

Tvorba dluhopisového portfolia

Seminář z finanční matematiky

Martin Chvíla

Masarykova univerzita
Přírodovědecká fakulta

26. 3. 2014

Obsah

- 1 Dluhopisy
 - Vymezení pojmu
 - Rizika dluhopisů
- 2 Členění dluhopisů
 - Podle úrokových sazeb
 - Podle eminenta
- 3 Oceňování dluhopisů
 - Vnitřní hodnota dluhopisu
 - Výnos z dluhopisu
 - Durace
 - Konvexita
- 4 Výnosové křivky
 - Tvary výnosové křivky
- 5 Portfolio dluhopisů
 - Indexace
 - Imunizace portfolia
 - Markowitzův model

Vymezení pojmu dluhopis

- Dluhopis (obligace, bond) = dluhový cenný papír vyjadřující závazek emitenta vůči věřiteli
- 2 druhy příjmů:
 - nominální hodnota (konec doby splatnosti)
 - kupónové platby (měsíční/čtvrtletní/roční)
- obecně nejméně riziková investice

Riziko = míra nejistoty dosažení očekávané výnosnosti.

Obvyklá rizika při investici do dluhopisů:

- úrokové
- kreditní
- likviditní
- měnové

Členění dluhopisů

Podle úrokových sazeb

- Dluhopisy s pevnou sazbou (plain vanilla bond) – kupóny s pevnou sazbou
- Dluhopisy s pohyblivou úrokovou sazbou (variable bond) – kupóny s variabilní sazbou
- Hybridní dluhopisy – kupóny s pohyblivou + pevnou sazbou
- Dluhopisy s nulovým kupónem (zero coupon bond) – jenom nominál
- Věčné dluhopisy (perpetuita, konzola) – kupóny doživotně (bez nominálu)

Členění dluhopisů

Podle eminenta

- Státní - emituje stát (ČNB, Ministerstvo financí), pokrytí financování nebo deficitu státního rozpočtu. Malá míra rizika.
- Komunální - emituje samosprávný celek, účel - pokrytí investic do DHM/ odstranění škod způsobené pohromami/financování projektu EU
- Korporátní - emitují firmy, účel - investice do rozšíření, modernizace, odvrácení bankrotu. Více rizikové.

Oceňování dluhopisů

Vnitřní hodnota dluhopisu

Vzorec pro plain vanilla bond s ročními kupóny:

$$V_0 = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^i} + \frac{F}{(1+r)^n},$$

kde

- C_i ... kupónová platba v roce i ,
- n ... počet let do doby splatnosti,
- r ... tržní úroková sazba.
- F ... nominální hodnota dluhopisu.

Oceňování dluhopisů

Výnos z dluhopisu

Nominální výnos (c):

$$c = \frac{C}{F}$$

Běžný výnos (y):

$$y = \frac{C}{P_0}$$

Výnos do doby splatnosti (YTM):

$$P_0 = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1 + YTM)^i} + \frac{F}{(1 + YTM)^n},$$

= průměrný výnos, který investor získá koupením dluhopisu a držetím do splatnosti

Výpočet aproximací (metoda Hawawiniho a Vory):

$$YTM = \frac{C + \frac{F - P_0}{n}}{0,6 \cdot P_0 + 0,4 \cdot F},$$

Macaulayova durace

Macaulayova durace - vážený čas doby splacení dluhopisu.
Obecný vzorec:

$$D = \sum_{i=1}^n t_i \frac{PV_i}{V_0} = \frac{1}{V_0} \cdot \sum_{i=1}^n t_i \cdot \frac{CF_i}{(1 + y/k)^{k \cdot t_i}}$$

Vzorec pro dluhopisy s ročními kupóny:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n i \cdot \frac{C_i}{(1 + y)^i} + \frac{n \cdot F}{(1 + y)^n}}{V_0}$$

Modifikovaná durace

Definice :

$$D^* = -\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial \ln(P)}{\partial y}$$

- procentuální změna ceny dluhopisu při změně YTM o 1 %

Souvislost s Macaulayovou durací:

$$D^* = \frac{D}{1 + y/k} = \frac{1}{V_0(1 + y/k)} \cdot \sum_{i=1}^n t_i \cdot \frac{CF_i}{(1 + y/k)^{k \cdot t_i}}$$

Definice:

$$C = \frac{1}{P} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}$$

Výpočet:

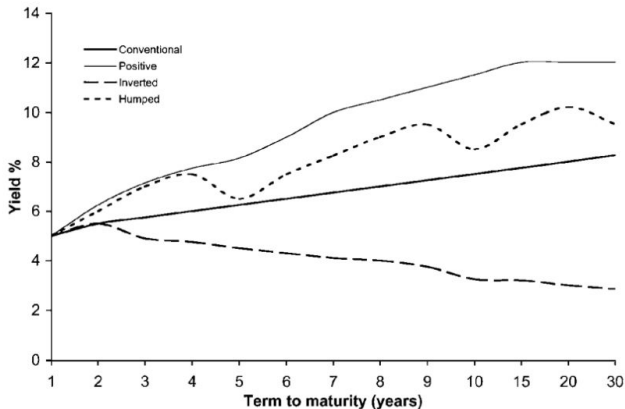
$$C = \frac{1}{V_0(1 + y/k)^2} \cdot \sum_{i=1}^n t_i(t_i + 1) \cdot \frac{CF_i}{(1 + y/k)^{k \cdot t_i}}.$$

