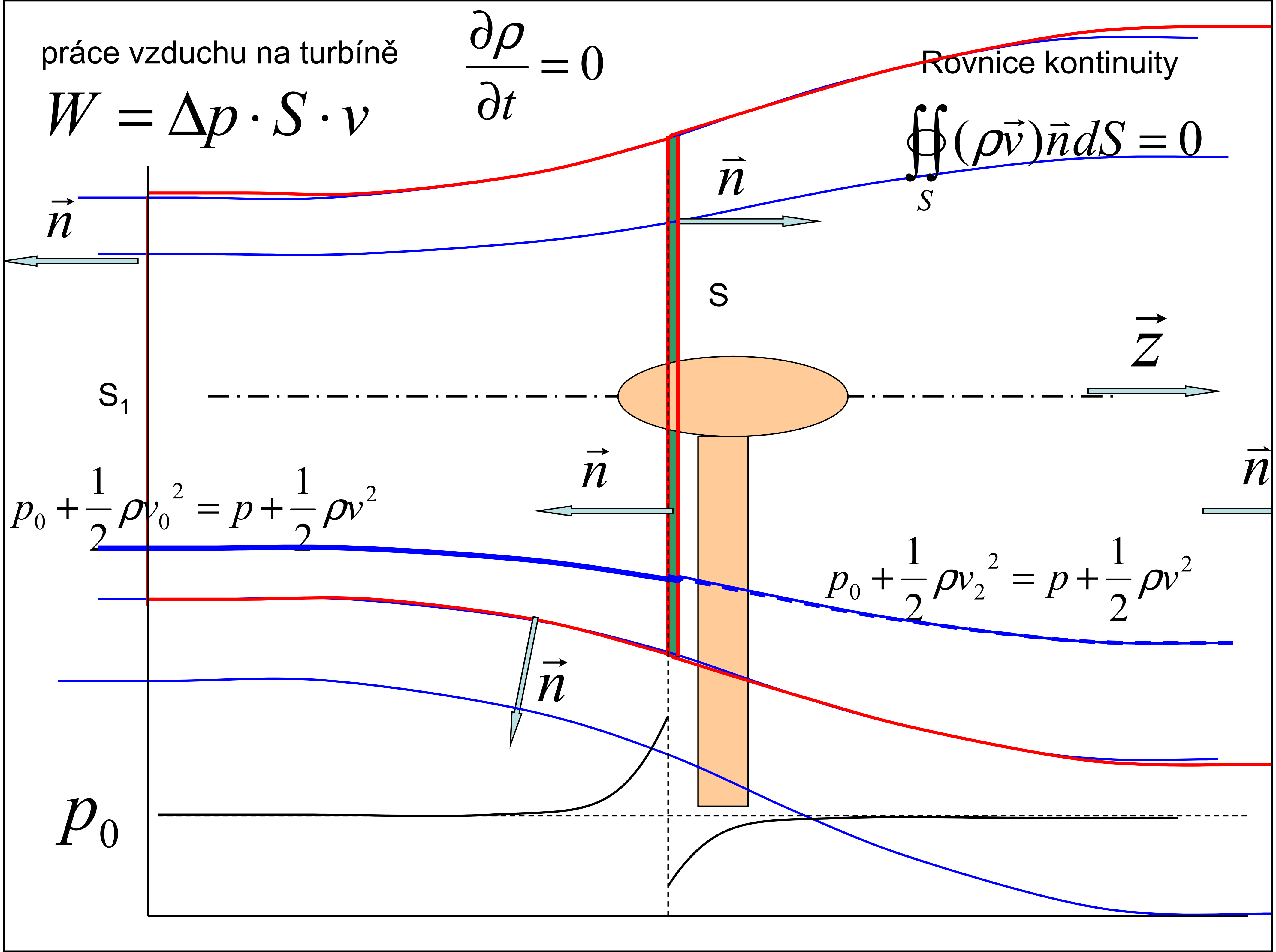
$$S_1 v_0 = \iint v^z dS \cong S v \qquad S_1 v_0 = S_2 v_2 \qquad S_2 v_2 = \iint v^z dS \cong S v$$

