

**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO
Bratislava**

Viktor Martišovitš

ZÁKLADY FYZIKY PLAZMY

Učebný text pre 3. ročník magisterského štúdia

Bratislava 2004

© Viktor Martišoviš, Bratislava 2004

Sadzba programom L^AT_EX, Xfig a Gnuplot

Obsah

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Úvod | 7 |
| 2 | Plazma ako fyzika priestorového náboja | 9 |
| 2.1 | Základná terminológia | 10 |
| 2.2 | Významné vlastnosti plazmy | 11 |
| 2.3 | Výskyt plazmy | 12 |
| 2.4 | Debyeova–Hückelova teória tienenia náboja | 12 |
| 2.4.1 | Počet nabitých častíc v Debyeovej guli | 17 |
| 2.4.2 | Fluktuácie náboja v plazme – kvázineutralita plazmy | 18 |
| 2.5 | Plazmová frekvencia | 21 |
| 3 | Plazma ako elektricky vodivé prostredie | 25 |
| 3.1 | Základné pojmy z kinetiky plazmy | 25 |
| 3.2 | Stredné hodnoty veličín | 27 |
| 3.3 | Kinetická rovnica | 28 |
| 3.4 | Pohyblivosť nabitých častíc v plyne | 29 |
| 3.4.1 | Ťažiskový súradnicový systém | 32 |
| 3.4.2 | Výpočet stredného času medzi dvoma zrážkami | 34 |
| 3.4.3 | Redukovaná pohyblivosť | 38 |
| 3.5 | Všeobecná pohybová rovnica pre plazmu – rovnica pre prenos hybnosti | 41 |
| 3.5.1 | Difúzia nabitých častíc v plyne – Einsteinov vzťah | 46 |
| 3.6 | Elektrická vodivosť homogénnej plazmy | 47 |
| 3.6.1 | Odraz elektromagnetických vln v ionosfére | 51 |
| 3.7 | Meranie pohyblivosti kladných iónov | 53 |
| 4 | Nehomogénna plazma – hranice plazmy | 57 |
| 4.1 | Interakcia plazmy s izolovanou stenou | 57 |
| 4.2 | Ambipolárna difúzia | 60 |
| 4.3 | Schottkyho teória | 63 |
| 4.3.1 | Rovinná geometria | 64 |
| 4.3.2 | Valcová geometria | 66 |
| 4.4 | Hranice platnosti Schottkyho teórie | 69 |
| 4.5 | Elektrická dvojrstva | 72 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.5.1 | Bohmovo kritérium stability bezzrážkovej elektrickej dvojvrstvy | 75 |
| 4.5.2 | Numerické riešenie rovnice pre potenciál v dvojvrstve | 76 |
| 5 | Generácia plazmy | 81 |
| 5.1 | Plazma v termodynamickej rovnováhe (Sahova rovnica) | 81 |
| 5.2 | Zapaľovanie výboja – elektrónová lavína | 84 |
| 5.2.1 | Potenciálová emisia | 86 |
| 5.2.2 | Townsendov výboj | 88 |
| 5.2.3 | Paschenov zákon | 89 |
| 5.2.4 | Paschenova krivka | 91 |
| 5.2.5 | Teória streamerov | 94 |
| 5.3 | Výboje v plynch | 98 |
| 5.3.1 | Korónový výboj | 99 |
| 5.3.2 | Tlecí výboj | 101 |
| 5.3.3 | Oblúkový výboj | 104 |
| 5.4 | Evolúcia výboja | 106 |
| 6 | Diagnostika plazmy | 109 |
| 6.1 | Určovanie koncentrácie elektrónov z výbojového prúdu | 109 |
| 6.2 | Elektrostatická (Langmuirova) sonda | 110 |
| 6.2.1 | Určenie teploty elektrónov | 114 |
| 6.2.2 | Určenie koncentrácie nabitých častíc | 114 |
| 6.3 | Vysokofrekvenčná diagnostika | 115 |
| 6.4 | Optická diagnostika | 117 |
| 6.4.1 | Určenie teploty z intenzity spektrálnych čiar | 118 |
| 6.4.2 | Určovanie parametrov plazmy z tvaru a šírky spektrálnych čiar . . | 120 |
| 6.5 | Korpuskulárna diagnostika | 123 |
| 7 | Aplikácie plazmy | 125 |
| 7.1 | Aplikácie výbojov | 125 |
| 7.1.1 | Zdroje svetla | 125 |
| 7.1.2 | Plazmové obrazovky | 129 |
| 7.1.3 | Xerografia | 136 |
| 7.1.4 | Elektrické odlučovanie prachu a nanášanie farieb | 137 |
| 7.1.5 | Zváranie a rezanie elektrickým oblúkom | 139 |
| 7.1.6 | Elektroiskrové obrábanie | 141 |
| 7.2 | Plazmochémia | 142 |
| 7.3 | Plazmové technológie | 146 |
| 7.3.1 | Ochranné vrstvy v strojárstve | 146 |
| 7.3.2 | Depozícia a tvarovanie vrstiev v mikroelektronike | 152 |
| 7.3.3 | Povrchová modifikácia materiálov | 162 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 7.4 | Riadená termonukleárna syntéza | 164 |
| 7.4.1 | Syntéza ľahkých prvkov | 165 |
| 7.4.2 | Podmienky potrebné na syntézu ľahkých jadier | 166 |
| 7.4.3 | Magnetická izolácia plazmy | 168 |
| 7.4.4 | Inerciálna izolácia plazmy | 177 |
| 7.4.5 | Súčasný stav problematiky riadenej termonukleárnej syntézy . . . | 181 |
| A | Kinetická rovnica | 189 |
| A.1 | Všeobecný tvar | 189 |
| A.2 | Zrážkový integrál | 191 |
| A.3 | Rovnice pre stredné hodnoty | 194 |
| A.3.1 | Rovnica kontinuity | 196 |
| A.3.2 | Rovnica pre prenos hybnosti | 196 |
| B | Teória ohraničenej plazmy s uvážením zotrvačnosti nabitých častíc | 203 |
| B.1 | Formulácia problému | 203 |
| B.2 | Riešenie rovníc | 207 |
| B.3 | Analýza výsledkov | 208 |
| | Literatúra | 211 |

Kapitola 1

Úvod

Tento text vznikol na základe úvodnej prednášky z fyziky plazmy pre magisterské štúdium. Účelom textu je oboznámiť študentov so základnými pojmami a faktami fyziky plazmy. Tieto poznatky by mali tvoriť základ na pochopenie nadväzujúcich výberových prednášok, najmä z výbojov v plyne a aplikácií fyziky plazmy. Preto ťažisko textu sa zameriava na nízкотеплотnú plazmu. Text je vhodný aj pre záujemcov z vyšších ročníkov a doktorandského štúdia, pokiaľ neabsolvovali prednášku počas magisterského štúdia.

Na pochopenie obsahu je potrebná znalosť matematickej analýzy, poznatkov z elektriny a magnetizmu, molekulovej a štatistickej fyziky. Rozsah textov možno zvládnuť v rámci trojhodinovej prednášky za 12 týždňov. Časti, ktoré nie sú súčasťou prednášok sú zaradené v texte ako dodatky. Výnimkou je kapitola Aplikácie plazmy, ktorá je obsiahlejšia v porovnaní s prednáškou. Súčasťou výuky je aj cvičenie, na ktorom sa, okrem iného, riešia aj niektoré výpočty, ktoré sa nevykonávajú počas prednášky. Tieto výpočty nie sú ani v tomto texte obsiahnuté.

Záverom by som chcel poďakovať RNDr. Ivanovi Košinárovi, CSc. za jeho užitočné pripomienky k obsahu prednášky, zohľadňujúce úroveň vedomostí poslucháčov tretieho ročníka. Moja vďaka patrí tiež prof. RNDr. Mirkovi Černákovi, CSc. za cenné poznatky o stabilite korónového výboja a doc. RNDr. Elene Brežnej, CSc. za posúdenie a pripomienky k časti Optická diagnostika.

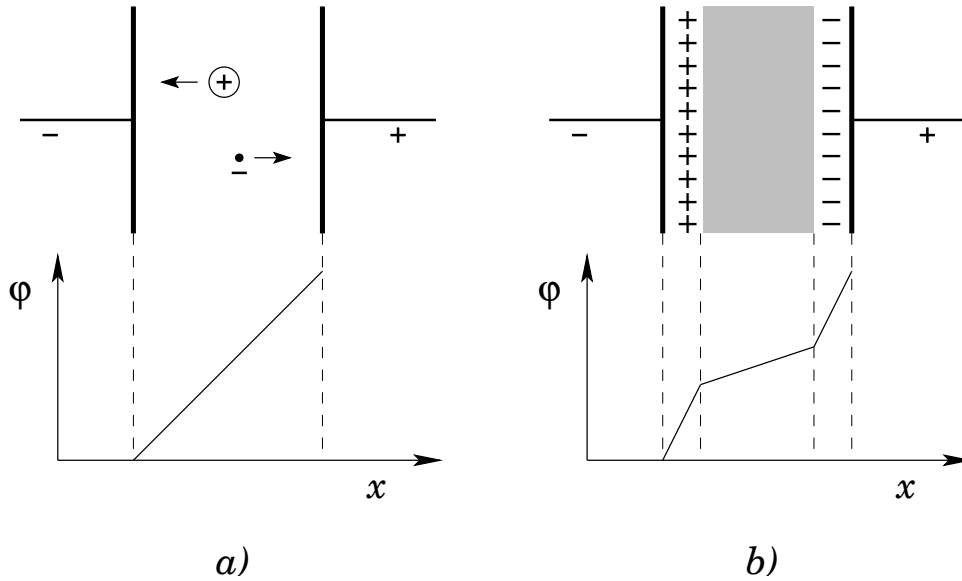
Budem vďačný za všetky pripomienky i za upozornenie na formálne chyby (tel. 399, e-mail: martisovits@fmph.uniba.sk).

Kapitola 2

Plazma ako fyzika priestorového náboja

Termín plazma zaviedol v roku 1928 I. Langmuir a označil ním vnútornú časť elektrického výboja, na ktorú nemali vplyv steny a elektródy výbojky. Aby sme pochopili podstatu termínu plazma, uveďme si jednoduchý príklad. Predstavme si sústavu dvoch rovinných elektród medzi ktorými je vytvorené homogénne elektrické pole (obr. 2.1a) s intenzitou E (na grafe v dolnej časti obrázku je schématicky vyneseny priebeh elektrostatického potenciálu). Ak do tohoto elektrického poľa vložíme nabitú časticu s nábojom q pôsobí na ňu sila o veľkosti qE . Podstatným pri týchto úvahách je fakt, že túto silu vieme určiť, pretože vieme vypočítať aj intenzitu elektrického poľa z rozdielu potenciálu medzi elektródami a zo vzdialenosti medzi nimi. Ak postupne pridávame ďalšie častice, tak o každej z nich vieme povedať, aká sila bude na ňu pôsobiť. V praxi nabité častice medzi elektródami obvykle nevkladáme individuálne, ale ich vytvárame z atómov alebo molekúl plynu ionizáciou. Pri tomto procese častice vznikajú párovo (t.j. súčasne vznikne elektrón a kladný ión). Súbor častíc, ktorý takto vznikne označujeme termínom **ionizovaný plyn**.

Predstavme si teraz, že budeme v ionizovanom plyne postupne zvyšovať počet nabitých častíc. Pri párovom vzniku bude koncentrácia priestorového náboja zanedbateľná. Pôsobením elektrického poľa však budú kladne nabité častice sa pohybovať smerom k zápornej elektróde a elektróny zasa opačným smerom. Vďaka tomu sa pri zápornej elektróde objaví prebytok kladného náboja a pri kladnej zasa prebytok záporného náboja: hovoríme, že nastáva **polarizácia** ionizovaného plynu. Takto vytvorený priestorový náboj generuje elektrické pole, ktoré je opačne orientované ako pole od elektród – v centre ionizovaného plynu nastáva odtieňovanie vonkajšieho elektrického poľa. Preto v centrálnej časti je elektrické pole slabšie a naopak v blízkosti elektród zasa silnejšie než bola pôvodná hodnota, ako to vidíme na obr. 2.1b. V tomto prípade nie sme už ale schopní toto pole jednoduchým spôsobom určiť. Vplyv priestorového náboja teda zmenil pôvodné vlastnosti ionizovaného plynu a hovoríme, že ionizovaný plyn sa stal **plazmou**.



Obr. 2.1: Vplyv koncentrácie nabitých častíc na priebeh elektrostatického potenciálu φ : a) priestorový náboj sa neuplatňuje; b) priestorový náboj nemožno zanedbať

2.1 Základná terminológia

Slabo ionizovaná plazma je plazma, v ktorej koncentrácia nabitých častíc je zanedbateľne malá v porovnaní s koncentráciou neutrálnych molekúl. Nabité častice sa teda prevažne zrážajú s molekulami plynu. Ako **silne ionizovanú plazmu** označujeme plazmu, v ktorej koncentrácia nabitých častíc prevláda (neutrálne molekuly plynu majú zanedbateľnú koncentráciu). Tu teda dominujú vzájomné zrážky nabitých častíc. Táto klasifikácia plazmy nie je iba formálna, ale charakterizuje aj fyzikálne vlastnosti plazmy. Pri zrážkach nabitých častíc s molekulami plynu, energia vzájomného pôsobenia je totiž daná polarizačnými silami, ktorých potenciálna energia sa zoslabuje so vzdialenosťou r ako r^{-4} (polarizačné sily súvisia s polarizáciou molekúl v elektrickom poli nabitej častice, keď indukovaný elektrický dipól priťahuje nabitú časticu). V silne ionizovanej plazme je charakter silového pôsobenia medzi časticami daný Coulombovými silami, ktoré majú ďaleký dosah, pretože potenciálna energia klesá ako r^{-1} . Práve odlišný charakter síl medzi časticami plazmy má vážne dôsledky: vlastnosti i teória slabo ionizovanej plazmy a silne ionizovanej plazmy sa výrazne líšia.

Ak prihliadneme na strednú energiu častíc v plazme, rozlišujeme **vysokoteplotnú plazmu** a **nízokoteplotnú plazmu**. Toto rozdelenie má charakter konvencie, pretože neexistujú fyzikálne dôvody, ktoré by stanovili objektívnu hranicu. Z praktického hľadiska považujeme plazmu za vysokoteplotnú ak stredná energia nabitých častíc je väčšia ako 100 eV, čomu prislúcha teplota väčšia ako 1 MK. Na základe tohoto kritéria považujeme plazmu v experimentoch s riadenou termonukleárnou syntézou za vysokoteplotnú; naproti tomu plazma vo výbojoch a plazma používaná v plazmových technológiách sa považuje

za nízkoteplotnú (napriek tomu, že teplota elektrónov často dosahuje hodnoty až 10^5 K).

