Cvičení 3

Příklady na využití exponenciálního rozložení

Příklad 1.: Doba do ukončení opravy v opravně obuvi je náhodná veličina, která se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 3 dny. Jaká je pravděpodobnost, že oprava bude ukončena do dvou dnů? [0,4866]

Příklad 2.: Životnost žárovky má exponenciální rozložení se střední hodnotou 600 h. Jaká je pravděpodobnost, že žárovka bude svítit dalších aspoň 200 h, jestliže již svítila aspoň 800 h? [0,7165]

Příklad 3.: Náhodné doby života dvou součástek jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, přičemž $X_i \sim Ex(\lambda_i)$, $i = 1, 2$. Střední hodnota doby života první součástky je 2 roky, druhé součástky 3 roky. Jaká je pravděpodobnost, že druhá součástka přežije první? [0,6]

Příklad 4.: Doba (v hodinách), která uplyne mezi dvěma naléhavými příjmy v jisté nemocnici, se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 2 h. Jaká je pravděpodobnost, že uplyne více než 5 h bez naléhavého příjmu? [0,082]

Příklad 5.: Zkoumá se funkce dvou nezávisle na sobě pracujících přístrojů. Doba bezporuchové funkce i-tého přístroje je náhodná veličina $X_i \sim Ex(\lambda_i)$, $i = 1, 2$. Jaká je pravděpodobnost, že za dobu $t_0 > 0$ a) ani jeden přístroj neselže, b) selže aspoň jeden přístroj?
Řešení:
[ad a) $e^{-t_0(\lambda_1+\lambda_2)}$, ad b) $1-e^{-t_0(\lambda_1+\lambda_2)}$]

Příklad 6.: Najděte 5. percentil náhodné veličiny $X \sim Ex(0,1)$. [0,5129]

Příklad 7.: Jistý přístroj má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Doba čekání na poruchu se řídí exponenciálním rozložením. Stanovte dobu t tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat po dobu delší než t, byla 0,99. [20,1 h]