Charakter proudění

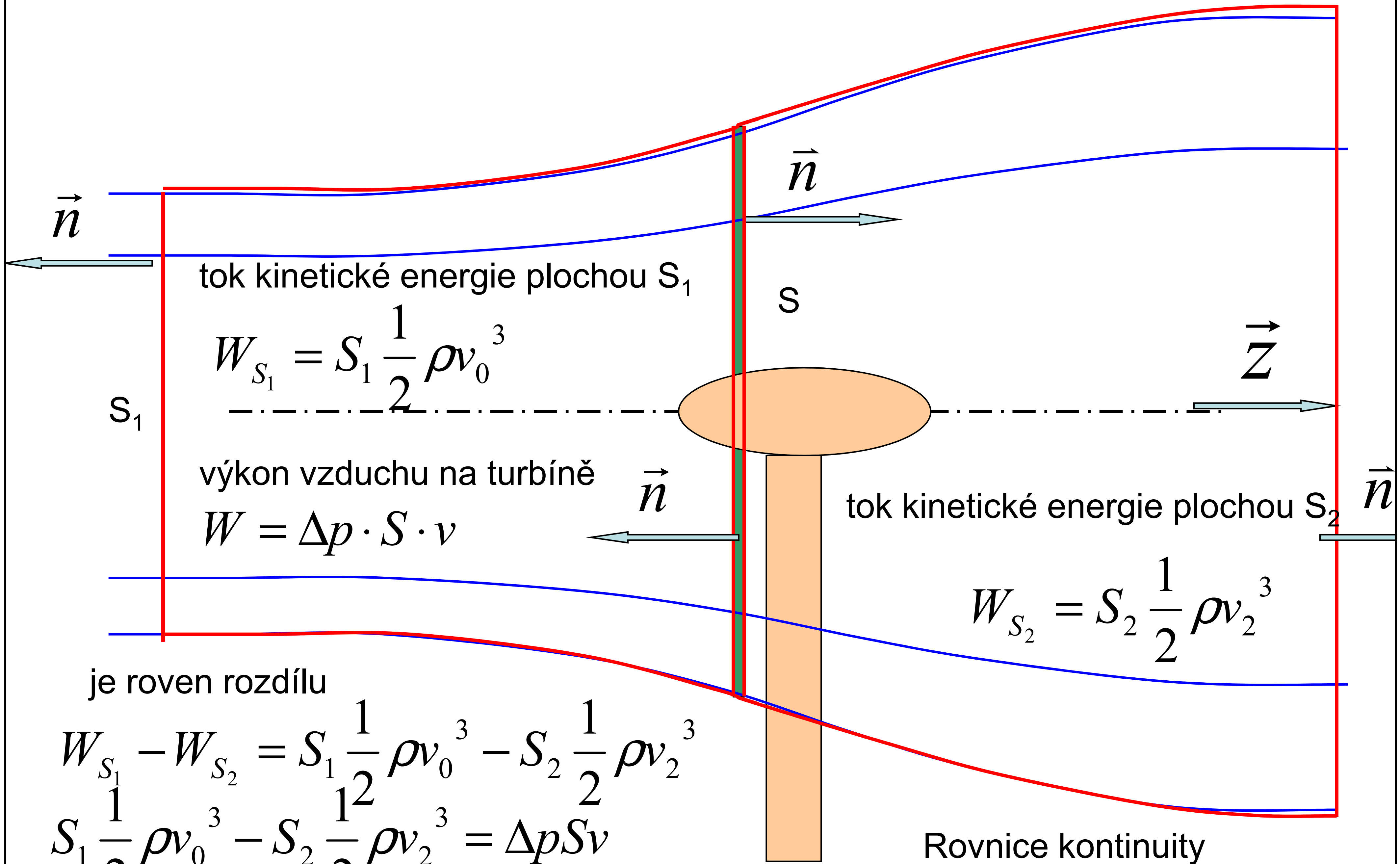
- disk vrtule a obalové proudnice vymezují dvě různé oblasti.

větrná vrtule

- otázky
- můžeme v tomto případě nahradit vrtuli diskem stejných vlastností jako pro vrtuli v trubce v tom smyslu, že tlakový rozdíl a rychlost je v celé ploše vrtule stejná?