Na ilustráciu uveďme niekoľko príkladov. S vysokoteplotnou plazmou sa stretávame pri experimentoch s riadenou termonukleárnou syntézou (teploty rádovo 100 MK) a v astrofyzike (vnútro Slnka a hviezd). Typickými zariadeniami s nízkoteplotnou plazmou sú osvetlovacie žiarivky a výbojky používané na reklamné účely, u ktorých teplota elektrónov je v rozsahu $10^4 - 5 \cdot 10^4$ K, pričom teplota molekúl neutrálneho plynu a kladných iónov je na úrovni izbovej teploty. V elektrickom oblúku, ktorý sa používa na zváranie kovových materiálov sú teploty elektrónov, iónov a molekúl plynu približne rovnaké: $5 \cdot 10^3 - 10^4$ K.

Vysokoteplotná plazma je aj silne ionizovaná. V prípade nízkoteplotnej plazmy je situácia zložitejšia. Rozhodujúcim faktorom je teplota a ionizačná energia molekúl plynu. Pri teplotách prevyšujúcich 10^5 K je plazma obvykle silne ionizovaná. U plynov s malou ionizačnou energiou môže byť plazma silne ionizovaná aj pri nižších teplotách. Tak napr. plazma vzikajúca v parách alkalických kovov môže byť silne ionizovaná už pri teplotách niekoľko tisíc K.

Táto úvodná prednáška sa bude zameriavať takmer výlučne na nízkoteplotnú plazmu ako príprava na nadväzujúce štúdium výbojov v plyne a plazmových technológií.

2.2 Významné vlastnosti plazmy

Na rozdiel od plynu, plazma obsahuje voľné elektrické náboje a preto je elektricky vodivá. **Elektrická vodivosť plazmy** je jednou z jej najvýznamnejších fyzikálnych vlastností, ktorá ju predurčuje na rôzne technické aplikácie. Charakter elektrickej vodivosti plazmy výrazne závisí od toho, či je plazma slabo alebo silne ionizovaná. V prvom prípade elektrická vodivosť plazmy narastá s koncentráciou nabitých častíc. Pri konštantnej koncentrácii nabitých častíc, elektrická vodivosť klesá s rastúcou teplotou elektrónov. U silne ionizovanej plazmy je situácia úplne odlišná: elektrická vodivosť nezávisí od koncentrácie nabitých častíc a narastá s teplotou elektrónov s exponentom $\frac{3}{2}$. Preto plazma pri vysokých teplotách môže byť vodivejšia ako kovové vodiče. Konkrétne, vodíková plazma pri teplote 100 MK má 100 krát väčšiu elektrickú vodivosť ako čistá meď pri laboratórnej teplote.

Vďaka elektrickej vodivosti plazmy, pôsobí na plazmu aj silné magnetické pole. Silové účinky pochádzajú od Lorentzovej sily, ktorá pôsobí na pohybujúce sa voľné elektrické náboje v plazme. Lorentzova sila bráni pohybu nabitých častíc plazmy v smere kolmom na magnetické siločiar, pričom v smere siločiar sa účinky magnetického poľa neprejavujú. Magnetické pole znižuje koeficient difúzie nabitých častíc v smere kolmom na magnetické siločiar a tak bráni ich úniku, čo sa dá využiť na izoláciu vysokoteplotnej plazmy pri teplotách, ktorým nie je schopný odolávať žiadny materiál. Účinky magnetických polí hrajú významnú úlohu aj vo vesmírnej plazme napr. v koróne Slnka a hviezd, v medziplanetárnej a medzi hviezdnej plazme. Pri pôsobení magnetického poľa na plazmu možno pozorovať aj Hallov jav známy pri toku elektrického prúdu v kovových vodičoch.

2.3 Výskyt plazmy

V pozemských podmienkach je prirodzený výskyt plazmy pomerne zriedkavý, napr. počas krátkej doby sa plazma nachádza v bleskoch pri búrkach. Vo vesmíre je však situácia úplne iná: 99 % známej vesmírnej hmoty je plazmou. Menovite hviezdy, vrátane Slnka, medziplanetárny a medzihviezdny priestor pozostávajú z plazmy. V blízkosti Zeme sa plazma nachádza v ionosfére, magnetosfére a vo Van Allenových radiačných pásoch. Plazma vo vesmíre je v prevažujúcej miere silne ionizovaná.

V našom bežnom živote sa najčastejšie stretávame so slabo ionizovanou plazmou, najmä vo výbojkách (zdroje svetla ako sú žiarivky, kompaktné žiarivky, vysokotlaké výbojky s veľkým svetelným výkonom a výbojky na reklamné účely). V spotrebnej elektronike sa začínajú používať čoraz častejšie aj plazmové displeje a plazmové obrazovky. Už asi pol storočia sa plazma oblúkového výboja používa na zváranie kovových materiálov. V posledných dvoch desaťročiach nadobúdajú význam plazmové technológie, v ktorých sa plazma vo výbojoch používa na technologické operácie v mikroelektronickom, textilnom i papierenskom priemysle, pri odlučovaní priemyselného prachu, pri aplikáciách na likvidáciu rôznych škodlivín a pod.

Silne ionizovaná a vysokoteplotná plazma sa v pozemských podmienkach nevyskytuje, s výnimkou laboratórnych zariadení na ohrev vodíkovej plazmy do teplôt 100 MK. Cieľom týchto experimentov je uskutočniť v pozemských podmienkach riadenú termonukleárnu syntézu ľahkých jadier. Takto by ľudstvo napodobnilo jadrové reakcie prebiehajúce vnútri Slnka, čím by získalo prakticky neobmedzený zdroj ekologicky čistej energie. Ústredným fyzikálnym problémom pri tomto výskume je lokalizácia plazmy v priestore pomocou silných magnetických polí, čím sa má nahradiť účinok silného gravitačného poľa na Slnku.

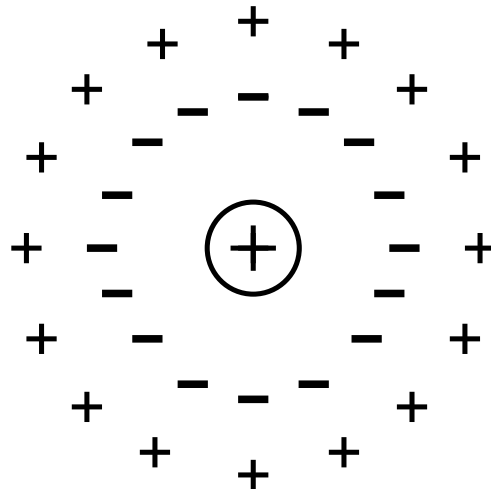
Napriek tomu, že tento výskum prebieha už pol storočia, technické využitie tohoto nevyčerpatelného zdroja energie zatiaľ ešte neočakávame. Príčinou sú jednak ešte niektoré neobjasnené problémy pri izolácii plazmy od okolia a vysoké ekonomické nároky výskumu. Napriek tomu dnes už odborníci v tejto oblasti nepochybujú o tom, že riadená termonukleárna syntéza v pozemských podmienkach je uskutočniteľná. K priemyselnému využitiu však je potrebný ešte aspoň jeden krok – postavenie a odskúšanie demonštračného reaktora, v ktorom by sa už nepretržite produkovala energia na úrovni stoviek megawattov. Avšak už dnes je zrejmé, že okrem tejto úlohy treba ešte doriešiť aj technologické problémy súvisiace s výberom materiálov na stenu reaktora, pretože táto je vystavená veľkým neutrónovým tokom, čo spôsobuje rýchle starnutie použitých materiálov. Tento problém je veľmi vážny, pretože úzko súvisí s rentabilitou prevádzky celého energetického zariadenia.

2.4 Debyeova–Hückelova teória tienenia náboja

Teraz sa vrátíme na začiatok tejto kapitoly a pokúsime sa kvantitatívne vypočítať efekty spojené s polarizáciou plazmy pod vplyvom elektrického poľa. Na tento účel môžeme po-

užiť metódu, ktorú Debye a Hückel formulovali pre silné elektrolyty (silný elektrolyt je roztok soli, kyseliny alebo zásady napr. vo vode, pričom nastane úplná disociácia molekúl na anióny a katióny). Teória silných elektrolytov predpokladá, že študovaný systém sa nachádza v stave termodynamickej rovnováhy. V plazme však obvykle nejednotlivé termodynamická rovnováha. Vo väčšine prípadov však ťažké nabité častice (kladné ióny) majú Maxwellovo rozdelenie energie a možno im priradiť teplotu T_+ (blízka teplote neutrálneho plynu). Elektrónový plyn má tiež približne Maxwellovo rozdelenie energie avšak s vyššou teplotou T_- .

Predpokladajme, že máme vytvorenú homogénnu plazmu (t.j. jej vlastnosti sa nemenia s polohou). Označme koncentráciu elektrónov ako n_- a koncentráciu kladných iónov ako n_+ . Pokiaľ na plazmu nepôsobia vonkajšie elektrické polia, koncentrácie elektrónov a iónov sú rovnaké a rovnajú sa n_0 . Ak teraz vložíme do plazmy nepohyblivý náboj o veľkosti q , elektrické pole náboja pôsobí na nabitú častice plazmy: častice so súhlasným nábojom sú odpudzované a s nesúhlasným priťahované (pozri obr. 2.2, kde vložený náboj má kladnú polaritu). Takto sa plazma polarizuje a nastáva tak odťieňovanie elektrického poľa vloženého náboja. Z predpokladu homogénnej plazmy vyplýva, že rozloženie nábojov v okolí vloženého náboja má sférickú symetriu. Všetky veličiny sú teda funkciou vzdialenosti r od vloženého náboja. Preto zavedieme sférický súradnicový systém, ktorého počiatok je umiestnený v pevne vloženom náboji.



Obr. 2.2: Polarizácia plazmy v okolí kladného náboja

Teraz budeme hľadať priebeh hustoty náboja $\rho(r)$, elektrostatického potenciálu $\varphi(r)$ a ďalších veličín v závislosti od r . Pretože nabitú častice sa pohybujú len tepelným pohybom, ktorý je charakterizovaný teplotami T_- a T_+ , ich koncentrácie sú opísané Boltzmannovým zákonom

$$n = n_0 \exp \left[-\frac{U_p}{kT} \right],$$

kde U_p je potenciálna energia častice vo vonkajšom poli. Je to analógia rozloženia kon-

centrácie molekúl plynu v zemskej atmosfére pod vplyvom gravitácie. V našom prípade namiesto gravitačného poľa pôsobí pole elektrické. Potom koncentrácie nabitých častíc budú nasledovné

$$n_-(r) = n_0 \exp\left[\frac{e\varphi(r)}{kT_-}\right], \quad n_+(r) = n_0 \exp\left[-\frac{e\varphi(r)}{kT_+}\right]. \quad (2.1)$$

Tu e je elementárny náboj a k Boltzmannova konštanta. Polarizáciou plazmy vznikne priestorový náboj $\varrho(r) = e[n_+(r) - n_-(r)]$, ktorý vyvolá elektrické pole \mathbf{E} opačného smeru

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(r) = \frac{\varrho(r)}{\varepsilon_0},$$

kde ε_0 je permitivita vákua.

Ak vyjadríme elektrické pole pomocou známeho vzťahu $\mathbf{E} = -\nabla\varphi(r)$, tak dostaneme diferenciálnu rovnicu pre elektrostatický potenciál

$$\nabla^2\varphi(r) = -\frac{en_0}{\varepsilon_0} \left[\exp\left(-\frac{e\varphi(r)}{kT_+}\right) - \exp\left(\frac{e\varphi(r)}{kT_-}\right) \right].$$

Ak napíšeme Laplaceov operátor vo sférických súradniciach a zväžíme sférickú symetriu problému, dostaneme pre $\varphi(r)$ nelineárnu diferenciálnu rovnicu druhého rádu

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\varphi(r)}{dr} \right) = -\frac{en_0}{\varepsilon_0} \left[\exp\left(-\frac{e\varphi(r)}{kT_+}\right) - \exp\left(\frac{e\varphi(r)}{kT_-}\right) \right].$$

Rovnicu možno riešiť numericky. Debyeova–Hückelova teória využíva linearizáciu nelineárnej diferenciálnej rovnice. Linearizácia spočíva v rozvoji exponenciálnej funkcie do Taylorovho radu. Pritom v rade ponecháme iba prvé dva členy: absolútny a lineárny. Tento postup je možný pri splnení nasledujúcich podmienok (s kritériom na ich splnenie sa budeme zaoberať neskôr)

$$\frac{e\varphi}{kT_+} \ll 1, \quad \frac{e\varphi}{kT_-} \ll 1. \quad (2.2)$$

Po vykonaní linearizácie pôvodná diferenciálna rovnica nadobudne tvar

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\varphi(r)}{dr} \right) = \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) \varphi(r) = \frac{1}{h^2} \varphi(r),$$

pričom sme zaviedli označenie

$$\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) = \frac{1}{h^2}. \quad (2.3)$$

Je zrejmé, že fyzikálny rozmer h je meter. Zavedením substitúcie $r = hx$ získame lineárnu diferenciálnu rovnicu

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{d\varphi}{dx} \right) = \varphi.$$

Jej riešením je funkcia (použijeme substitúciu $\varphi = z/x$)

$$\varphi(x) = \frac{A'}{x} \exp(-x) + \frac{B'}{x} \exp(x),$$

kde A' a B' sú integračné konštanty. Ak sa vrátíme znova k nezávisle premennej r , dostaneme pre elektrostatický potenciál výraz

$$\varphi(r) = \frac{A}{r} \exp\left(-\frac{r}{h}\right) + \frac{B}{r} \exp\left(\frac{r}{h}\right).$$

Integračné konštanty A a B určíme z asymptotického priebehu elektrického poľa

$$\mathbf{E}(r) = \frac{\mathbf{r}}{r^3} \left[A \left(1 + \frac{r}{h}\right) \exp\left(-\frac{r}{h}\right) + B \left(1 - \frac{r}{h}\right) \exp\left(\frac{r}{h}\right) \right].$$

Nekonečne ďaleko od vloženého náboja je elektrické pole nulové

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{E}(r) = 0,$$

z čoho vyplýva $B = 0$. V blízkosti vloženého náboja sa vplyv priestorového náboja plazmy neuplatňuje a preto elektrické pole tu nadobúda rovnaké hodnoty ako v prípade náboja uloženého vo vákuu

