

## SYMETRICKÉ ČTYŘPÓLY JAKO FILTRY

V této úloze budou řešeny symetrické čtyřpóly jako frekvenční filtry. Bude představena jejich funkce na praktickém příkladu reproduktorů.

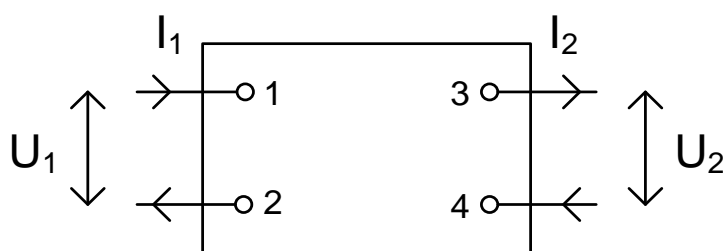
### Teoretický základ

Pod pojmem *čtyřpól* rozumíme prvek složený z obecných impedancí, který do elektrického obvodu zapojujeme čtyřmi svorkami. Často je také nazýván dvojbranem a to za podmínky, že oběma vstupními svorkami teče stejný proud  $I_1$  a zároveň oběma výstupními svorkami teče také stejný proud  $I_2$  (viz obr. 1). Podle teorie střídavých sítí pro symetrický čtyřpól platí:

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2$$

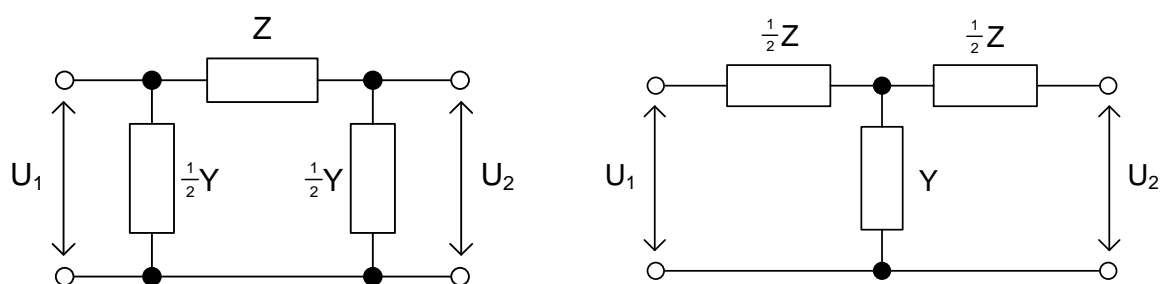
$$I_1 = C \cdot U_2 + A \cdot I_2,$$

kde determinant soustavy je  $\Delta = A^2 - B \cdot C$ .



Obrázek 1: Čtyřpól neboli dvojbran. Symboly  $U_1$ ,  $I_1$  značí vstupní napětí a proud a  $U_2$ ,  $I_2$  značí výstupní napětí a proud.

Symetrické čtyřpóly se využívají jako filtry ve tvaru tzv.  $\pi$ -článků a T-článků znázorněných na obr. 2.



Obrázek 2: Filtry jako  $\pi$ -články a T-články.

Pro  $\pi$ -článek potom dle výše uvedených rovnic platí:

$$A = 1 + \frac{1}{2} Z \cdot Y$$

$$B = Z$$

$$C = Y \left( 1 + \frac{1}{4} Z \cdot Y \right).$$

Pro T-článek platí obdobně:

$$A = 1 + \frac{1}{4} Z \cdot Y$$

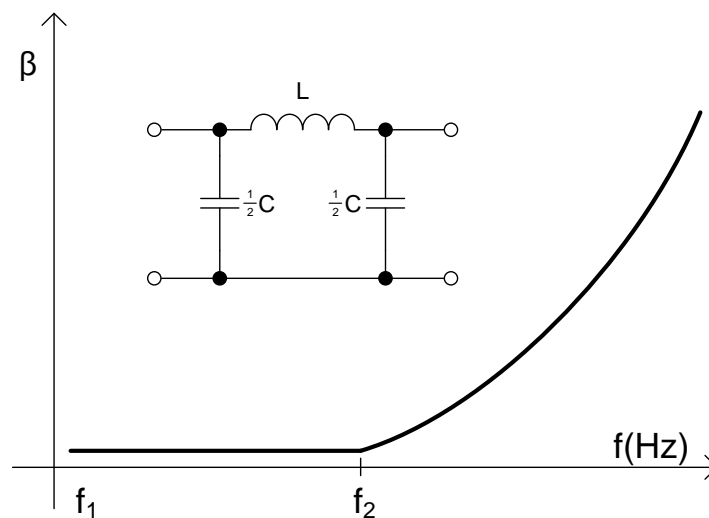
$$B = Z \left( 1 + \frac{1}{4} Z \cdot Y \right)$$

$$C = Y.$$

Pokud zavedeme pojem *tlumení* jako  $\beta = \log \frac{U_1}{U_2}$  a za předpokladu zanedbatelných ohmických odporů v článku, lze z uvedeného usoudit, že filtry zapojené jako  $\pi$ -články a T-články propouštějí pouze určitý rozsah frekvencí. Tento rozsah frekvencí odpovídá intervalu hodnot koeficientu A náležící do intervalu  $(-1,1)$ . Hodnotám koeficientu  $A=1$  a  $A=-1$  odpovídají mezní frekvence, mezi nimiž nedochází k tlumení.

Pro účely našeho měření budeme používat  $\pi$ -článek.

### Dolnofrekvenční propust



Obrázek 3: Dolnofrekvenční propust.

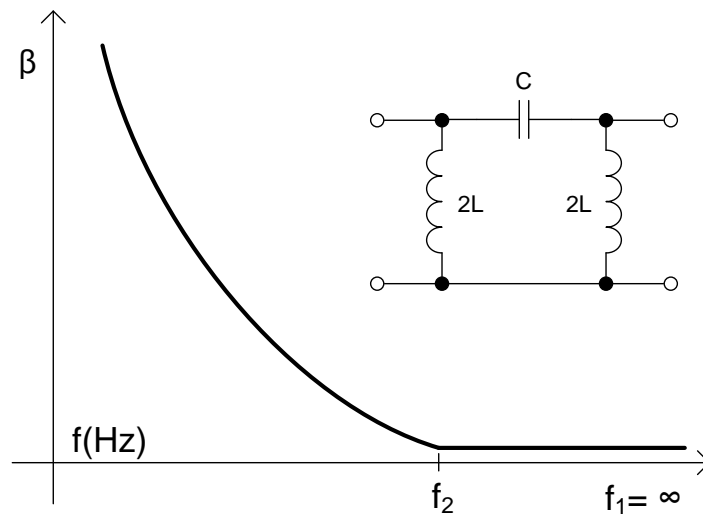
Filtr a průběh jeho tlumení  $\beta$  je znázorněn na obr. 3. Pro tento  $\pi$ -článek platí:

$$Y = j\omega C, Z = j\omega L, A = 1 - \frac{1}{2} \omega^2 LC$$

Pro  $A=+1$  dostaneme  $\omega_1^2 = 0$ ,  $f_1 = 0\text{Hz}$

Pro  $A=-1$  dostaneme  $\omega_2^2 = \frac{4}{LC}$ ,  $f_2 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \text{Hz}$

## Hornofrekvenční propust



Obrázek 4: Hornofrekvenční propust.