práce vzduchu na turbíně
$W = \Delta p \cdot S \cdot v$
$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
Rovnice kontinuity
$\oiint_S (\rho \vec{v}) \vec{n} dS = 0$
$\vec{n}$
S
$\vec{z}$
S_1
$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0{}^2 = p + \frac{1}{2}\rho v^2$
$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2{}^2 = p + \frac{1}{2}\rho v^2$
p_0



tok kinetické energie plochou S_1

$$W_{S_1} = S_1 \frac{1}{2} \rho v_0^{\,3}$$

výkon vzduchu na turbíně

$$W = \Delta p \cdot S \cdot v$$

tok kinetické energie plochou S_2

$$W_{S_2} = S_2 \frac{1}{2} \rho v_2^{\,3}$$

je roven rozdílu

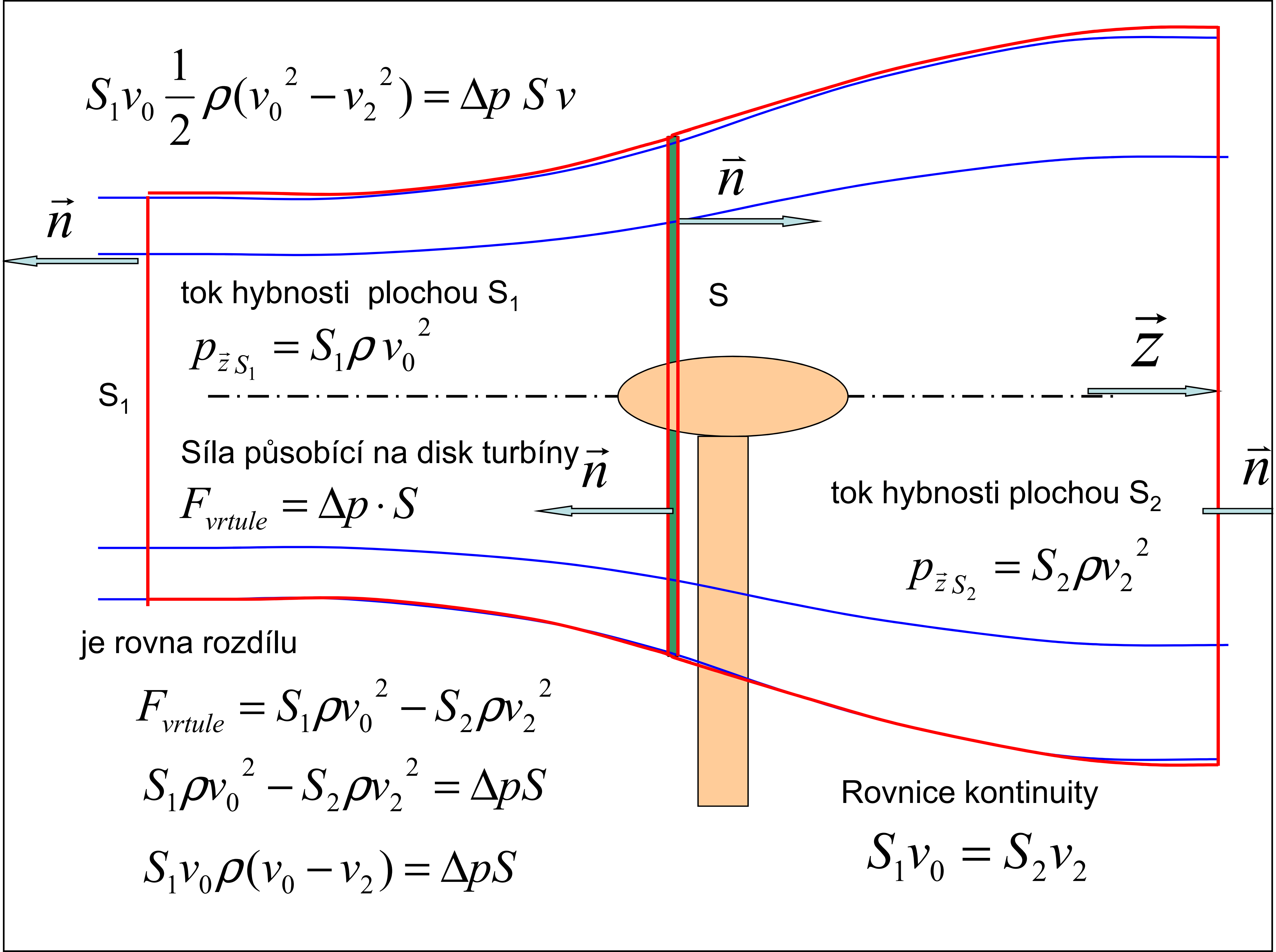
$$W_{S_1} - W_{S_2} = S_1 \frac{1}{2} \rho v_0^{\,3} - S_2 \frac{1}{2} \rho v_2^{\,3}$$

$$S_1 \frac{1}{2} \rho v_0^{\,3} - S_2 \frac{1}{2} \rho v_2^{\,3} = \Delta p S v$$