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3},$$

z čoho $A = q/4\pi\epsilon_0$ a teda

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{h}\right). \quad (2.4)$$

Dĺžka

$$h = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k}{e^2 n_0} \frac{T_+ T_-}{T_+ + T_-}}$$

sa nazýva **Debyeova dĺžka**. Jej fyzikálny význam je zrejmy z obr. 2.3, kde sú vynesené funkcie $\varphi(r)$ a elektrostatický potenciál náboja q vo vákuu

$$\varphi_0(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

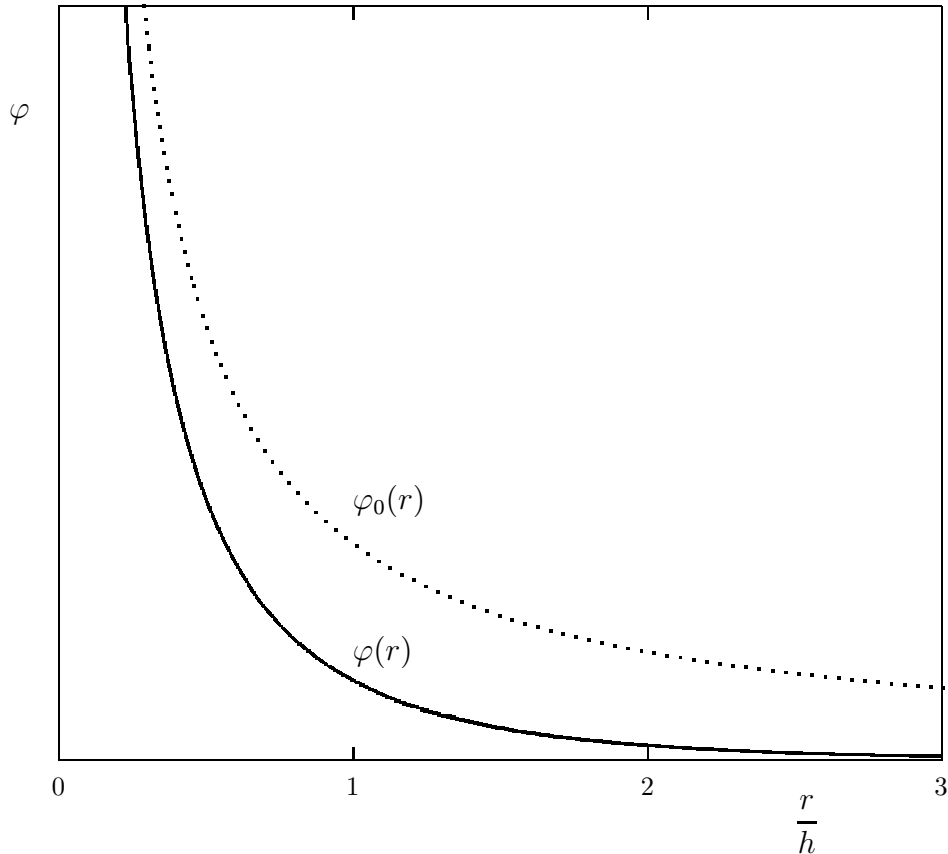
Vidíme, že pomer $\varphi(r)/\varphi_0(r)$ klesá exponenciálne s pomerom r/h , takže už vo vzdialenosti $3h$ potenciál dosahuje iba 5% z hodnoty vo vákuu – nastáva odtieňovanie elektrického poľa vloženého náboja. Ako sa ale správa elektrostatický potenciál v blízkosti vloženého náboja q ? K tomu použijeme Taylorov rozvoj exponenciálnej funkcie, pričom ponecháme len prvé dva členy

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{h}\right) \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{r}{h}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 h} = \varphi_0(r) - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 h}.$$

Vidíme, že odtienený potenciál sa v blízkosti náboja odlišuje od náboja uloženého vo vákuu len o aditívnu hodnotu $-q/4\pi\epsilon_0 h$. Význam tejto diferencie si objasníme výpočtom limity

$$\lim_{r \rightarrow 0} [\varphi(r) - \varphi_0(r)] = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 h},$$

čo možno interpretovať ako zmenu potenciálu oproti vákuu, spôsobenú polarizáciou plazmy, v mieste vloženého náboja. Polarizovaná plazma teda mení lokálny potenciál v mieste, kde sa nachádza vložený náboj. Lokálny potenciál má opačné znamienko ako náboj q , ktorý ho vyvolal. Preto vložený náboj sa nachádza v potenciálovej jame. Tieto výsledky sa dajú využiť pri výpočte vnútornej energie plazmy.



Obr. 2.3: Elektrostatický potenciál $\varphi(r)$ v okolí vloženého náboja do plazmy. Na porovnanie potenciál $\varphi_0(r)$ rovnakého náboja vo vákuu

Výpočet sme robili pre náboj, ktorý bol zafixovaný v počiatku súradnicového systému. V skutočnosti sa ale v plazme pevné náboje nenachádzajú – všetky nabité častice sa pohybujú tepelnými rýchlosťami. Ako to zmení doterajšie predpoklady a výsledky? Predovšetkým Boltzmannov zákon (rovnice (2.1)) predpokladá ustálený stav. Ak by sme náš vložený náboj veľmi rýchlo presunuli na iné miesto, tak polarizovaná plazma najprv vôbec nezareaguje na vyvolanú zmenu elektrického poľa: nabitým časticiam plazmy totiž trvá určitý čas, kým sa presunú na nové miesto. Najprv zareagujú elektróny, ktorých hmotnosť je minimálne o tri rády menšia ako v prípade iónov. S oveľa väčším oneskorením sa premiestnia aj kladné ióny, čím sa obnoví pôvodný ustálený stav, keď stred symetrie polarizovaného oblaku plazmy opäť sa priblíži k vloženému náboju. Existuje teda veľký rozdiel medzi tienením elektrického poľa elektrónmi a kladnými iónmi. Preto v reálnej situácii, keď sa náboj neustále chaoticky pohybuje, elektróny sa s malým oneskorením presúvajú, ale ťažké kladné ióny to už ani nestihnú, pretože medzičasom náš náboj zasa

zmení polohu. Preto tienenie chaoticky sa pohybujúceho náboja vykonávajú prevažne ľahké elektróny, kdežto ťažké kladné ióny už jednoducho nestíhajú reagovať a ich rozloženie v okolí pohybujúcej sa nabitých častíc ostáva prakticky rovnomerné.

Adekvátny opis pre rozloženie koncentrácie nábojov v okolí pohybujúcich sa nabitých častíc plazmy treba teda modifikovať nasledovne

$$n_-(r) = n_0 \exp \left[\frac{e\varphi(r)}{kT_-} \right], \quad n_+(r) = n_0. \quad (2.5)$$

Ak teraz znova zopakujeme predchádzajúce výpočty, tak dostaneme rovnaký výsledok pre tienenie pohybujúcich sa nábojov s tým rozdielom, že výraz pre Debyeovu dĺžku nadobudne nový tvar¹

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_-}{e^2 n_0}}, \quad (2.6)$$

alebo v praktických jednotkách

$$h = 69 \sqrt{\frac{T_-}{n_0}} \quad [\text{m}],$$

kde T_- je v [K] a n_0 v [m^{-3}]. V plazme teda o tienení nábojov rozhoduje len teplota elektrónov. V samotnej Debyeovej a Hückelovej teórii, ktorá bola formulovaná pre silné elektrolyty, kladné i záporné ióny majú rádovo rovnaké hmotnosti. Preto tu oba druhy iónov sa uplatňujú, na rozdiel od plazmy, rovnocenne. Vďaka tomu rozloženie koncentrácie nabitých častíc je aj naďalej opísané vzťahmi (2.1) s tým rozdielom, že elektrolyty sú systémy nachádzajúce sa v termodynamickej rovnováhe, takže $T_+ = T_- = T$. Potom Debyeova dĺžka je daná výrazom

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T}{2e^2 n_0}},$$

s ktorým sa stretávame vo fyzikálnej chémii.

2.4.1 Počet nabitých častíc v Debyeovej guli

Teraz sa vrátime k analýze podmienky (2.2). Z obr. 2.3 vidno, že pre $r \gg h$ potenciál $\varphi \rightarrow 0$, takže obidve podmienky (2.2) sú splnené a teda riešenie (2.4) je správne. Aj v opačnom prípade, keď $r \ll h$ riešenie (2.4) je opäť správne i keď podmienky (2.2) teraz nie sú splnené. To znamená, že kritickým miestom, kde treba testovať potenciál (2.4) a následne aj podmienky (2.2), je $r \approx h$. Vypočítame teda $\varphi(h)$, pričom predpokladáme už $|q| = e$ a výsledok dosadíme do (2.2)

$$\frac{e\varphi(h)}{kT_+} = \frac{e}{kT_+} \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 h} \frac{1}{\epsilon} \ll 1; \quad \frac{e\varphi(h)}{kT_-} = \frac{e}{kT_-} \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 h} \frac{1}{\epsilon} \ll 1,$$

¹Tento výsledok možno získať aj limitným prechodom $T_+ \rightarrow \infty$.

kde $\epsilon = 2,72 \dots$ je Eulerovo číslo. Ak tieto podmienky sčítame, dostaneme

$$\frac{e^2}{4\pi h \epsilon} \frac{1}{\epsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) \ll 2.$$

Pomocou relácie $1 \ll 6\epsilon$, ktorú keď vynásobíme výrazom

$$\frac{e^2}{4\pi h \epsilon} \frac{1}{\epsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right),$$

získame horný odhad

$$\frac{e^2}{4\pi h \epsilon} \frac{1}{\epsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) \ll \frac{6e^2}{4\pi h \epsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) \leq 2.$$

Ďalej sa zameriame na druhý a tretí člen, čo nám poskytne nerovnosť pre horný odhad

$$\frac{3e^2}{4\pi h \epsilon_0 k} \left(\frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} \right) \leq 1.$$

S využitím vzťahu (2.3) dostaneme

$$\frac{1}{\frac{4}{3}\pi h n_0} \frac{1}{h^2} \leq 1,$$

čo po úprave poskytne kritérium pre linearizáciu

$$N_D = \frac{4\pi}{3} h^3 n_0 \geq 1. \quad (2.7)$$

To znamená, že ak je splnené toto kritérium, tak Debyeova–Hückelova teória je platná. V opačnom prípade už nemusia byť splnené predpoklady pre linearizáciu (2.2).

Bezrozmerné číslo N_D udáva počet párov nabitých častíc, ktoré sa nachádzajú vnútri gule s polomerom rovnajúcim sa Debyeovej dĺžke. Najčastejšie však používame skrátený termín **počet nabitých častíc v Debyeovej guli**. Je to dôležitý parameter, ktorý okrem linearizácie, charakterizuje aj fyzikálne vlastnosti plazmy. Ak platí $N_D \geq 1$, plazmu nazývame **ideálna plazma** alebo aj **Debyeova plazma**, pretože splnenie podmienok (2.2) v podstate znamená, že potenciálna energia spojená so vzájomnou interakciou nabitých častíc v plazme je zanedbateľná v porovnaní s ich kinetickou energiou tepelného pohybu, čím vzniká analógia s ideálnym plynom. V opačnom prípade ($N_D < 1$) používame termín **neideálna plazma** (čo je analógia reálneho plynu).

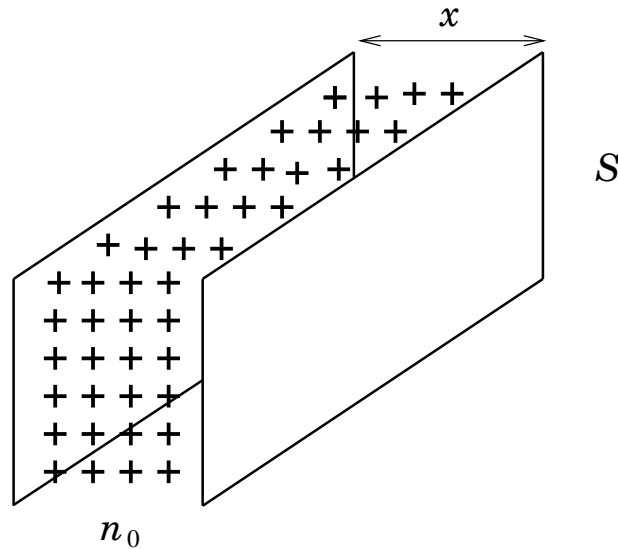
2.4.2 Fluktuácie náboja v plazme – kvázineutralita plazmy

Pri pohybe molekúl v ideálnom plyne vznikajú fluktuácie ich koncentrácie, energie a ďalších veličín. Veľkosť fluktuácií je najväčšia u veličín vzťahujúcich sa na jednotlivé molekuly. U systémov s väčším počtom molekúl relatívna veľkosť fluktuácií je menšia. Platí

tu známa zákonitosť, podľa ktorej relatívna veľkosť fluktuácií je nepriamo úmerná \sqrt{N} , kde N predstavuje počet častíc v sledovanom podsysteme.

V plazme tiež dochádza k podobným fluktuáciám ako v plynoch; je tu však jeden veľký rozdiel: pri fluktuáciách koncentrácie nabitých častíc vzniká priestorový náboj, ktorý vytvára lokálne elektrické polia. Sily od týchto polí pôsobia na nabité častice tak, že sa snažia ich vrátiť do východzej polohy. Tento efekt výrazne ovplyvňuje charakter fluktuácií v plazme. Teória fluktuácií v plazme je preto veľmi zložitá. Na tomto mieste preto vykonáme len hrubý odhad, ktorý nám poskytne rádoový údaj pre vzdialenosť, na ktorú sa môžu tepelným pohybom oddeliť nabité častice.