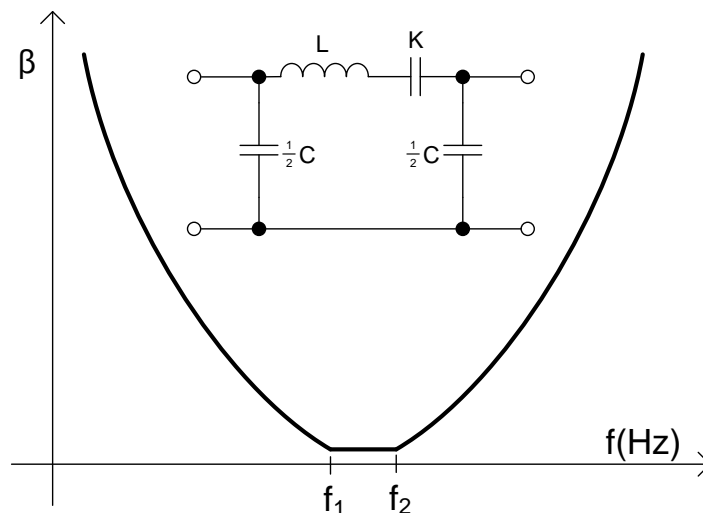
Filtr a průběh jeho tlumení  $\beta$  je znázorněn na obr. 4. Pro tento  $\pi$ -článek platí:

$$Z = -\frac{j}{\omega C}, Y = \frac{1}{j\omega L}, A = 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2 LC}$$

Pro  $A=+1$  dostaneme  $\omega_1^2 = \infty, f_1 = \infty$

Pro  $A=-1$  dostaneme  $\omega_2^2 = \frac{1}{4LC}, f_2 = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$

## Pásmová propust



Obrázek 5: Pásmová propust.

Filtr a průběh jeho tlumení  $\beta$  je znázorněn na obr. 5. Pro tento  $\pi$ -článek platí:

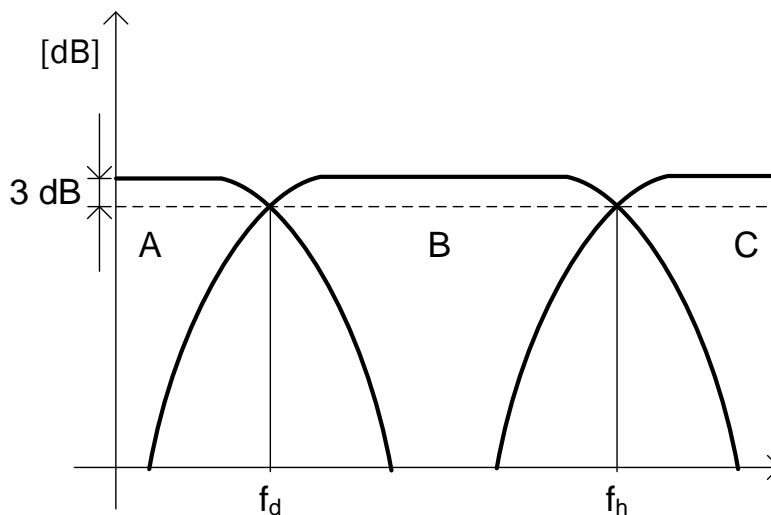
$$Z = j\omega L - \frac{j}{\omega K}, Y = j\omega C, A = 1 + \frac{j}{2} \left( \omega L - \frac{1}{\omega K} \right) \cdot j\omega C = 1 - \frac{1}{2} \omega^2 LC - \frac{1}{2} \cdot CK$$

Pro  $A=+1$  dostaneme  $\omega_1^2 = \frac{1}{LK}, f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LK}} \text{ Hz}$

$$\text{Pro } A=-1 \text{ dostaneme } \omega_2^2 = \frac{1}{LK} \left(1 + \frac{4K}{c}\right), f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LK}} \sqrt{\left(1 + \frac{4K}{c}\right)} \text{ Hz}$$