$$S_1 v_0 \frac{1}{2} \rho (v_0^{\,2} - v_2^{\,2}) = \Delta p \; S \; v$$

Rovnice kontinuity

$$S_1 v_0 = S_2 v_2$$



$$S_1 v_0 \frac{1}{2}\rho({v_0}^2 - {v_2}^2) = \Delta p\, S\, v$$
$\vec{n}$
$\vec{n}$
tok hybnosti plochou S_1
S
$$p_{\vec{z}\,S_1} = S_1 \rho\, {v_0}^2$$
$\vec{z}$
S_1
Síla působící na disk turbíny
$\vec{n}$
$\vec{n}$
$$F_{vrtule} = \Delta p \cdot S$$
tok hybnosti plochou S_2
$$p_{\vec{z}\,S_2} = S_2 \rho {v_2}^2$$
je rovna rozdílu
$$F_{vrtule} = S_1 \rho {v_0}^2 - S_2 \rho {v_2}^2$$
$$S_1 \rho {v_0}^2 - S_2 \rho {v_2}^2 = \Delta p S$$
$$S_1 v_0 \rho (v_0 - v_2) = \Delta p S$$
Rovnice kontinuity
$$S_1 v_0 = S_2 v_2$$

ZZE $$S_1 v_0 \frac{1}{2}\rho(v_0{}^2 - v_2{}^2) = \Delta p\; S\, v$$

ZZH $$S_1 v_0 \rho(v_0 - v_2) = \Delta p S$$

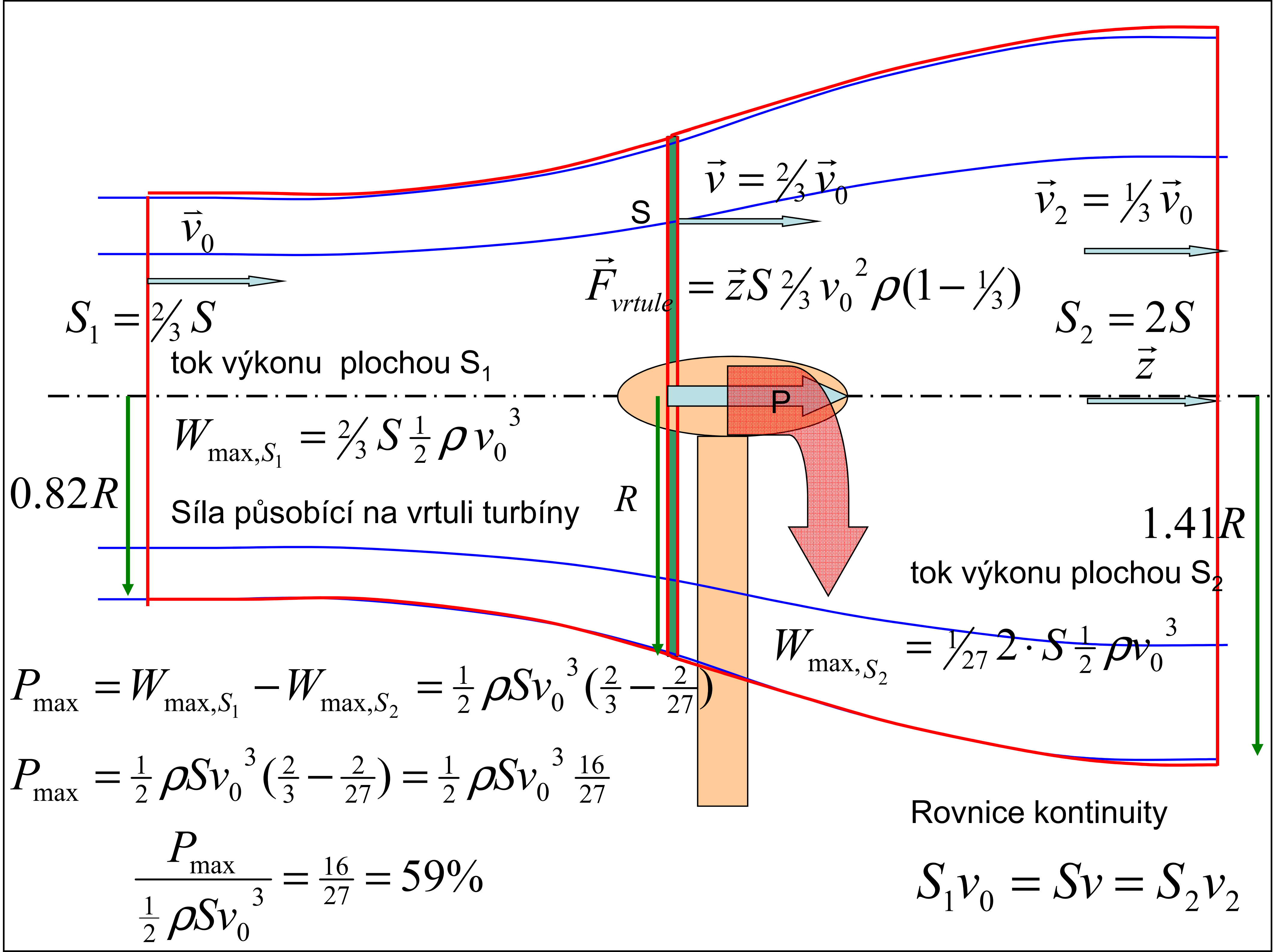
$$\frac{1}{2}(v_0 + v_2) = v$$

$$W = S_1 v_0 \frac{1}{2}\rho(v_0{}^2 - v_2{}^2) = S\, v \frac{1}{2}\rho(v_0{}^2 - v_2{}^2)$$

$$W = S \frac{1}{2}(v_0 + v_2)\frac{1}{2}\rho(v_0{}^2 - v_2{}^2)$$

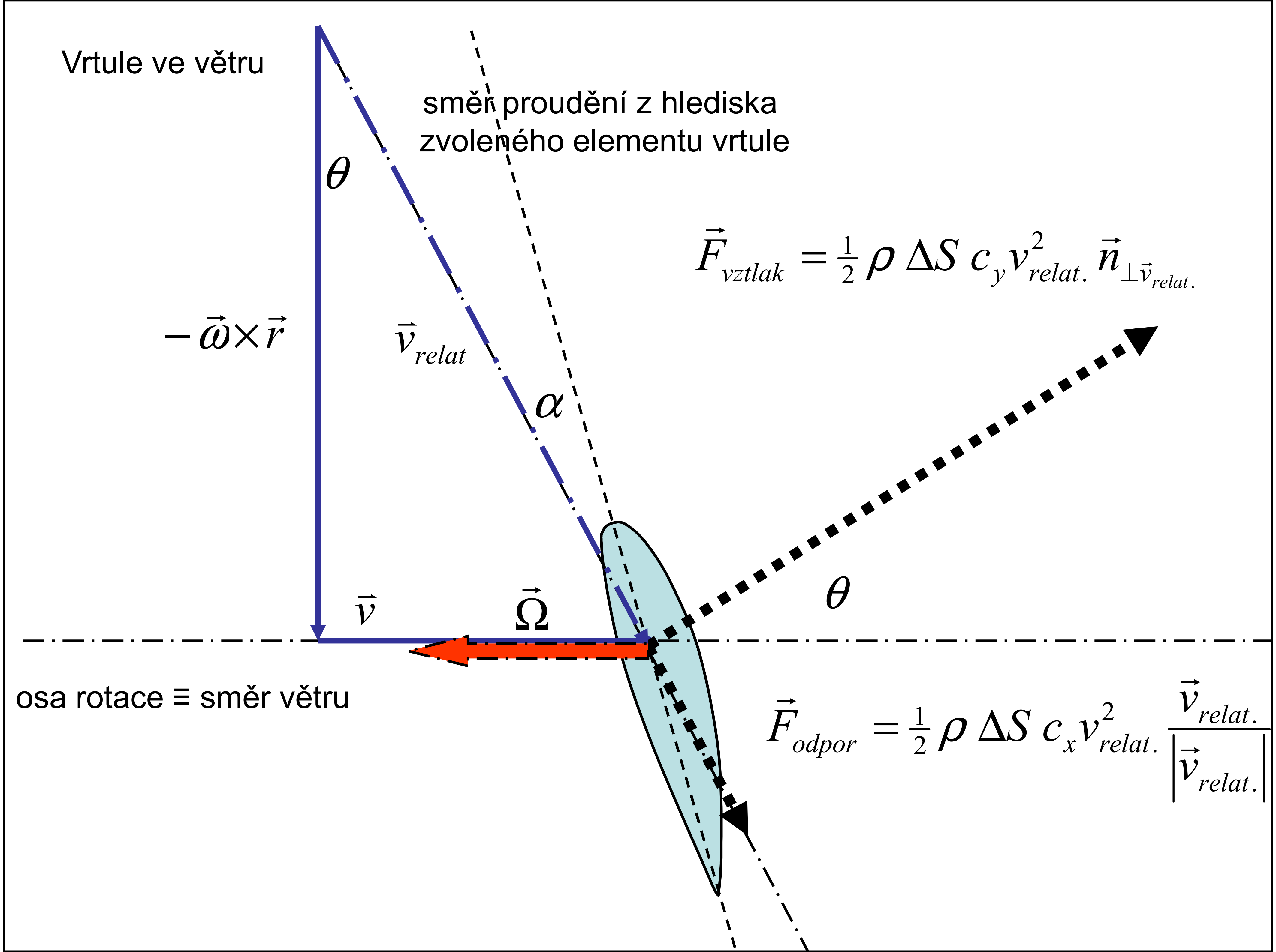
$$\frac{\partial W_{\max}}{\partial v_2} = S\,\rho \frac{1}{4}(v_0{}^2 - v_2{}^2 - 2(v_0 + v_2)v_2) = 0$$