Predpokladajme, že máme neohraničenú a homogénnu plazmu. Nech koncentrácia nabitých častíc (elektrónov i iónov) je n_0 . Zvoľme si v plazme dve navzájom rovnobežné roviny vzdialené od seba na vzdialenosť x a vyznačme na nich obdĺžnikovú oblasť o ploche S (obr. 2.4). Obdĺžniky vymedzujú v plazme priestor v tvare kvádra s objemom Sx , v ktorom sa nachádza $n_0 Sx$ elektrónov a iónov. Vďaka tepelnému pohybu nabitých častíc tento počet nie je konštantný, ale sa neustále náhodne mení. Najväčšie zmeny počtu častíc



Obr. 2.4: Fluktuácia záporného náboja v jednorozmernom prípade

môžeme očakávať v prípade elektrónov, pretože ich tepelné rýchlosti sú približne o dva rády väčšie ako u kladných iónov. Preto v našich úvahách zanedbáme zmenu počtu kladných iónov a obmedzíme sa len na sledovanie fluktuácií elektrónov. Maximálne možná fluktuácia medzi rovinami vznikne, ak všetky elektróny obsiahnuté v kvádri tento opustia a zaujmú miesto na jednej z rovín. Vnútri kvádra ostanú kladné ióny, čím sa vytvorí priestorový náboj, ktorého elektrické pole sa snaží uniknuté elektróny vrátiť späť. Prácu, ktorú treba vykonať na vznik našej fluktuácie vypočítame ako energiu nahromadenú vo fiktívnom kondenzátore vytvorenom obdĺžnikovými oblasťami:

$$U = \frac{1}{2} C(\Delta\varphi)^2 = \frac{Q^2}{2C},$$

kde C , $\Delta\varphi$ a Q sú v poradí kapacita fiktívneho kondenzátora, napätie medzi rovinami a náboj na kondenzátore. Tieto veličiny možno tiež vyjadriť pomocou veličín z obr. 2.4 nasledovne

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{x}; \quad Q = en_0 Sx,$$

kde e je elementárny náboj. Pre vykonanú prácu potom dostaneme hodnotu

$$U = \frac{e^2 n_0^2 S}{2\varepsilon_0} x^3.$$

Táto práca počas fluktuácie môže ísť iba na úkor kinetickej energie tepelného pohybu elektrónov, ktoré opustili vymedzený kváder. Každému elektrónu pripadá na jeden stupeň voľnosti (v smere osi x) stredná energia $\frac{1}{2}kT_-$. Všetky elektróny, ktoré opustili kváder mali teda k dispozícii kinetickú energiu

$$U_{kin} = \frac{1}{2}kT_- n_0 Sx.$$

Podľa zákona zachovania energie elektróny sa môžu fluktuáciou dostať na maximálnu vzdialenosť $x = x_{max}$ vtedy, keď $U = U_{kin}$, t.j. ak

$$\frac{e^2 n_0^2 S}{2\varepsilon_0} x_{max}^3 = \frac{1}{2}kT_- n_0 Sx_{max}.$$

Táto rovnica má tri riešenia: $x_{max} = 0$, ktoré nie je fyzikálne zaujímavé a ďalšie dve

$$|x_{max}| = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT_-}{e^2 n_0}}.$$

Ak porovnáme výraz na pravej strane s rov. (2.6), zistíme, že študovaná fluktuácia dosahuje veľkosť rovnajúcu sa práve Debyeovej dĺžke h . Vidíme teda, že Debyeova dĺžka je aj priestorovou mierou veľkých fluktuácií koncentrácie elektrónov v plazme. Tento výsledok môžeme vyjadriť aj slovne: ak si zvolíme v plazme nejakú oblasť, ktorej niektorý rozmer je menší ako Debyeova dĺžka, tak vďaka fluktuáciám náboja sa koncentrácie kladne a záporne nabitých častíc môžu výrazne líšiť. Naproti tomu pri oblastiach s rozmermi podstatne väčšími ako Debyeova dĺžka, fluktuácie náboja sú podstatne menšie a preto počty kladne a záporne nabitých častíc sú približne rovnaké. Relatívna odchýlka koncentrácie kladných a záporných častíc je tým menšia, čím väčšie sú rozmery zvolenej oblasti. Tieto poznatky nám umožňujú formulovať nasledujúce dva uzávery:

Presná definícia plazmy – Ionizovaný plyn je plazmou, ak jeho všetky tri rozmery sú väčšie ako Debyeova dĺžka.

Kvázineutralita plazmy – Pojem označuje približnú rovnosť koncentrácií kladne a záporne nabitých častíc v oblastiach plazmy, ktorých všetky tri lineárne rozmery sú väčšie ako Debyeova dĺžka. V menších mierkach ako Debyeova dĺžka, kvázineutralita už neplatí.

2.5 Plazmová frekvencia

Predstavme si, že v plazme vyvoláme podobnú poruchu, ako je znázornená na obr. 2.4. Ak pominie sila, ktorá vyvolala poruchu, tak elektróny sú urýchľované naspäť do rovnovážnej polohy. V okamihu, keď elektróny túto polohu dosiahnu, majú veľkú kinetickú energiu a preto sa pohybujú ďalej, čím sa opäť naruší rovnováha v plazme a následne vznikne elektrické pole opačného smeru a celá situácia sa znova opakuje. Treba teda zistiť, aký charakter má časový vývoj relaxácie vyvolanej poruchy.

Pri riešení predpokladáme nepohyblivé ióny a zanedbáme silové účinky od gradientu koncentrácie elektrónov, čo je ekvivalentné predpokladu o nulovej teplote elektrónov. Uvažujeme iba vplyv elektrického poľa \mathbf{E} od priestorového náboja. Pohyb jedného elektrónu potom možno opísať pohybovou rovnicou

$$\frac{d\mathbf{v}_-}{dt} = -\frac{e\mathbf{E}}{m_-} - \nu_- \mathbf{v}_-,$$

kde m_- a \mathbf{v}_- je hmotnosť a rýchlosť elektrónu. Elektróny pri pohybe narážajú na molekuly plynu (zaoberáme sa slabou ionizovanou plazmou), čo sa prejaví navonok ako sila trenia. Od tejto sily je odvodený člen $-\nu_- \mathbf{v}_-$, kde ν_- zatiaľ chápeme len ako koeficient úmernosti, ktorého fyzikálny rozmer je $[\text{s}^{-1}]$. Elektrické pole $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ je funkciou polohy a času.

V skutočnosti sa nepohybuje len jeden elektrón, ale celá skupina elektrónov, a preto treba pohybovú rovnicu modifikovať. Všetky pohybové rovnice pre jednotlivé elektróny sčítame a výsledok predelíme počtom elektrónov, čím získame jedinú rovnicu

$$\frac{d\mathbf{V}_-}{dt} = -\frac{e\mathbf{E}}{m_-} - \nu_- \mathbf{V}_-, \quad (2.8)$$

v ktorej $\mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t)$ je aritmetickým priemerom rýchlostí všetkých elektrónov v skupine. Elektrické pole $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ je pole od priestorového náboja a určíme ho pomocou Maxwellovej rovnice

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_+ - n_-).$$

Pretože zanedbávame pohyb kladných iónov, ich koncentrácia sa nemení: $n_+(\mathbf{r}, t) = n_0$, kde n_0 sú počiatočné koncentrácie elektrónov i iónov. Na rozdiel od kladných iónov, elektróny sa pohybujú a preto ich koncentrácia $n_-(\mathbf{r}, t)$ závisí od miesta i od času. Pri pohybe elektrónov ich počet sa musí zachovávať, čo matematicky možno opísať pomocou rovnice kontinuity

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \nabla \cdot (n_- \mathbf{V}_-) = 0.$$

Pohybové rovnice pre jednotlivé elektróny opisujú pohyb konkrétneho elektrónu tak, ako ho vidí pozorovateľ, ktorý sa pohybuje spolu s ním (tzv. Lagrangeova reprezentácia). Podobne aj rovnica (2.8) opisuje ustrednený pohyb celého súboru elektrónov z pohľadu pozorovateľa, ktorý sa pohybuje spolu s ťažiskom systému. Na druhej strane, rovnica pre elektrické pole a rovnica kontinuity sa viažu na pevný (laboratórny) súradnicový systém (tzv. Eulerova reprezentácia). Na odstránenie tohoto rozporu treba aj pohybovú

rovnici (2.8) pre strednú rýchlosť \mathbf{V}_- napísať pre nepohyblivého pozorovateľa. Tento krok vykonáme vyjadrením totálnej derivácie podľa času pomocou parciálnych derivácií podľa nových premenných t a \mathbf{r}

$$\frac{d\mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t)}{dt} = \frac{\partial\mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \nabla\mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t).$$

Ak polohový vektor \mathbf{r} stotožníme s ťažiskom súboru elektrónov, môžeme napísať

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t).$$

Pohybová rovnica (2.8) tak nadobudne konečný tvar

$$\frac{\partial\mathbf{V}_-}{\partial t} + \mathbf{V}_- \cdot \nabla\mathbf{V}_- = -\frac{e\mathbf{E}}{m_-} - \nu_- \mathbf{V}_-. \quad (2.9)$$

Systém troch diferenciálnych rovníc, ktorý takto dostaneme je nelineárny, pretože pohybová rovnica obsahuje nelineárny člen $\mathbf{V}_- \cdot \nabla\mathbf{V}_-$ a rovnica kontinuity zasa člen $n_- \mathbf{V}_-$. Tieto členy možno odstrániť linearizáciou, ak sa obmedzíme na malé zmeny veličín okolo ustálených hodnôt: $n_+ = n_- = n_0$, $\mathbf{E} = 0$ a $\mathbf{V}_- = 0$. Ak počiatočnú poruchu v koncentrácii elektrónov vyvoláme veľmi malú: $n_- = n_0 + \Delta n$, pričom $\Delta n \ll n_0$, slabé je aj elektrické pole \mathbf{E} a malá je aj stredná rýchlosť elektrónov \mathbf{V}_- . Potom systém diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= -\frac{e\Delta n}{\varepsilon_0} \\ \frac{\partial\Delta n}{\partial t} + \nabla \cdot [(n_0 + \Delta n)\mathbf{V}_-] &= 0 \\ \frac{\partial\mathbf{V}_-}{\partial t} + \mathbf{V}_- \cdot \nabla\mathbf{V}_- &= -\frac{e\mathbf{E}}{m_-} - \nu_- \mathbf{V}_- \end{aligned}$$

môžeme zanedbaním kvadratických členov $\Delta n\mathbf{V}_-$ a $\mathbf{V}_- \cdot \nabla\mathbf{V}_-$ prepísať na linearizovaný tvar

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= -\frac{e\Delta n}{\varepsilon_0} \\ \frac{\partial\Delta n}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{V}_- &= 0 \\ \frac{\partial\mathbf{V}_-}{\partial t} &= -\frac{e\mathbf{E}}{m_-} - \nu_- \mathbf{V}_-. \end{aligned}$$

Ak na poslednú diferenciálnu rovnicu aplikujeme operátor divergencie a využijeme možnosť zámény poradia derivovania podľa súradníc a podľa času, dostaneme

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{V}_- = -\frac{e}{m_-} \nabla \cdot \mathbf{E} - \nu_- \nabla \cdot \mathbf{V}_-.$$

Členy $\nabla \cdot \mathbf{V}_-$ a $\nabla \cdot \mathbf{E}$ sa dajú eliminovať pomocou prvých dvoch rovníc, čím dostaneme diferenciálnu rovnicu pre Δn

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial t^2} + \nu_- \frac{\partial \Delta n}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_-} \Delta n = 0.$$

Táto lineárna diferenciálna rovnica druhého rádu opisuje časový vývoj koncentrácie elektrónov v mieste r . Časovým vývojom sú tlmené harmonické kmity s kruhovou frekvenciou

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_-}}, \quad (2.10)$$

ktorú nazývame **plazmová frekvencia**. Tlmenie kmitov je opísané časovou konštantou $2/\nu_-$. Po dosadení elementárnych konštánt dostaneme výraz na praktické výpočty

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9\sqrt{n_0} \quad [\text{Hz}],$$

pričom n_0 je v $[\text{m}^{-3}]$. Plazmová frekvencia charakterizuje **plazmové kmity**, keď elektróny kmitajú vo fáze v rôznych miestach. Ak by sme do výpočtov zahrnuli aj tepelný pohyb elektrónov, plazmové kmity sa zmenia na pozdĺžne vlny, ktoré sa v plazme šíria konečnou rýchlosťou. S fyzikálnym významom plazmovej frekvencie sa oboznámime, v rámci prednášky, neskôr.

Podrobnejšou analýzou charakteristickej rovnice, prislúchajúcej diferenciálnej rovnici, sa dá zistiť, že tlmené harmonické kmity možno v plazme pozorovať len vtedy, ak je splnená nasledujúca podmienka

$$\nu_- < 2\omega_p.$$

V opačnom prípade časový vývoj koncentrácie elektrónov má aperiodický charakter – kmity teda nepozorujeme.

Kapitola 3

Plazma ako elektricky vodivé prostredie

V elektrickom poli $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ sa nabité častice v plazme pohybujú individuálnymi rýchlosťami \mathbf{v}_- a \mathbf{v}_+ . Tieto rýchlosti pôsobením zrážok majú chaoticky charakter. Z makroskopického pohľadu majú preto väčší význam stredné hodnoty týchto rýchlostí

$$\langle \mathbf{v}_- \rangle = \mathbf{V}_- \quad \text{a} \quad \langle \mathbf{v}_+ \rangle = \mathbf{V}_+.$$

Takto definované rýchlosti nabitých častíc nazývame **driftové rýchlosti**. Ak sú driftové rýchlosti nabitých častíc rôzne od nuly, prenášajú v plazme elektrický prúd s hustotou (e je opäť elementárny náboj)

$$\mathbf{i} = e\mathbf{V}_+n_+ - e\mathbf{V}_-n_- \approx en(\mathbf{V}_+ - \mathbf{V}_-), \quad (3.1)$$

ak využijeme kvázineutralitu plazmy: $n_+ \approx n$ a $n_- \approx n$. V elektrickom poli majú driftové rýchlosti elektrónov a kladných iónov opačný smer, preto sa ich príspevky navzájom podporujú. V niektorých špeciálnych prípadoch (napr. pri ambipolárnej difúzii) môžu byť obidve driftové rýchlosti rovnaké; vtedy je hustota výsledného elektrického prúdu nulová.

Ústredným problémom tejto kapitoly bude určiť závislosť driftových rýchlostí od elektrického poľa.

3.1 Základné pojmy z kinetiky plazmy

Doteraz sme stredné hodnoty rýchlostí nabitých častíc definovali intuitívnym spôsobom ako aritmetický priemer hodnôt, ktoré nadobúdajú. Tieto problémy exaktným spôsobom rieši fyzikálna kinetika. Teraz si vysvetlíme niektoré najzákladnejšie pojmy z kinetiky plazmy.