## Využití filtrů v praxi - reproduktorové soustavy

Základním požadavkem na kvalitní reproduktorovou soustavu je co nejdůvěhodnější přenesení zvuku, od nízkých tónů až po vysoké. Pro přenesení nízkých tónů jsou vhodné reproduktory s velkým průměrem membrán umožňující velký rozkmit membrán, kdežto pro vysoké tóny jsou vhodnější menší membrány s malým kmitacím rozsahem. Z uvedeného vyplývá, že pro sestavení kvalitní reproduktorové soustavy je nutno zařadit několik reproduktorů, které kvalitně přenášejí určitý rozsah frekvencí, tzv. *pásmo* (odtud dvoupásmová, třípásmová reproduktorová soustava). Pro rozdělení signálů podle frekvencí přicházejících do reproduktoru se využívá *elektrických výhybek*. Ty jsou tvořeny kondenzátory a cívkami tak, aby propouštěly pouze požadovaný rozsah frekvencí. Výhybka tedy v reproduktorové soustavě funguje jako hornofrekvenční a zároveň i dolnofrekvenční a pásmová propust, nebo také filtr. Nízké frekvence v rozsahu 20 Hz až 4 kHz jsou přehrávány basovými reproduktory, střední tóny od 500 Hz do 4 kHz přehrají menší středotónové reproduktory a vysoké frekvence od 3 kHz výše vysokotónové reproduktory. Rozsah basových a středotónových reproduktorů se překrývá, protože v dvoupásmovém zapojení soustavy právě basový reproduktor nahradí středotónový.



Obrázek 6: Zapojení třípásmové reproduktorové soustavy s výhybkami; A - basový, B - středotónový a C - vysokotónový reproduktor. Frekvence  $f_d$  a  $f_h$  určují dolní a horní dělicí kmitočty.

## Program Zeitnitz

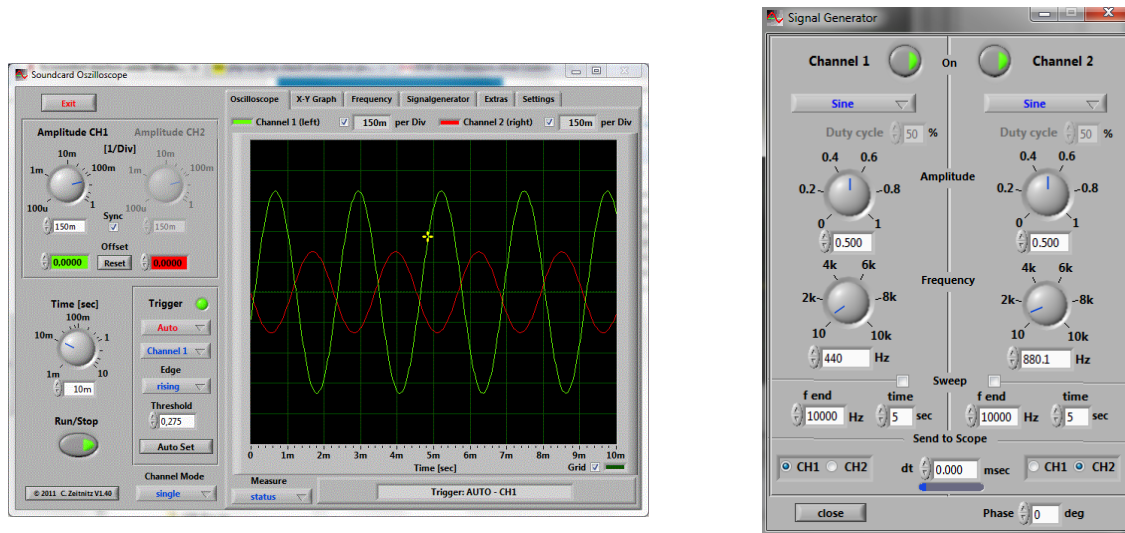
Software Zeitnitz se používá k zobrazení a analýze zvukových vln. Data mohou být nahrávána buď přímo ze zvukové karty (s mikrofónovým vstupem) nebo ze zdroje jako je CD či Mediaplayer. Software získává vstupní data ze zvukové karty prostřednictvím

Windows rozhraní, tedy nekomunikuje přímo se zvukovou kartou. Proto pokud se objeví problém se zvukovou kartou, je třeba ho řešit na úrovni operačního systému.

Uživatelské rozhraní je koncipováno podobně jako konvenční osciloskop s přídatnými rozhraními: XY display, frekvenční analýza a generátor signálu.

## Osciloskop

V okně osciloskopu je možné nastavit tři základní funkce: amplituda, čas, trigger (viz obr. 7).



Obrázek 7: Program Zeitnitz.

