

# MF002 Stochastická analýza

## jaro 2014

Ondřej Pokora

🏠 Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

aktualizace 📅 6. února 2014

✉️ [pokora@math.muni.cz](mailto:pokora@math.muni.cz)



# Osnova kurzu

- ✚ Náhodné procesy, L2-prostor, normální rozdělení – vlastnosti
- ✚ Wienerův proces (Brownův pohyb) – konstrukce a vlastnosti
- ✚ Lineární a kvadratická variace
- ✚ Stochastický integrál a diferenciál – Itôův a Stratonovichův
- ✚ Itôův proces a jeho vlastnosti, Itôovo lemma
- ✚ Stochastické diferenciální rovnice a jejich řešení
- ✚ Martingaly, věty o martingalové reprezentaci
- ✚ Změna pravděpodobnostní míry, Radonova-Nikodymova derivace, Cameronova-Martinova věta, Girsanovova věta
- ✚ Oceňování evropské call opce a binární bariérové opce, B-S-M
- ✚ Feynmanova-Kacova věta, Laplaceova rovnice – B-S rovnice
- ✚ Difúzní procesy, Ornsteinův-Uhlenbeckův proces, aplikace

# Literatura – domácí

- ✚ Melicherčík, Igor – Olšarová, Ladislava – Úradníček, Vladimír: **Kapitoly z finančnej matematiky**. Miroslav Mračko, 2005.
- ✚ Ševčovič, Daniel – Stehlíková, Beáta – Mikula, Karol: **Analytické a numerické metódy oceňovania finančných derivátov**. Nakladateľstvo STU, 2009.
- ✚ Ševčovič, Daniel – Stehlíková, Beáta – Mikula, Karol: **Analytical and numerical methods for pricing financial derivatives**. Nova Science Publishers, 2011.
- ✚ Kolář, Martin: **Stochastická analýza – výukové materiály**. Tato skripta v podstate pokrývajú náplň prednášok.

# Literatura – matematická

- ✚ Karatzas, Ioannis – Shreve, Steven E.: **Brownian motion and stochastic calculus**. Springer, 1988.
- ✚ Øksendal, Bernt: **Stochastic differential equations – an introduction with applications**. 6th ed., Springer, 2005.
- ✚ Kloeden, Peter E. – Platen, Eckhard: **Numerical Solution of Stochastic Differential Equations**. Springer, 1992.
- ✚ Kloeden, Peter E. – Platen, Eckhard – Schurz, Henri: **Numerical solution of SDE through computer experiments**. Springer, 1994.

# Literatura – finanční

- ✚ Karatzas, Ioannis – Shreve, Steven E.: **Methods of mathematical finance**. Springer, 1998.
- ✚ Hull, John: **Options, futures & other derivatives**. 5th ed., Prentice Hall, 2003.
- ✚ Etheridge, Alison: **Financial Calculus**. Cambridge University Press, 2002.
- ✚ Higham, Desmond J.: **An Introduction to Financial Option Valuation**. Cambridge University Press, 2004.

# Historie – 19. stol.

- ✚ **Robert Brown** (Skotsko, 1773–1858): botanik, 1827 pozoroval pohyb pylových zrn
- ✚ **Thorvald Nicolai Thiele** (Dánsko, 1838–1910): pojišťovnictví, astronomie, 1880 první matematický popis Brownova pohybu
- ✚ **Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier** (Francie, 1870–1946): matematik, 1900 *The theory of speculation* o analýze akciového trhu a opcích, první model Brownova pohybu
- ✚ **Albert Einstein** (Německo, 1879–1955): teoretický fyzik (obecná teorie relativity), zakladatel statistické fyziky, 1905 použil Brownův pohyb, 1921 Nc
- ✚ **Paul Pierre Lévy** (Francie, 1886–1971): matematik, matematicky popsal martingaly (sázková strategie, Francie 18. stol.)
- ✚ **Norbert Wiener** (USA, 1894–1964): matematik (MIT), první důkaz o nediferencovatelnosti Brownova pohybu

## Historie – 20. stol.

- ✚ **Robert Horton Cameron** (USA, 1908–1989): matematik (Princeton, MIT)
- ✚ **William Ted Martin** (USA, 1911–2004): matematik (Princeton, MIT)
- ✚ **Richards Phillips Feynman** (USA, 1918–1988): teoretický fyzik (MIT, Princeton, Caltech), *Manhattan Project*, 1965 Nc
- ✚ **Mark Kac** (Polsko, 1914–1984): matematik – teorie pravděpodobnosti (Lwów), od 1938 v USA (Cornell)
- ✚ **Joseph Leo Doob** (USA, 1910–2004): matematik (Columbia, Princeton, Illinois), zavedl teorii martingalů
- ✚ **Igor Vladimirovich Girsanov** (Rusko, 1934–1967): matematik (MGU)
- ✚ **Zbigniew Ciesielski** (Polsko, 1934): matematik (polská akademie věd), 1960 konstrukce Brownova pohybu

# Historie – nedávná

- ✚ **Ruslan Leont'evich Stratonovich** (Rusko, 1930–1997): fyzik, inženýr (MGU), Stratonovichův kalkulus
- ✚ **Kiyoshi Itô** (Japonsko, 1915–2008): matematik (Kyoto), Itôův kalkulus, aplikace ve finanční matematice
- ✚ **Paul Malliavin** (Francie, 1925–2010): matematik (Paris VI), variační kalkulus pro stochastické procesy
- ✚ **Fischer Black** (USA, 1938–1995): ekonom, aplik. matematika (Univ. of Chicago, Goldman Sachs), 1973 *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*,  $B$ - $S$  rovnice,  $B$ - $S$ - $M$  vzorec
- ✚ **Myron Samuel Scholes** (Kanada–USA, 1941): ekonom (MIT, Stanford), viz *F. Black*, 1997 Nc
- ✚ **Robert Cox Merton** (USA, 1944): ekonom (Harvard), 1971 *Theory of rational option pricing*,  $B$ - $S$ - $M$  vzorec, 1997 Nc