$$v_0{}^2 - v_2{}^2 = 2(v_0 + v_2)v_2 \qquad v_0 - v_2 = 2v_2 \qquad v_2 = v_0 \frac{1}{3}$$


$\vec{v}_0$
$S_1 = \frac{2}{3} S$
tok výkonu plochou S_1
$W_{\max,S_1} = \frac{2}{3} S \frac{1}{2} \rho v_0^3$
$0.82R$
Síla působící na vrtuli turbíny
R
S
$\vec{v} = \frac{2}{3} \vec{v}_0$
$\vec{F}_{vrtule} = \vec{z} S \frac{2}{3} v_0^2 \rho (1 - \frac{1}{3})$
P
$\vec{v}_2 = \frac{1}{3} \vec{v}_0$
$S_2 = 2S$
$\vec{z}$
$1.41R$
tok výkonu plochou S_2
$W_{\max,S_2} = \frac{1}{27} 2 \cdot S \frac{1}{2} \rho v_0^3$
$P_{\max} = W_{\max,S_1} - W_{\max,S_2} = \frac{1}{2} \rho S v_0^3 (\frac{2}{3} - \frac{2}{27})$
$P_{\max} = \frac{1}{2} \rho S v_0^3 (\frac{2}{3} - \frac{2}{27}) = \frac{1}{2} \rho S v_0^3 \frac{16}{27}$
$\frac{P_{\max}}{\frac{1}{2} \rho S v_0^3} = \frac{16}{27} = 59\%$
Rovnice kontinuity
$S_1 v_0 = S v = S_2 v_2$

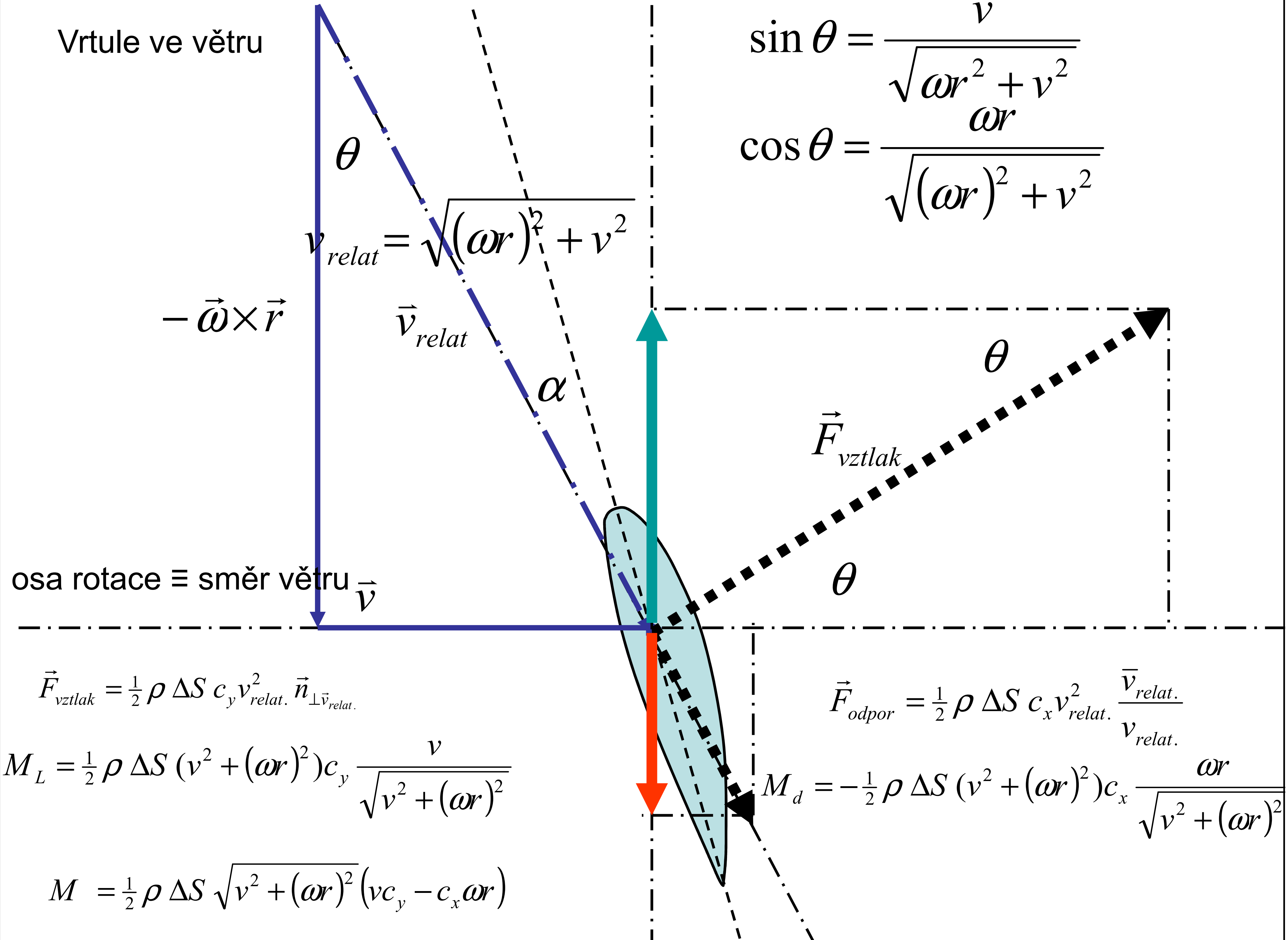
- Tlakový spád nemůže být po celém disku stejný a na kraji musí být nulový.