Hodnoty amplitudy jsou uvedené v jednotkách na dílek. Nastavení času se vztahuje k celé zobrazené škále, nejde tedy o hodnotu na jednotku dílku jako je to u konvenčního osciloskopu. Trigger obsahuje základní funkce off, auto, normal a single.

## XY graf

Signály ze dvou kanálů jsou zobrazeny proti sobě, čímž vzniknou tzv. *Lissajousovy* obrazce.

## Frekvenční analýza

Okno frekvenční analýzy zobrazuje výsledky Fourierovy analýzy vybraného kanálu. Amplituda stejně jako frekvence může být zobrazena v logaritmické škále či v jednotkách dB.

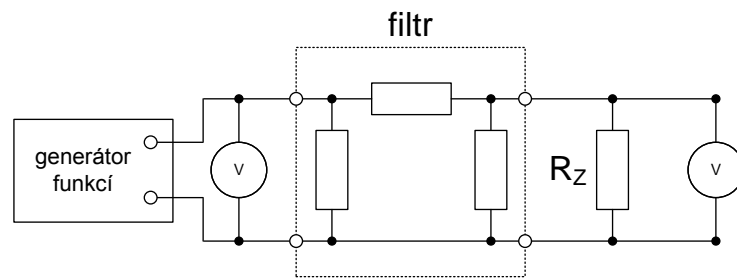
## Generátor signálu

Dvoukanálový generátor signálu je integrován v programu. Generátor generuje signál ve tvaru sinus, obdélník, trojúhelník a pila s nastavitelnou amplitudou a frekvencí.

## Zadání

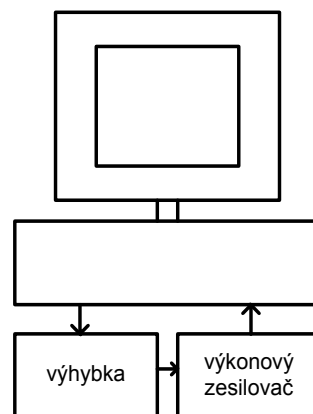
---

1. Změřte hodnoty jednotlivých součástí všech filtrů pomocí RLC měřiče.
2. Pomocí naměřených hodnot vypočítejte teoretické mezní hodnoty  $f_1$  a  $f_2$ .
3. Změřte frekvenční charakteristiku všech samostatných filtrů v zapojení dle obr. 8. Za filtr je zapojen zatěžovací odpor  $R_Z$ , na kterém měříme výstupní napětí  $U_2$ . Vstupní napětí  $U_1$  udržujeme během měření konstantní.



Obrázek 8: Schématické uspořádání přístrojů pro měření.

- Do grafu vyznačte závislost útlumu  $\beta$  na frekvenci. Do téhož grafu vyznačte průběh koeficientu  $A$ , pro který zvolte vhodné měřítko grafu tak, aby vynikl obor (-1, +1). Stupnici frekvence zobrazte v logaritmickém měřítku.
4. Změřte frekvenční charakteristiku samostatných filtrů a reproduktorové výhybky pomocí programu Zeitnitz (viz zapojení na obr. 9). Výsledky porovnejte s výsledky z úlohy č.3.



Obrázek 9: Schématické zapojení reproduktorové výhybky pro měření frekvenční charakteristiky.

## Použitá literatura

---

- ONDRÁČEK, Zdeněk: Elektronika pro fyziky, Masarykova univerzita v Brně, Brno 1998, ISBN 80-210-1741-4
- SVOBODA, Ladislav; ŠTEFAN, Miloslav: Reprodukory a reproduktorové soustavy, SNTL - nakladatelství technické literatury, Praha 1983, 04-534-83
- ŠAFER, Radim: Návrh reprosoustavy pro domácí poslech, Bakalářská práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno 2010
- ZEITNITZ, C.: Manual for the sound card oscilloscope V1.41, 2012. Dostupné online: [http://www.zeitnitz.eu/scope/manual\\_scope\\_v141.pdf](http://www.zeitnitz.eu/scope/manual_scope_v141.pdf)