

Matematika pro kartografy — cvičné zápočtové písemky

Lineární algebra (diskrétní matematika)

1. Najděte součet a součin matic

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left[A + B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -3 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 2 \\ -15 & -2 & -5 \\ 6 & 16 & -2 \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 14 \\ 18 & -4 & -6 \\ -12 & -4 & -6 \end{pmatrix} \right]$$

2. Zjistěte, zda soustava lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z - 2u &= 0 \\ 2x - y + 2z + 3u &= -2 \\ 5x + 2y + 11z + 9u &= -3 \\ -3x + y - z + 4u &= 2 \end{aligned}$$

má řešení. [nemá]

3. Užitím determinantů řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x + 2y - 2z &= 6 \\ 2x - y - z &= 0 \\ x - 3y + 7z &= 0. \end{aligned}$$

[$x = 2, y = 3, z = 1$]

4. Určete hodnotu reálného parametru t tak, aby následující soustava lineárních rovnic měla nekonečně mnoho řešení:

$$\begin{aligned} -x + 4y - 6z + 2w &= 1 \\ 2x + y + 3z - w &= 4 \\ -2x - 3y + z - 3w &= -10 \\ 2x + 8y - 2z + tw &= 4. \end{aligned}$$

[$t = -2$]

5. Určete hodnost matice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & -2 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

[$h(A) = 3$]

6. Najděte inverzní matici k matici $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \right]$$

Analýza funkcí jedné proměnné (spojitá matematika)

1. Vypočítejte limitu posloupnosti $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{\sqrt[4]{n}}$.
[0]
2. Vypočítejte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{1 + a_n}$, je-li posloupnost $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ zadána rekurentně vztahem $a_{n+1} = -2a_n$.
[0]
3. Vypočítejte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \ln \frac{1}{|x|} - \frac{\sin 2x}{3x} \right)$.
[$-\frac{2}{3}$]
4. Vypočítejte derivaci funkce $f(x) = \ln \operatorname{tg} x$.
[$\frac{2}{\sin 2x}$]
5. Najděte intervaly, na nichž je funkce $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ rostoucí a klesající.
[Rostoucí na intervalech $(-\infty, 1)$, $(1, \infty)$]
6. Určete nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ na intervalu $\langle -6, 2 \rangle$ a hodnoty nezávisle proměnné, v nichž těchto extrémních hodnot nabývá.
[$f_{\min} = f(-6) = -49$, $f_{\max} = f(-3) = 32$]
7. Vypočítejte neurčitý integrál $\int \frac{7 - 3x}{1 + x^2} dx$.
[$7 \operatorname{arctg} x - \frac{3}{2} \ln(1 + x^2)$]
8. Vypočítejte určitý integrál $\int_0^1 \arcsin x \, dx$.
[$\frac{\pi}{2} - 1$]