Základným pojmom vo fyzikálnej kinetike je **rozdeľovacia funkcia** alebo tiež používame termín **distribučná funkcia**. Zapisujeme ju ako $f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, kde index i označuje

druh častíc plazmy (i -ty druh), na ktorý sa rozdeľovacia funkcia vzťahuje (napr. elektróny, kladné ióny a pod.). Fyzikálny význam rozdeľovacej funkcie vidno z nasledujúceho výrazu

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dx dy dz dv_x dv_y dv_z = f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\Omega dC,$$

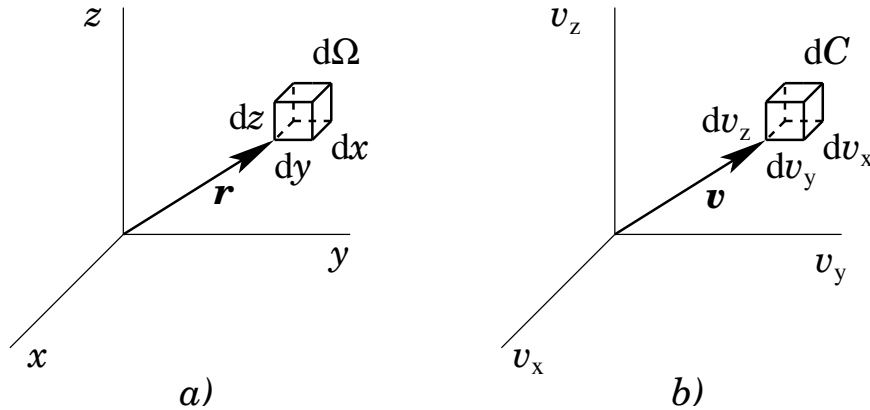
ktorý predstavuje počet častíc i -teho druhu, ktorých súradnice ležia v intervaloch

$$(x, x + dx), \quad (y, y + dy), \quad (z, z + dz)$$

a zložky rýchlostí zasa v intervaloch

$$(v_x, v_x + dv_x), \quad (v_y, v_y + dv_y), \quad (v_z, v_z + dv_z).$$

Ďalej sme zaviedli objemový element konfiguračného priestoru $d\Omega = dx dy dz$ a objemový element rýchlostného priestoru $dC = dv_x dv_y dv_z$. Výraz $d\Omega dC$ predstavuje element objemu 6-rozmerného fázového priestoru. Na obr. 3.1a vidíme objemový element $d\Omega$, ktorého poloha je daná polohovým vektorom $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Podobne si možno predstaviť aj element dC v rýchlostnom priestore (obr. 3.1b), ktorého tri osi predstavujú zložky vektora rýchlosti $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$. Samotná rýchlosť $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ plní úlohu polohového vektora v rýchlostnom priestore.



Obr. 3.1: Ilustrácia elementov a) konfiguračného priestoru $d\Omega = dx dy dz$; b) rýchlostného priestoru $dC = dv_x dv_y dv_z$

Z toho, čo sme doteraz uviedli, vidno, že rozdeľovacia funkcia predstavuje koncentráciu fázových bodov vo fázovom priestore. Ak rozdeľovaciu funkciu preintegrujeme cez všetky možné rýchlosti, dostaneme počet častíc v jednotkovom objeme – ich koncentráciu v konfiguračnom priestore

$$n_i(\mathbf{r}, t) = \int_C f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dC.$$

Písmenom C , uvedeným ako dolná hranica integrácie, symbolicky naznačujeme integráciu cez celý rýchlostný priestor (t.j. cez všetky možné rýchlosti). V ďalšom texte budeme pre jednoduchosť vynechávať index i . Používať ho začneme až vtedy, keď budeme opisovať viac zložiek plazmy súčasne.

3.2 Stredné hodnoty veličín

Nech $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ je fyzikálna veličina, ktorá charakterizuje niektorú vlastnosť častice plazmy, napr. rýchlosť, hybnosť, energia a pod. Takú fyzikálnu vlastnosť nazývame aj molekulová vlastnosť. Potom strednú hodnotu fyzikálnej veličiny definujeme štatistickým spôsobom

$$\langle \Phi \rangle = \frac{\int_C \Phi f dC}{\int_C f dC} = \frac{1}{n} \int_C \Phi f dC.$$

Ako príklad uveďme strednú rýchlosť častice. Vtedy $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \mathbf{v}$, takže

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{n} \int_C \mathbf{v} f dC.$$

Takto teda definujeme driftovú rýchlosť o ktorej sme sa už niekoľkokrát zmienili. Teraz definujeme novú veličinu

$$\mathbf{c} = \mathbf{v} - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2)$$

a skúmame akú nadobúda strednú hodnotu. Podľa definície strednej hodnoty dostaneme

$$\langle \mathbf{c} \rangle = \frac{1}{n} \int_C \mathbf{c} f dC = \frac{1}{n} \int_C [\mathbf{v} - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)] f dC.$$

Ďalšími úpravami postupne dostaneme

$$\langle \mathbf{c} \rangle = \frac{1}{n} \left[\int_C \mathbf{v} f dC - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \int_C f dC \right] = \frac{1}{n} [n \langle \mathbf{v} \rangle - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) n] = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (3.3)$$

Vidíme, že stredná hodnota tejto rýchlosti je nulová, a preto ju nazývame **chaotická rýchlosť**. Posledný výpočet môžeme vykonať aj nasledujúcimi formálnymi úpravami

$$\langle \mathbf{c} \rangle = \langle \mathbf{v} - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle \mathbf{v} \rangle - \langle \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \rangle = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = 0.$$

Pritom sme využili z nasledujúcich pravidiel prvé dve

1. $\langle x + y \rangle = \langle x \rangle + \langle y \rangle$
2. $\langle k \rangle = k$
3. $\langle kx \rangle = k \langle x \rangle$
4. $\langle uv \rangle = \langle u \rangle \langle v \rangle$.

Symboly x a y sú ľubovoľné náhodné premenné, ktoré závisia od rýchlosti (t.j. od veličiny podľa ktorej sa integruje pri výpočte strednej hodnoty). Symbol k označuje konštantu alebo ľubovoľnú náhodnú premennú, ktorá nezávisí od rýchlosti. A konečne u a v sú štatisticky nezávislé náhodné premenné (t.j. ich vzájomný koeficient korelácie je nulový).

Aká je fyzikálne interpretácia driftovej a chaotickej rýchlosti? Predstavme si prúdiacu kvapalinu napr. nejakú rieku. Prúdenie, ktoré pozorujeme voľným okom sa dá opísať driftovou rýchlosťou. Naproti tomu, tepelný pohyb molekúl kvapaliny okom nevidíme a práve tento pohyb má chaotický charakter. Makroskopickým prejavom chaotickej rýchlosti molekúl sú transportné javy, ako difúzia, tepelná vodivosť, Brownov pohyb, viskozita a pod.

Ako ďalší ilustračný príklad si zvolíme výpočet strednej kinetickej energie častice plazmy. V tomto prípade $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \frac{1}{2}mv^2$. Potom analogicky dostaneme

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}m\langle (\mathbf{V} + \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{V} + \mathbf{c}) \rangle = \frac{1}{2}m\langle \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} + 2\mathbf{V} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} \rangle = \\ &= \frac{1}{2}m\left[\langle V^2 \rangle + \langle c^2 \rangle + 2\langle \mathbf{V} \cdot \mathbf{c} \rangle\right] = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}m\langle c^2 \rangle + m\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{c} \rangle = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}m\langle c^2 \rangle. \end{aligned}$$

Strednú kinetickú energiu častice plazmy môžeme teda napísať ako súčet kinetickej energie driftového pohybu a energie chaotického (tepelného) pohybu. Ak chaotický pohyb častíc plazmy možno charakterizovať teplotou T , energia chaotického pohybu sa dá vyjadriť nasledovne

$$\frac{1}{2}m\langle c^2 \rangle = \frac{3}{2}kT,$$

kde k je Boltzmannova konštanta.

3.3 Kinetická rovnica

Doteraz sme sa nezaoberali otázkou ako vypočítať tvar rozdeľovacej funkcie $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. Práve určenie tvaru rozdeľovacej funkcie je ústredným problémom kinetiky plazmy. Aj zdanlivo nepatrné zmeny v jej tvare môžu mať významné dôsledky na niektoré vlastnosti plazmy. Na výpočet rozdeľovacej funkcie sa používa kinetická rovnica, ktorej najvšeobecnejší tvar je nasledovný

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}f) + \nabla_v \cdot (\mathbf{a}f) = \frac{\delta f}{\delta t},$$

kde ∇_v je nabla operátor v rýchlostnom priestore, $\mathbf{a}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ je zrýchlenie od vonkajších síl, ktoré pôsobia na častice i -teho druhu. Sem treba započítať okrem polí od elektród a cievok aj sily od priestorového náboja a elektrických prúdov v plazme. Nezapočítavajú sa sem však silové pôsobenia majúce mikroskopický charakter, ako sú zrážky častíc a krátkodobé fluktuácie elektrického náboja v plazme. Na pravej strane sa nachádzajúci člen $\delta f/\delta t$ symbolicky opisuje zmenu rozdeľovacej funkcie v dôsledku všetkých síl a vplyvov, ktoré nemožno opísať zrýchlením \mathbf{a} . Všeobecne ho nazývame **zrážkový člen**. Okrem pružných zrážok častíc, sú v ňom obsiahnuté aj nepružné zrážky ako napr. ionizácia a excitácia molekúl elektrónmi, rekombinácia nabitých častíc, vibračná a rotačná excitácia molekúl a molekulových iónov pri vzájomných zrážkach ťažkých častíc (t.j. všetkých častíc v plazme okrem elektrónov; elektróny považujeme za ľahké častice). No a tiež sú sem zahrnuté vplyvy elektrických polí, ktoré vznikajú pri fluktuáciách náboja v plazme na vzdialenostiach menších ako je Debyeova dĺžka.

Odvedenie kinetickej rovnice je založené na využití zákona zachovania fázových bodov vo fázovom priestore. Metódy riešenia kinetickej rovnice patria k najzložitejším problémom fyziky plazmy. Preto tieto otázky nemôžu byť náplňou úvodnej prednášky z fyziky plazmy. Pre záujemcov o túto problematiku je odvedenie kinetickej rovnice a niektoré ďalšie podrobnosti – nie však metódy riešenia – uvedené v Dodatku A.

Zrážkový člen závisí od charakteru interakcie medzi časticami plazmy. Jeho tvar bude iný pre slabo ionizovanú plazmu a iný pre silne ionizovanú plazmu. V slabo ionizovanej plazme dominujú zrážky nabitých častíc s neutrálnymi molekulami plynu a preto majú binárny charakter. V takom prípade zrážkový člen pre pružné zrážky má tvar (v rozdeľovacích funkciách píšeme len premennú \mathbf{v} , pretože ostatné dve premenné, poloha \mathbf{r} a čas t , sa počas zrážky prakticky nemenia)

$$\frac{\delta f}{\delta t} = \int_{C_g} \int_{4\pi} [f(\mathbf{v}')f_g(\mathbf{v}'_g) - f(\mathbf{v})f_g(\mathbf{v}_g)] v_r \sigma(\vartheta, v_r) d\omega dC_g,$$

kde f označuje rozdeľovaciu funkciu častíc i -teho druhu (index nevypisujeme) – obvykle sú to elektróny, f_g je rozdeľovacia funkcia molekúl plynu (Maxwellova rozdeľovacia funkcia), $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_g|$ je absolútna hodnota relatívnej rýchlosti častice oproti molekule plynu, $\sigma(\vartheta, v_r)$ je účinný prierez pre pružné zrážky, ϑ je uhol rozptylu po zrážke v laboratórnom systéme súradníc, $d\omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$ označuje element priestorového uhla do ktorého nastáva rozptyl (φ je azimutálny uhol), dC_g je element rýchlostného priestoru pre rýchlosť molekúl plynu, integráciu v tomto prípade vykonávame cez celý rýchlostný priestor a nakoniec číslo 4π charakterizuje integráciu cez celý priestorový uhol. Rýchlosti \mathbf{v} , \mathbf{v}_g pred zrážkou a \mathbf{v}' a \mathbf{v}'_g po zrážke sú spolu zviazané zákonmi zachovania hybnosti, momentu hybnosti a energie. Kinetickú rovnicu s týmto zrážkovým členom nazývame aj **Boltzmannovou (kinetickou) rovnicou**.

V prípade silne ionizovanej plazmy, keď možno zanedbať vplyv zrážok oproti silám od priestorového náboja (tzv. bezzrážková plazma), kinetickú rovnicu nazývame **Vlasovova (kinetická) rovnica**. No a konečne, kinetická rovnica v prípade, keď dominujú zrážky elektrónov s iónmi, ale najmä elektrónov s elektrónmi (silne ionizovaná plazma) a keď nabitých častíc v Debyeovej guli je viac ako 100, zrážkový člen opäť nadobúda charakteristický tvar. Kinetickú rovnicu v takom prípade nazývame **Fokkerovou-Planckovou rovnicou**.

3.4 Pohyblivosť nabitých častíc v plyne

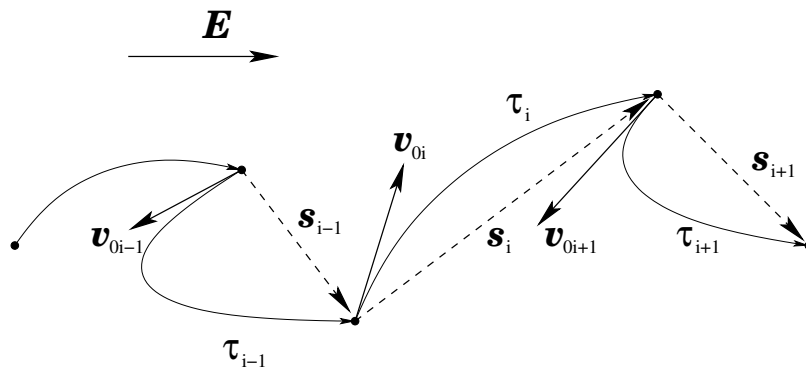
Teraz sa budeme zaoberať pohybom nabitých častíc v plyne pôsobením homogénneho elektrického poľa. Pri tomto pohybe nabitá častica sa v elektrickom poli urýchľuje, až narazí na molekulu plynu, pričom odovzdá časť svojej energie a súčasne aj zmení smer svojho pohybu. Tento dej sa potom opakuje, až nastane ustálený stav, keď celková strata energie počas veľkého počtu zrážok je práve vykompenzovaná prácou elektrického poľa.

Výsledkom je potom situácia, keď stredná rýchlosť častice (driftová rýchlosť) je konštantná v čase a je úmerná intenzite elektrického poľa. Tento experimentálne overený poznatok sa dá matematicky zapísať jednoduchým vzťahom

$$\mathbf{V} = \mu \mathbf{E}. \quad (3.4)$$

Koeficient úmernosti μ nazývame **pohyblivosť nabitaj častice**. Tento koeficient pri slabých elektrických poliach býva obvykle konštantný, ale pri silnejších poliach to už neplatí a s rastúcou intenzitou poľa pohyblivosť klesá (čo rozumieme pod slabým a silným poľom objasníme neskôr).