Moment síly na hřídeli větrné turbíny a síla odporu větru



Vrtule ve větru
směr proudění z hlediska zvoleného elementu vrtule
θ
$-\vec{\omega}\times\vec{r}$
$\vec{v}_{relat}$
α
$\vec{F}_{vztlak} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\,c_y v_{relat.}^2\,\vec{n}_{\perp\vec{v}_{relat.}}$
θ
$\vec{v}$
$\vec{\Omega}$
osa rotace ≡ směr větru
$\vec{F}_{odpor} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\,c_x v_{relat.}^2\,\frac{\vec{v}_{relat.}}{\left|\vec{v}_{relat.}\right|}$

Vrtule ve větru



$$\sin\theta = \frac{v}{\sqrt{\omega r^2 + v^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{\omega r}{\sqrt{(\omega r)^2 + v^2}}$$

$$v_{relat} = \sqrt{(\omega r)^2 + v^2}$$

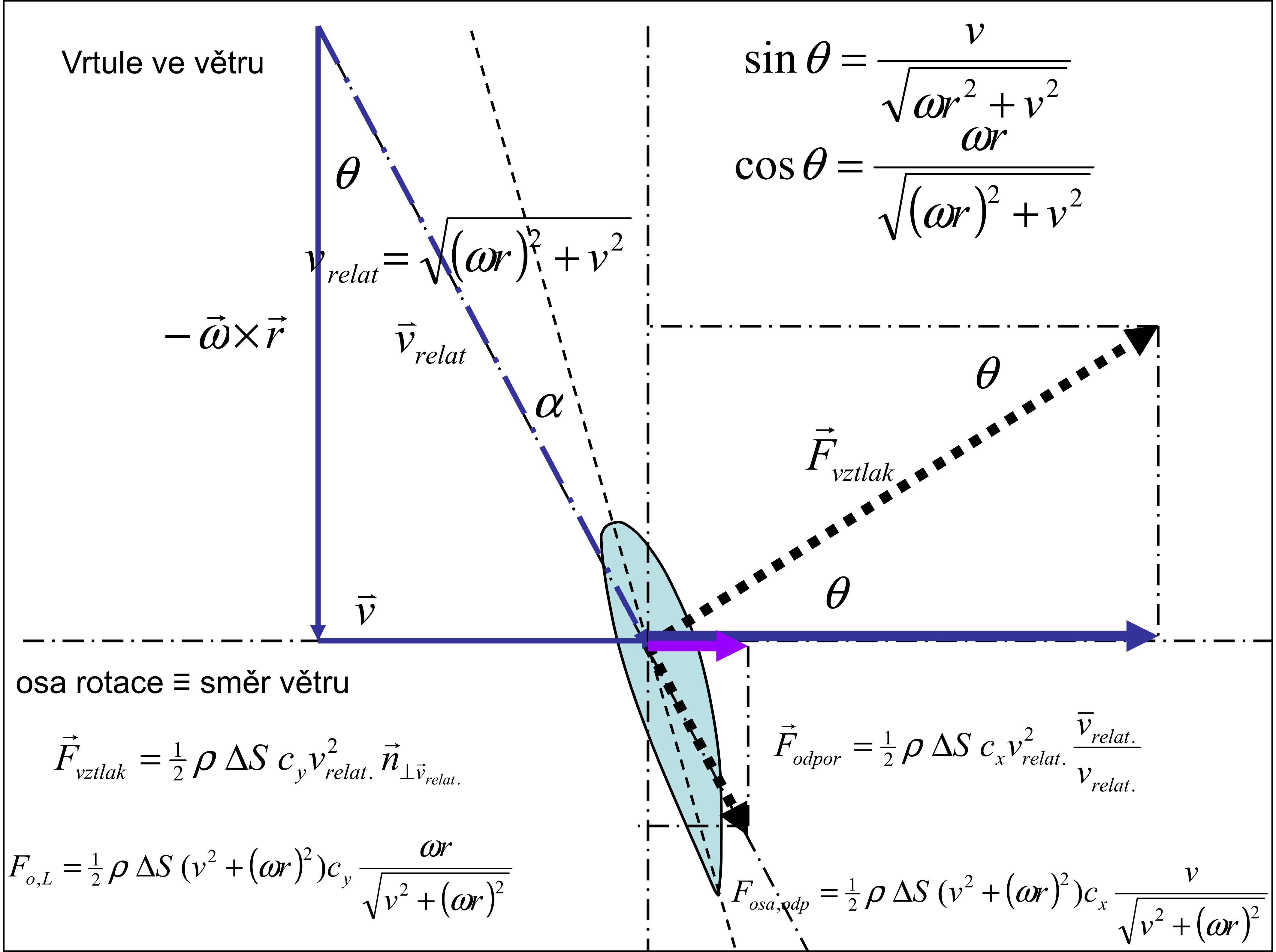
$$\vec{F}_{vztlak} = \tfrac{1}{2}\rho\,\Delta S\, c_y v^2_{relat.}\,\vec{n}_{\perp\vec{v}_{relat.}}$$

$$M_L = \tfrac{1}{2}\rho\,\Delta S\,(v^2 + (\omega r)^2)\,c_y \frac{v}{\sqrt{v^2 + (\omega r)^2}}$$

$$M = \tfrac{1}{2}\rho\,\Delta S\,\sqrt{v^2 + (\omega r)^2}\,(v c_y - c_x \omega r)$$

