

FA, 21. 2. 2013

1. Určete vzdálenost funkcí $f(t) = t$, $g(t) = t^2$ v prostorech $C[0, 1]$, $L^1(0, 1)$, $L^2(0, 1)$.
2. Rozhodněte, zda následující posloupnosti jsou konvergentní v prostoru spojitých funkcí $C[0, 1]$: a) $f_n(t) = t^{n+1} - t^n$, b) $f_n(t) = t^{2n} - t^n$.

3. Rozhodněte, zda prostor spojitých funkcí $C[a, b]$ s normou stejnoměrné konvergence

$$\|f\| = \max_{t \in [a, b]} |f(t)|$$

je Banachův prostor.

4. Rozhodněte, zda normy

$$\|x\|_{l^1} = \sum_{k=1}^{\infty} |x_k|, \quad \|x\|_{l^\infty} = \sup_{k \in \mathbb{N}} |x_k|$$

jsou ekvivalentní na prostoru l^1 .

5. Určete vzdálenost posloupnosti $x = \{1, 2, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$ od podprostoru

$$M = \{x = \{x_k\}_{k=1}^{\infty} : x_1 = x_2\}$$

v prostorech a) l^1 , b) l^2 , c) l^∞ .