Aby sme mohli matematicky opísať pohyb nabitaj častice, musíme si najprv urobiť názornú predstavu o tomto pohybe. Na obr. 3.2 je znázornená malá časť dráhy nabitaj častice počas niekoľkých zrážok. Ako vidíme, častica s nábojom q (na obrázku predpokladáme kladný ión) sa pod vplyvom homogénneho elektrického poľa \mathbf{E} urýchľuje, čím narastá jej rýchlosť. Tesne pred zrážkou označíme túto rýchlosť ako \mathbf{v}_{i-1} (táto rýchlosť nie je na obrázku vyznačená). Po zrážke nadobudne nabitá častica skokom novú rýchlosť \mathbf{v}_{0i} . Index i označuje počet dovedy vykonaných zrážok. Čas, ktorý uplynie medzi dvoma po



Obr. 3.2: Pohyb nabitaj častice v elektrickom poli \mathbf{E} počas zrážok s molekulami plynu. Rýchlosti po zrážke sú označené ako \mathbf{v}_{0i} ; čas medzi dvoma zrážkami τ_i ; zmena polohového vektora častice ako \mathbf{s}_i a symbol \bullet označuje miesta, kde nastala zrážka nabitaj častice s molekulou plynu.

sebe idúcimi zrážkami označíme ako τ_i a zmenu polohového vektora ako \mathbf{s}_i . Na obrázku nie sú vyznačené pohyby a rýchlosti molekúl plynu, pretože by to znižovalo prehľadnosť zobrazenia. Predpokladáme, že rýchlosti molekúl pred zrážkou $\mathbf{v}_{g_{i-1}}$ sú dané Maxwellovou rozdeľovacou funkciou (t.j. plyn neprúdi), ktorá prislúcha teplote plynu T_g . Rýchlosť molekuly po zrážke označíme $\mathbf{v}_{g_{0i}}$ a predpokladáme, že táto rýchlosť sa po niekoľkých zrážkach s molekulami plynu opäť termalizuje na pôvodné Maxwellovo rozdelenie. Vďaka tomu sa Maxwellovo rozdelenie pre molekuly plynu pohybujúcimi sa iónmi nenarušuje (tu sa uplatňuje najmä fakt, že koncentrácia nabitých častíc je v porovnaní s koncentráciou molekúl o mnoho rádov menšia). Samotná zrážka je náhodný proces a teda nevieme presne

predpovedať stav, aký nastane po zrážke. Preto aj veličiny τ_i , \mathbf{s}_i , \mathbf{v}_i a \mathbf{v}_{0i} nadobúdajú náhodné hodnoty, ktoré treba opisovať štatistickými metódami.

Teraz prikróčime k matematickému opisu pohybu nabitej častice v plyne. Naším cieľom je vypočítať driftovú rýchlosť častice. Túto veličinu môžeme určiť ako výsledok dostatočne dlhého pozorovania jednej nabitej častice alebo pozorovaním dostatočne veľkého súboru častíc počas kratšej doby. Pri ďalšom postupe zvolíme prvý spôsob. Predpokladáme teda, že po zapnutí elektrického poľa sledujeme pohyb jednej nabitej častice. Po dostatočne dlhom čase nastane ustálený stav; to znamená, že stredné hodnoty všetkých veličín súvisiacich s pohybom nabitej častice nadobudnú konštantné hodnoty. Tu je dôležité upozorniť na predpoklad o homogénosti elektrického poľa, ktorý sme spomenuli na začiatku tejto sekcie. Ak by totiž elektrické pole nebolo homogénne, tak nabitá častica by pri svojom pohybe postupne prechádzala miestami s meniacou sa intenzitou poľa, v dôsledku čoho by sa menili aj stredné hodnoty práve spomínaných veličín a teda by nemohol nastať ustálený stav.

Výpočet driftovej rýchlosti vykonáme tak, že vypočítame dráhu nabitej častice $\sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i$, ktorú urazí počas veľkého počtu zrážok N . Ak predelíme túto dráhu celkovým časom potrebným na jej prekonanie $\sum_{i=1}^N \tau_i$ dostaneme strednú rýchlosť počas N zrážok

$$\mathbf{V} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i}{\sum_{i=1}^N \tau_i} = \frac{N\langle \mathbf{s} \rangle}{N\langle \tau \rangle} = \frac{\langle \mathbf{s} \rangle}{\langle \tau \rangle},$$

kde sme zaviedli stredné hodnoty pre zmenu polohového vektora častice a času medzi dvoma po sebe idúcimi zrážkami.

Zmenu polohového vektora po i -tej zrážke a rýchlosť častice na konci dráhy tesne pred $i+1$ -ou zrážkou vypočítame pomocou známych rovníc pre rovnomerne zrýchlený pohyb

$$\mathbf{s}_i = \frac{1}{2}\mathbf{a}\tau_i^2 + \mathbf{v}_{0i}\tau_i, \quad \mathbf{v}_i = \mathbf{a}\tau_i + \mathbf{v}_{0i},$$

kde $\mathbf{a} = q\mathbf{E}/m$ je zrýchlenie častice v elektrickom poli, pričom m je hmotnosť častice. Stredné hodnoty $\langle \mathbf{s} \rangle$ a $\langle \mathbf{v} \rangle$ možno vypočítať aj ustrednením veličín \mathbf{s} a \mathbf{v} cez všetky možné zrážkové parametre (t.j. τ , \mathbf{v} , \mathbf{v}_g a zámerná vzdialenosť alebo uhol rozptylu) pomocou pravidiel v odseku 3.2

$$\langle \mathbf{s} \rangle = \frac{1}{2}\mathbf{a}\langle \tau^2 \rangle + \langle \mathbf{v}_0 \tau \rangle = \frac{1}{2}\mathbf{a}\langle \tau^2 \rangle + \langle \mathbf{v}_0 \rangle \langle \tau \rangle \quad (3.5)$$

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{a}\langle \tau \rangle + \langle \mathbf{v}_0 \rangle. \quad (3.6)$$

V rovnici (3.5) sme využili fakt, že veličiny \mathbf{v}_0 a τ sú štatisticky nezávislé. Rýchlosť \mathbf{v}_{0i} závisí totiž od parametrov $i-1$ -vej zrážky, kdežto τ_i už od podmienok pri nasledujúcej i -tej zrážke a medzi takými zrážkami nie je korelácia.

Aby sme získali úplný opis pohybu nabitej častice, treba ešte poznať vzájomný súvis medzi jej rýchlosťou pred zrážkou \mathbf{v}_{i-1} a po zrážke \mathbf{v}_{0i} . Túto informáciu možno získať

z dynamiky pružnej zrážky, k čomu môžeme využiť zákony zachovania hybnosti a energie

$$\begin{aligned} m\mathbf{v}_{i-1} + m_g\mathbf{v}_{gi-1} &= m\mathbf{v}_{0i} + m_g\mathbf{v}_{g0i} \\ mv_{i-1}^2 + m_gv_{gi-1}^2 &= mv_{0i}^2 + m_gv_{g0i}^2. \end{aligned}$$

Okrem týchto rovníc sa ešte zachováva počas zrážky aj moment hybnosti. Tento zákon však nepíšeme, pretože jeho fyzikálnym dôsledkom je, že pohyb zrážajúcich sa častíc prebieha v rovine.

V ustálenom stave sa už stredné hodnoty rýchlostí nemenia a preto nie je podstatné či rýchlosti pred a po zrážke sa vzťahujú na tú istú zrážku alebo na dve po sebe idúce zrážky. Preto pri výpočte stredných hodnôt nie je podstatný posun indexu i o jednotku. V ďalších úvahách teda už môžeme v zákonoch zachovania vynechať indexy

$$\begin{aligned} m\mathbf{v} + m_g\mathbf{v}_g &= m\mathbf{v}_0 + m_g\mathbf{v}_{g0} \\ mv^2 + m_gv_g^2 &= mv_0^2 + m_gv_{g0}^2. \end{aligned}$$

3.4.1 Ťažiskový súradnicový systém

Takto zapísané zákony zachovania hybnosti a energie sú platné pre laboratórny súradnicový systém. Laboratórny systém je na opis zrážok pomerne ťažkopádny. Výhodnejší je preto ťažiskový súradnicový systém, v ktorom sa rýchlosti vzťahujú na spoločné ťažisko zrážajúcich sa častíc. Ak označíme rýchlosť ťažiska ako \mathbf{v}_T platia nasledujúce rovnice

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_T + \mathbf{w}, \quad \mathbf{v}_g = \mathbf{v}_T + \mathbf{w}_g, \quad \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_T + \mathbf{w}_0, \quad \mathbf{v}_{g0} = \mathbf{v}_T + \mathbf{w}_{g0} \quad (3.7)$$

$$(m + m_g)\mathbf{v}_T = m\mathbf{v} + m_g\mathbf{v}_g, \quad (m + m_g)\mathbf{v}_T = m\mathbf{v}_0 + m_g\mathbf{v}_{g0}, \quad (3.8)$$

kde rovnice (3.7) definujú rýchlosti častíc v ťažiskovom súradnicovom systéme (rýchlosti \mathbf{w} s rôznymi indexami) a rovnice (3.8) zasa predstavujú známy zápis pre rýchlosť ťažiska \mathbf{v}_T . Úpravou rovníc (3.8) dostaneme

$$m(\mathbf{v} - \mathbf{v}_T) + m_g(\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_T) = \mathbf{0}, \quad m(\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_T) + m_g(\mathbf{v}_{g0} - \mathbf{v}_T) = \mathbf{0}.$$

Použitím rovníc (3.7) dostaneme rovnice pre hybnosť v ťažiskovom súradnicovom systéme

$$m\mathbf{w} + m_g\mathbf{w}_g = \mathbf{0}, \quad m\mathbf{w}_0 + m_g\mathbf{w}_{g0} = \mathbf{0}. \quad (3.9)$$

Z týchto rovníc vyplývajú jednoduché vzťahy pre rýchlosti zrážajúcich sa častíc pred i po zrážke

$$\mathbf{w}_g = -\frac{m}{m_g}\mathbf{w}, \quad \mathbf{w}_{g0} = -\frac{m}{m_g}\mathbf{w}_0, \quad (3.10)$$

z ktorých je zrejmé, že častice sa pohybujú v ťažiskovom systéme synchronizovane, buď proti sebe (pred zrážkou), alebo od seba (po zrážke), pričom ich rýchlosti oproti ťažisku sú nepriamo úmerné ich hmotnostiam. Z rovnice pre energiu dostaneme elimináciou rýchlostí v laboratórnom systéme pomocou rovníc (3.7) a využitím vzťahov (3.9) zákon zachovania

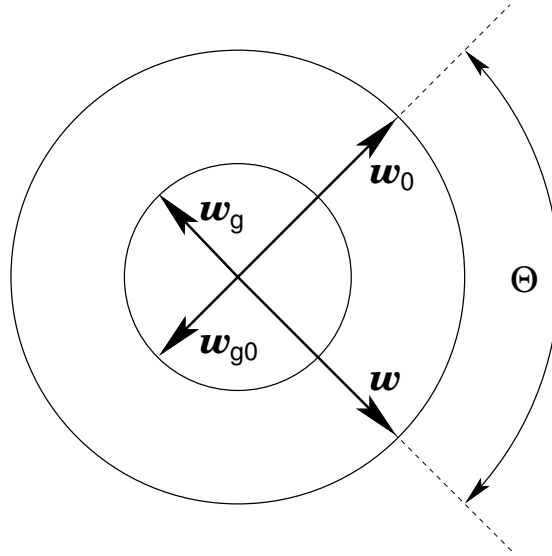
energie v ťažiskovom systéme, ktorý formálne má rovnaký tvar ako v systéme laboratórnom

$$mw^2 + m_g w_g^2 = mw_0^2 + m_g w_{g0}^2. \quad (3.11)$$

Kombináciou rovníc (3.10) a (3.11) získame ďalšie dva významné vzťahy, typické pre ťažiskový systém súradníc

$$w_0 = w, \quad w_{g0} = w_g, \quad (3.12)$$

z ktorých je zrejmé, že absolútne hodnoty rýchlostí zrážajúcich sa častíc ostávajú v priebehu zrážky rovnaké a mení sa len ich smer.



Obr. 3.3: Geometria pružnej binárnej zrážky v ťažiskovom systéme súradníc. Rozptylový uhol v ťažiskovom systéme je označený ako Θ

Jednoduchý tvar zákonov opisujúcich binárnu zrážku v ťažiskovom systéme možno názorne demonštrovať graficky, ako to vidno na obr. 3.3. Sústredné kružnice, ktoré tam vidíme, reprezentujú prienik roviny zrážky s guľovými plochami na ktorých ležia koncové body vektorov rýchlostí pred i po zrážke.

S využitím poznatkov pre ťažiskový systém súradníc sa dá rýchlosť nabitej častice po pružnej zrážke s molekulou plynu napísať v nasledujúcom tvare

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{w}_0 + \mathbf{v}_T = \mathbf{w}_0 + \frac{m\mathbf{v} + m_g\mathbf{v}_g}{m + m_g}.$$

Použitím pravidiel pre stredné hodnoty dostaneme

$$\langle \mathbf{v}_0 \rangle = \langle \mathbf{w}_0 \rangle + \frac{m\langle \mathbf{v} \rangle + m_g\langle \mathbf{v}_g \rangle}{m + m_g}.$$

Z predpokladu, že plyn neprúdi, vyplýva $\langle \mathbf{v}_g \rangle = \mathbf{0}$. Aby sme zjednodušili ďalší výpočet, použijeme aproximáciu, pri ktorej nahradíme zrážajúce sa častice pružnými hladkými

guľami. V takom prípade je rozptyl častíc v ťažiskovom systéme izotropný (t.j. všetky smery sú rovnako pravdepodobné): $\langle \mathbf{w}_0 \rangle = \mathbf{0}$. Potom teda pomocou (3.6) dostaneme

$$\langle \mathbf{v}_0 \rangle = \frac{m}{m + m_g} \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{m}{m + m_g} \mathbf{a} \langle \tau \rangle + \frac{m}{m + m_g} \langle \mathbf{v}_0 \rangle,$$

z čoho možno vypočítať rýchlosť po zrážke v ustálenom stave

$$\langle \mathbf{v}_0 \rangle = \frac{m}{m_g} \mathbf{a} \langle \tau \rangle.$$

Následne už vieme vykonať aj ďalšiu úpravu rovnice (3.5)

$$\langle \mathbf{s} \rangle = \frac{1}{2} \mathbf{a} \langle \tau^2 \rangle + \langle \mathbf{v}_0 \rangle \langle \tau \rangle = \frac{1}{2} \mathbf{a} \langle \tau^2 \rangle + \frac{m}{m_g} \mathbf{a} \langle \tau \rangle^2,$$

z čoho dostaneme výsledok pre driftovú rýchlosť častice

$$\mathbf{V} = \frac{\langle \mathbf{s} \rangle}{\langle \tau \rangle} = \frac{\mathbf{a}}{\langle \tau \rangle} \left(\frac{1}{2} \langle \tau^2 \rangle + \frac{m}{m_g} \langle \tau \rangle^2 \right). \quad (3.13)$$