$$\vec{F}_{odpor} = \tfrac{1}{2}\rho\,\Delta S\, c_x v^2_{relat.}\,\frac{\vec{v}_{relat.}}{v_{relat.}}$$

$$M_d = -\tfrac{1}{2}\rho\,\Delta S\,(v^2 + (\omega r)^2)\,c_x \frac{\omega r}{\sqrt{v^2 + (\omega r)^2}}$$



Vrtule ve větru
$\sin\theta = \frac{v}{\sqrt{\omega r^2 + v^2}}$
$\cos\theta = \frac{\omega r}{\sqrt{(\omega r)^2 + v^2}}$
θ
$v_{relat} = \sqrt{(\omega r)^2 + v^2}$
$-\vec{\omega}\times\vec{r}$
$\vec{v}_{relat}$
α
θ
$\vec{F}_{vztlak}$
θ
$\vec{v}$
osa rotace ≡ směr větru
$\vec{F}_{vztlak} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\, c_y v_{relat.}^2\, \vec{n}_{\perp\vec{v}_{relat.}}$
$\vec{F}_{odpor} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\, c_x v_{relat.}^2 \frac{\vec{v}_{relat.}}{v_{relat.}}$
$F_{o,L} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\,(v^2 + (\omega r)^2)c_y \frac{\omega r}{\sqrt{v^2 + (\omega r)^2}}$
$F_{osa,odp} = \frac{1}{2}\rho\,\Delta S\,(v^2 + (\omega r)^2)c_x \frac{v}{\sqrt{v^2 + (\omega r)^2}}$

Havárie větrné turbíny Vestas

- http://www.youtube.com/watch?v=7nSB1SdVHqQ