Výnosové křivky

- Popisuje vztah mezi dobou splatností a YTM
- Daná křivka platí pro dluhopisy se stejnými vlastnostmi, ale rozdílnou dobou splatností
- Rozlišujeme křivky rostoucí, klesající, ploché a zhoupnuté
- Tvar vysvětluje teorie preference likvidity (růst), teorie očekávání (pokles x růst), teorie segmentace (zhoupnutí)

Tvary výnosové křivky

EXHIBIT 4.1 Observed Yield Curve Shapes



- pasivní strategie tvorby portfolia kopírováním tržního indexu
- založeno na teorii efektivních trhů, nesnaží se překonat trh, ale eliminuje nesystematické rizika
- nejvýznamější indexy v USA (obsahují statní, korporátní dluhopisy a hypoteční zástavní listy):
 - Barclays Capital Aggregate Bond Index
 - Salomon Smith Barney Broad Investment Grade (BIG) Index
 - Merrill Lynch U.S. Broad Market Index

Imunizace portfolia

- snaží se eliminovat úrokové riziko - tj. riziko změny hodnoty při pohybu výnosové křivky
- předpokládá se paralelní pohyb výnosové křivky (ne zakřivení)
- hledáme portfolio dluhopisů, které pokryje naše konkrétní závazky
- durace portfolia = durace závazků
- při zvýšení úrokové sazby bude pokles hodnoty portfolia přesně kompenzován zvýšením výnosu z reinvestice kupónů a naopak
- při jakékoliv volbě durace maximalizujeme konvexitu

Imunizace portfolia

Tvorba imunizovaného portfolia

Durace/konvexita portfolia = součet durací/konvexit jednotlivých dluhopisů.

Řešíme tedy problém lineárního programování:

$$\max(c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3 = d$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

kde

x_i ... váhy i-tého dluhopisu v portfoliu,

c_i ... konvexita i-tého dluhopisu,

d_i ... durace i-tého dluhopisu,

d ... požadovaná durace.

Imunizace portfolia

Modelový příklad imunizace

Tvoříme portfolio ze 3 dluhopisů:

	Splatnost (roky)	Nominál	Kupón (%)	Cena	Výnos (%)
D1	2	100	2,5	99,05	2,947
D2	5	100	3,5	99,23	3,565
D3	10	100	4,25	100,18	4,180

Výsledná portfolia s požadovanou durací 4,52:

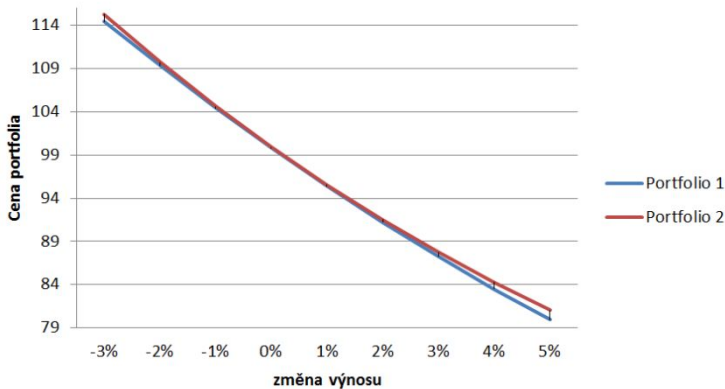
	Durace	Konvexita	Portfolio 1	Portfolio 2
D1	1,9	4,5	0 %	57,15%
D2	4,5	23,7	100 %	0%
D3	8,1	77,3	0 %	42,85%
Konvexita			23.7	35.65

První portfolio je náhodné portfolio s požadovanou durací, druhé je ideální portfolio s danou durací (maximalizuje konvexitu).

Imunizace portfolia

Srovnání portfolií

Vliv změny výnosu na hodnotu portfolií



Další strategie tvorby portfolia

- Předpovídání pohybu úrokových sazeb - čekáme snížení úrokových sazeb v budoucnu (= růst cen dluhopisů) → míříme na vyšší duraci a naopak
- Barbell strategie (činka) - portfolio dluhopisů s krátkou a dluhopisy s dlouhou dobou splatnosti - kombinace výhod - dlouhá doba splatnosti zaručuje vyšší výnos, krátká flexibilitu reinvestice
- Bullet strategie (náboj) - portfolio dluhopisů s blízkou dobou splatnosti - při potřebě kapitálu v plánovaném čase
- Ladder strategie (žebřík) - portfolio dluhopisů s různou dobou splatnosti od krátké až po dlouhou - kompromis

Markowitzův model

Minimalizujeme rizika při daném výnosu:

$$\min(\sigma^2)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 = r$$

- portfolio akcií - odhad očekávaných výnosností, variancí a kovariancí pomocí historických cen
- u dluhopisů také možné, ale nevhodné kvůli odlišnostem od akcií - fixní splatnost, periodické kupónové platby, závislost na úrokové míře
- úprava: modelování očekávaných výnosností, variancí a kovariancí pomocí modelů úrokových měr (Vašíček/CIR/Hull-White)

Děkuji za pozornost