3.4.2 Výpočet stredného času medzi dvoma zrážkami

V rovnici (3.13) zatiaľ nepoznáme stredné hodnoty $\langle \tau \rangle$ a $\langle \tau^2 \rangle$. K ich výpočtu potrebujeme určiť rozdeľovaciu funkciu pre voľný čas medzi dvoma po sebe idúcimi zrážkami. Predstavme si časový interval o dĺžke τ . Rozdeľme ho na dva podintervaly τ_1 a τ_2 tak, aby platilo

$$\tau = \tau_1 + \tau_2.$$

Nech $P(\tau)$ je pravdepodobnosť, že voľný čas je väčší ako τ . Túto udalosť môžeme aj tak interpretovať, že nastanú súčasne dva deje: najprv častica sa pohybuje bez zrážky počas doby τ_1 a následne aj počas doby τ_2 . Pretože obidva deje sú navzájom nezávislé, pravdepodobnosť, že nastanú súčasne je daná súčinom pravdepodobností každého deja samotného. Preto platí

$$P(\tau_1 + \tau_2) = P(\tau_1) \cdot P(\tau_2).$$

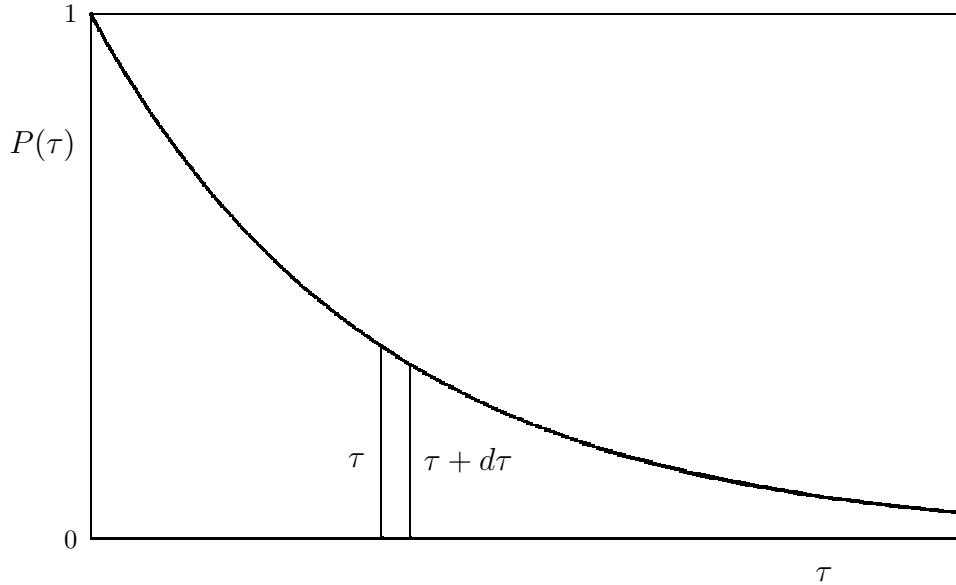
Je všeobecne známe, že táto funkcionálna rovnica má riešenie v tvare exponenciálnej funkcie

$$P(\tau) = e^{-\alpha\tau},$$

kde α je konštanta. Ďalej pravdepodobnosť $P(\tau)$ má nasledujúce asymptotické vlastnosti

$$P(0) = 1, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} P(\tau) = 0.$$

Splnenie asymptotických vlastností sa dá dosiahnuť ak $\alpha > 0$. Hľadaná rozdeľovacia funkcia $F(\tau)$, na rozdiel od pravdepodobnosti $P(\tau)$, má odlišnú interpretáciu. Označuje totiž hustotu pravdepodobnosti pre výskyt času τ , takže $F(\tau)d\tau$ udáva pravdepodobnosť, že častica sa zrazí **práve** v čase od τ po $\tau + d\tau$.



Obr. 3.4: Vzťah pravdepodobnosti $P(\tau)$ a rozdeľovacej funkcie $F(\tau)$ pre výskyt voľného času τ

Vzťah medzi pravdepodobnosťou $P(\tau)$ a rozdeľovacou funkciou $F(\tau)$ najlepšie pochopíme z obrázku 3.4, kde pokles pravdepodobnosti $P(\tau)$ v čase $\tau + d\tau$ oproti času τ sa práve rovná pravdepodobnosti $F(\tau)d\tau$, že sa častica v intervale $(\tau, \tau + d\tau)$ zrazí

$$F(\tau)d\tau = P(\tau) - P(\tau + d\tau) = -\frac{dP}{d\tau}d\tau, \text{ takže } F(\tau) = -\frac{dP}{d\tau} = \alpha e^{-\alpha\tau}.$$

Ľahko sa overí, že rozdeľovacia funkcia je normovaná

$$\int_0^{\infty} F(\tau)d\tau = \alpha \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} d\tau = 1.$$

Fyzikálny význam koeficientu α sa objasní pri výpočte strednej hodnoty

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\infty} \tau F(\tau)d\tau = \alpha \int_0^{\infty} \tau e^{-\alpha\tau} d\tau = \frac{1}{\alpha},$$

čo umožní rozdeľovaciu funkciu napísať v tvare

$$F(\tau) = \frac{1}{\langle \tau \rangle} \exp\left(-\frac{\tau}{\langle \tau \rangle}\right).$$

Pomocou rozdeľovacej funkcie možno vypočítať aj ďalšiu strednú hodnotu

$$\langle \tau^2 \rangle = \int_0^{\infty} \tau^2 F(\tau)d\tau = \frac{1}{\langle \tau \rangle} \int_0^{\infty} \tau^2 \exp\left(-\frac{\tau}{\langle \tau \rangle}\right) d\tau = 2\langle \tau \rangle^2.$$

Využitím posledného výsledku upravíme výraz pre driftovú rýchlosť (3.13)

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{a}}{\langle\tau\rangle} \left(\frac{1}{2}\langle\tau^2\rangle + \frac{m}{m_g}\langle\tau\rangle^2 \right) = \mathbf{a} \left(1 + \frac{m}{m_g} \right) \langle\tau\rangle = \frac{q\mathbf{E}}{m} \left(1 + \frac{m}{m_g} \right) \langle\tau\rangle,$$

z čoho získame vyjadrenie pre pohyblivosť nabitých častíc v tvare

$$\mu = \frac{q}{m} \left(1 + \frac{m}{m_g} \right) \langle\tau\rangle = q \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_g} \right) \langle\tau\rangle = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_r}. \quad (3.14)$$

Pri posledných úpravách sme zaviedli redukovanú hmotnosť

$$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m_g}.$$

Vo výraze pre pohyblivosť (3.14) vystupuje ako neznáma veličina stredná hodnota $\langle\tau\rangle$. Jej prevrátená hodnota $\nu = 1/\langle\tau\rangle$ reprezentuje počet zrážok s molekulami plynu, ktoré nabitá častica vykoná za 1 sekundu (tento počet obvykle býva veľmi vysoký a preto dobre vystihuje strednú hodnotu počtu zrážok). Uvedený počet zrážok nazývame **zrážková frekvencia** alebo **frekvencia zrážok**. Vo všeobecnosti výpočet zrážkovej frekvencie je náročný problém, ku ktorému treba poznať tvar rozdeľovacej funkcie pre rýchlosti nabitej častice. Preto si situáciu zjednodušíme a výpočet vykonáme v dvoch extrémnych prípadoch: pre slabé a silné elektrické polia.

a) Slabé elektrické pole

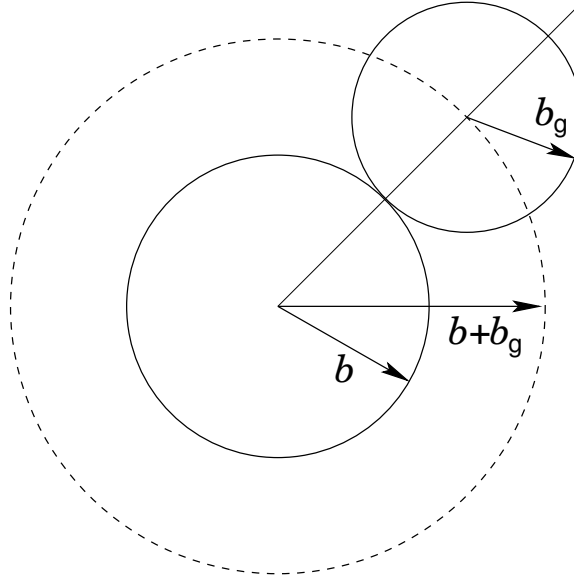
O slabom poli hovoríme vtedy, keď tepelný pohyb nabitých častíc prevláda nad driftovou rýchlosťou od elektrického poľa. Tepelný pohyb nabitých častíc vtedy pochádza od molekúl plynu s ktorými sa zrážajú. Výpočet zrážkovej frekvencie môžeme potom vykonať na základe predstáv z molekulovej fyziky a využiť teóriu opisujúcu počet nárazov molekúl na stenu nádoby za jednotku času. Teória využíva známy vzťah pre hustotu toku molekúl

$$j = \frac{1}{4}n_g\langle v_g \rangle,$$

kde n_g a $\langle v_g \rangle$ je koncentrácia a stredná aritmetická rýchlosť molekúl. Pri výpočte zrážkovej frekvencie nabitých častíc sa objavajú dva problémy. Na rozdiel od steny nádoby, častica vykonáva tepelný pohyb a jej povrch je zakrivený. Tepelný pohyb započítame tak, že rýchlosť tepelného pohybu molekuly nahradíme ich relatívnou rýchlosťou $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_g$. Počet nárazov zistíme tak, že hustotu toku molekúl vynásobíme efektívnym povrchom nabitej častice S_{ef}

$$\nu = \frac{1}{4}n_g\langle v_r \rangle S_{ef}.$$

Pretože aproximujeme ión guľovým tvarom s polomerom b (obr. 3.5), povrch iónu je $4\pi b^2$. Táto hodnota by však bola totožná s efektívnou plochou S_{ef} len vtedy, keby bolo možné zanedbať rozmery dopadajúcich molekúl plynu. Molekuly ale majú polomer b_g , porovnateľný s polomerom iónu b , a preto efektívny povrch S_{ef} je väčší v súlade s nákresom na obr. 3.5. Efektívny povrch, na ktorý dopadajú bezrozmerné molekuly, je na obrázku znázornený prerušovanou kružnicou s polomerom $b + b_g$, takže $S_{ef} = 4\pi(b + b_g)^2$.



Obr. 3.5: Zrážka dvoch tvrdých gúľ simulujúca zrážku iónu s molekulou

Ostáva ešte vypočítať strednú relatívnu rýchlosť $\langle v_r \rangle$. Exaktne to možno urobiť výpočtom strednej hodnoty s využitím Maxwellovej rozdeľovacej funkcie pre rýchlosti nabitých častíc i molekúl plynu so spoločnou teplotou T_g . Výpočet je však značne zložitý a preto zvolíme iný postup založený na poznatku, že ak rýchlosti v a v_g majú Maxwellovu rozdeľovaciu funkciu, potom Maxwellovu rozdeľovaciu funkciu má aj relatívna rýchlosť $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_g|$. Potom s využitím poznatkov z molekulevej fyziky dostaneme

$$\frac{\langle v_r \rangle^2}{\langle v_r^2 \rangle} = \frac{8}{3\pi}. \quad (3.15)$$

Pri tomto postupe sa dá relatívne jednoducho vypočítať stredná kvadratická relatívna rýchlosť

$$\langle v_r^2 \rangle = \langle \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{v}_r \rangle = \langle (\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \rangle = \langle v^2 \rangle + \langle v_g^2 \rangle - 2\langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_g \rangle = \langle v^2 \rangle + \langle v_g^2 \rangle.$$

Pri úprave sme využili štatistickú nezávislosť rýchlostí \mathbf{v} a \mathbf{v}_g a fakt, že $\langle \mathbf{v}_g \rangle = \mathbf{0}$. Ak vyjadríme stredné kvadratické rýchlosti pomocou teploty plynu T_g dostaneme

$$\langle v_r^2 \rangle = \langle v^2 \rangle + \langle v_g^2 \rangle = \frac{3kT_g}{m} + \frac{3kT_g}{m_g} = \frac{3kT_g}{m_r}.$$

Pomocou rovnice (3.15) dostaneme

$$\langle v_r \rangle = \sqrt{\frac{8}{3\pi} \langle v_r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{8kT_g}{\pi m_r}}.$$

Teraz už môžeme vyjadriť zrážkovú frekvenciu v tvare

$$\nu = \frac{1}{4} n_g \langle v_r \rangle S_{ef} = \pi (b + b_g)^2 n_g \sqrt{\frac{8kT_g}{\pi m_r}} = \sigma n_g \sqrt{\frac{8kT_g}{\pi m_r}},$$

pričom sme zaviedli zrážkový prierez $\sigma = \pi(b + b_g)^2$, ktorý reprezentuje obsah čiarkovaneého kruhu na obr. 3.5. Použitím (3.14) a $\langle \tau \rangle = 1/\nu$ postupne dostaneme

$$\mu = \frac{q}{\sigma n_g m_r} \sqrt{\frac{\pi m_r}{8kT_g}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{q}{\sigma n_g \sqrt{kT_g m_r}}. \quad (3.16)$$

V literatúre sa častejšie používa upravený zápis

$$\mu = \frac{q}{\sigma n_g m_g \langle v_g \rangle} \sqrt{1 + \frac{m_g}{m}} = \frac{q\lambda}{m_g \langle v_g \rangle} \sqrt{1 + \frac{m_g}{m}}, \quad (3.17)$$

v ktorom sme zaviedli strednú voľnú dráhu $\lambda = 1/\sigma n_g$. Je zrejmé, že polarita pohyblivosti závisí od znamienka náboja. Preto kladné ióny majú pohyblivosť kladnú a elektróny zápornú. Niektorá literatúra používa iba absolútne hodnoty pohyblivosti. V takom prípade sa musí pred pohyblivosťou záporne nabitých častíc uvádzať záporné znamienko. V tabuľkách sa vždy uvádzajú absolútne hodnoty pohyblivosti.

b) Silné elektrické pole

Silné elektrické pole sa vyznačuje tým, že tepelný pohyb nabitých častíc je zanedbateľný v porovnaní s driftovou rýchlosťou. V takom prípade relatívny pohyb nabitej častice si môžeme predstaviť aj tak, že na pevne stojacu časticu prúdia molekuly plynu driftovou rýchlosťou V . Hustota toku molekúl potom je $n_g V$, z čoho

$$\nu = \sigma n_g V.$$

Ďalej platia nasledovné rovnice

$$\frac{V}{E} = \mu = \frac{q}{m_r \nu} = \frac{q}{m_r \sigma n_g V},$$

z čoho možno vypočítať driftovú rýchlosť

$$V = \sqrt{\frac{|qE|\lambda}{m_r}}. \quad (3.18)$$

Na rozdiel od slabých polí, driftová rýchlosť je úmerná odmocnine z intenzity elektrického poľa. Tu máme prípad, keď pohyblivosť nabitých častíc nie je konštantná, ale klesá s rastúcou intenzitou poľa

$$\mu = \sqrt{\frac{\lambda}{m_r} \left| \frac{q}{E} \right|}.$$

3.4.3 Redukovaná pohyblivosť

Najprv sa oboznámime s jednotkami na meranie pohyblivosti. Z definície pohyblivosti (3.4) vyplýva jej fyzikálny rozmer

$$[\mu] = \frac{[V]}{[E]} = \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}},$$

ktorý používame aj ako jednotku pohyblivosti. V literatúre sa tiež často používa aj menšia jednotka cm^2/Vs .

Údaje o pohyblivosti nabitých častíc (elektrónov a iónov) v plyne sa získavajú prevažne experimentálnou cestou. Získané hodnoty sa zostavujú do tabuliek pre rôzne plyny a pre rôzne druhy nabitých častíc. Analýzou rovnice (3.17) ľahko zistíme, že pohyblivosť nabitých častíc v plyne pod účinkom slabých elektrických polí závisí od dvoch parametrov prostredia: koncentrácie molekúl plynu n_g a teploty plynu T_g . Aby tabuľky experimentálnych hodnôt pohyblivosti neboli príliš rozsiahle, treba ich zostavovať racionálnym spôsobom. Využíva sa pritom fakt, že súčin μn_g už nezávisí od koncentrácie molekúl plynu n_g . Jednotnú formu hodnôt pre pohyblivosť dosahujeme prepočítaním nameraných údajov na rovnakú koncentráciu molekúl plynu, za ktorú sa dohodou stanovila koncentrácia reprezentovaná Loschmidtovou konštantou (číslom)

$$n_g = n_L = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3},$$

čo prislúcha normálnym podmienkam pri teplote $T_0 = 0^\circ\text{C}$ a tlaku $p_0 = 100 \text{ kPa}$ (presne 101325 Pa). Pohyblivosť nabitých častíc pri normálnych podmienkach nazývame **redukovaná pohyblivosť** a obvykle ju označujeme ako μ_0 .

V prípade závislosti pohyblivosti od teploty plynu je situácia zložitejšia. Okrem explicitnej závislosti, ktorú vidíme z predchádzajúcich vzťahov, existuje totiž ešte skrytá teplotná závislosť zrážkového prierezu σ . Súvisí s faktom, že vo všeobecnosti prierezy sú funkciou relatívnej rýchlosti zrážajúcich sa častíc, čo sa pri slabých elektrických poliach prejaví ako teplotná závislosť. Preto nie je možné vykonať podobný prepočet ako v prípade koncentrácie molekúl plynu. Dôsledkom toho potom je, že redukovaná pohyblivosť sa v tabuľkách musí uvádzať ako funkcia teploty plynu.

Pre konkrétne experimentálne podmienky charakterizované tlakom plynu p a jeho teplotou T_g určíme pohyblivosť nasledovne

$$\mu = \frac{n_L}{n_g} \mu_0(T_g) = \frac{p_0}{p} \frac{T_g}{T_0} \mu_0(T_g) \approx \frac{10^5}{p} \frac{T_g}{273} \mu_0(T_g),$$

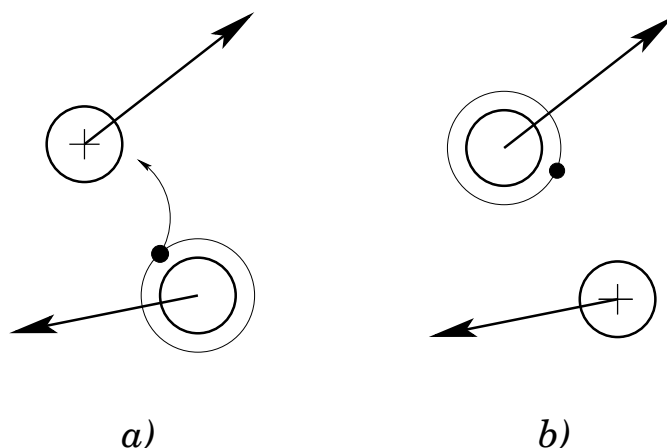
pričom na vyjadrenie tlakov sme použili stavovú rovnicu ideálneho plynu $p = n_g k T_g$ a $p_0 = n_L k T_0$.

Na ilustráciu ešte uvedieme redukované pohyblivosti iónov pre niektoré inertné plyny (tab. 3.1). Pokiaľ ión vznikol ionizáciou molekúl plynu, v ktorom sa pohybuje, hovoríme, že ión sa nachádza v **rodičovskom plyne**. Samozrejme ióny sa môžu pohybovať aj v plynoch z molekúl ktorých nevznikli (napr. ión He^+ v neóne). Ak si pozorne všimneme číselné údaje v tabuľke, tak zistíme, že pohyblivosť molekulových iónov je o 20 – 60 % väčšia v porovnaní s atómovými iónmi. To sa zdá byť v rozpore s rovnicou (3.17). Molekulové ióny sú totiž nielen dvakrát ťažšie, ale sú aj rozmernejšie, takže by mali mať aj väčší zrážkový prierez. Preto by ich pohyblivosť mala byť menšia ako u iónov atómových. Príčina tohoto rozporu tkvie v rozdielnom charaktere interakcie iónov s molekulami plynu. U atómových iónov dominuje **rezonančná výmena náboja**. Proces výmeny náboja

Tabuľka 3.1: Redukovaná pohyblivosť atómových a molekulových iónov v rodičovskom plyne niektorých inertných plynov pri teplote 300 K [cm^2/Vs]

| Plyn | Ión | | | | | |
|------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
| | He^+ | He_2^+ | Ne^+ | Ne_2^+ | Ar^+ | Ar_2^+ |
| He | 10,7 | 16,2 | – | – | – | – |
| Ne | – | – | 4,1 | 6,5 | – | – |
| Ar | – | – | – | – | 1,6 | 1,9 |

znázorňuje obr. 3.6, kde vidíme ako kladný ión v blízkosti molekuly plynu odoberá z nej elektrón. Počas výmeny náboja sa z iónu stane neutrálna molekula a z molekuly zasa kladný ión. Proces výmeny náboja prebieha rýchlo – vzájomná poloha iónu a molekuly sa prakticky nezmení. Takto vytvorený ión už nemá ani energiu a ani hybnosť, ktoré pred zrážkou nadobudol pôvodný ión od elektrického poľa, pretože ich teraz prebrala vzniknutá molekula plynu. Pravdepodobnosť výmeny náboja nie je príliš vysoká, takže vo všeobec-



Obr. 3.6: Výmena náboja medzi iónom a molekulou: a) pred výmenou; b) po prechode elektrónu na kladný ión. Elektrón je zobrazený – kvôli názornosti – lokalizovane znakom \bullet a $+$ označuje kladný ión

nosti tento proces by nemal výraznejšie ovplyvňovať pohyblivosť iónov. Tento uzáver však neplatí, ak častice vymieňajúce si náboj, majú rovnaké jadrá. Vtedy totiž sa pri výmene náboja nezmení celková energia systému skladajúceho sa z interagujúceho iónu a atómu. V kvantovej mechanike označujeme taký prípad ako rezonančný stav systému. Pravdepodobnosť výmeny náboja je potom vysoká, takže zrážkový prierez môže byť väčší než prierez opisujúci analogické zrážky, u ktorých sa rezonančná výmena neuplatňuje. Takto teda možno vysvetliť, prečo je pohyblivosť atómových iónov v inertných plynach menšia

ako molekulových iónov.¹ Ukázalo sa, že prierez pre rezonančnú výmenu náboja závisí len nepatrne od rýchlosti iónu. Preto fyzikálny model aproximujúci zrážajúce sa častice ako pružné hladké guľičky opisuje vcelku dobre rezonančnú výmenu náboja a teda aj vzťah (3.17) je správny.

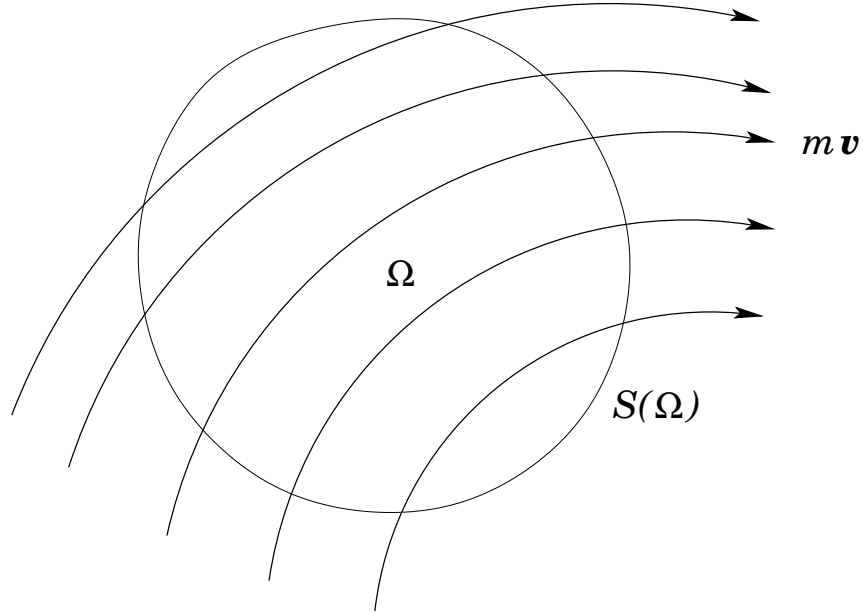
U molekulových iónov inertných plynov sa výmena náboja neuplatňuje, a silové pôsobenie medzi iónom a atómom plynu určujú polarizačné sily. Zrážkový prierez v tomto prípade klesá nepriamo úmerne s relatívnou rýchlosťou zrážajúcich sa častíc. Teraz už pružné guľičky nie sú vhodným modelom na opis zrážok. V takom prípade zrážková frekvencia a následne aj stredný čas $\langle \tau \rangle$ nezávisia od rýchlosti iónu. Preto pohyblivosť molekulových iónov je konštantná aj pri silných poliach. V tomto prípade rovnice (3.17) a (3.18) nie sú použiteľné, ale rovnica (3.14) je aj naďalej správna. Driftová rýchlosť je teda úmerná intenzite elektrického poľa v širokom rozsahu.

V tabuľke sme uviedli pohyblivosti iba pre ióny. V prípade elektrónov sa objavujú dva dôvody pre ktoré je opisovaná teória pohyblivosti nepoužiteľná. Najprv treba spomenúť malú hmotnosť elektrónov (v porovnaní s iónmi je minimálne o tri rády menšia), čo spôsobuje, že elektrón potrebuje vykonať na odovzdanie energie od elektrického poľa stovky až tisícky zrážok s molekulami plynu. Preto energie elektrónov aj v slabých poliach sú oproti iónom rádovo väčšie ako tepelná energia molekúl plynu a teda vlastne treba na ne aplikovať teóriu pre silné polia. Druhým dôvodom je fakt, že závislosť zrážkových prierezov od relatívnej rýchlosti je v prípade elektrónov veľmi zložitá a u niektorých plynov sa objavuje dokonca aj periodicitu v závislosti prierezu od rýchlosti. Je to dôsledok kvantových efektov, keď sa prejavujú vlnové vlastnosti elektrónu. Teória pohyblivosti, ktorú sme odvodili, kvantové javy nebrala do úvahy a teda je použiteľná iba pre ťažké častice (kladné i záporné ióny). No a taktiež nemožno zabudnúť aj na nepružné zrážky, ktoré sa u elektrónov v plazme uplatňujú. Preto sa v odbornej literatúre obvykle neudávajú pohyblivosti elektrónov vo forme tabuliek, ale sa driftové rýchlosti, prípadne pohyblivosti, znázorňujú graficky ako funkcie elektrického poľa.

3.5 Všeobecná pohybová rovnica pre plazmu – rovnica pre prenos hybnosti

Doteraz, keď sme potrebovali určiť driftovú rýchlosť nabitých častíc, tak sme používali špeciálny tvar pohybových rovníc (2.9) alebo (3.4), ktoré platili len za určitých obmedzujúcich podmienok. Teraz odvodíme všeobecnejší tvar pohybovej rovnice, pričom budeme považovať plazmu za kontinuum (spojité prostredie), t.j. odhliadneme od molekulovej štruktúry plazmy. Budeme postupovať analogicky ako v mechanike kontinua pri odvodzovaní rovníc opisujúcich prúdenie tekutín. Na rozdiel od tekutín, plazma obsahuje viac zložiek (druhov častíc) a preto si vyberieme jednu z nich (môžu to byť napríklad elektróny

¹Naopak, v prípade plynu s dvojatómovými molekulami (napr. dusík) rezonančná výmena náboja sa uplatňuje u molekulového iónu (N_2^+).



Obr. 3.7: Zmena hybnosti častíc plazmy pôsobením síl pri prechode cez objem Ω , ktorý je ohraničený uzatvorenou plochou $S(\Omega)$

alebo kladné ióny). Vybraný druh označíme indexom i , ktorým ale – kvôli prehľadnosti – nebudeme pri odvodzovaní jednotlivé veličiny označovať. Toto označovanie budeme robiť až neskôr – pri aplikácii pohybových rovníc na plazmu.

Hned na začiatku zdôraznime, že i -tu zložku plazmy budeme sledovať z pozície pozorovateľa, ktorý je spojený s laboratórnym systémom. Potom našou úlohou bude matematicky opísať časovú i priestorovú zmenu strednej hodnoty hybnosti častíc pod vplyvom pôsobiacich síl. Nech pozorovateľ sleduje v priestore pevne zvolený objem Ω (obr. 3.7). Cez tento objem prechádzajú častice plazmy i -teho druhu, pričom sa v dôsledku pôsobenia síl mení ich hybnosť. Našou úlohou teda bude vypočítať aký je časový vývoj strednej hybnosti častíc i -tej zložky plazmy, ktoré sa nachádzajú v pozorovanom objeme Ω . Predpokladáme, že objem Ω je dostatočne veľký, takže počet častíc, ktoré sa tam nachádzajú, je štatisticky významný. Môžeme teda použiť na výpočet stredných hodnôt sledovaných veličín rozdeľovaciu funkciu $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ pre i -ty druh.

Formulujme si najprv jednotlivé faktory, ktoré majú vplyv na celkovú hybnosť častíc i -teho druhu v objeme Ω :

1. pôsobiace sily na častice od polí v plazme (polia elektrické, magnetické a pod.)
2. sily pochádzajúce od zrážok i -tej častice s časticami ostatných druhov
3. diferencia medzi tokom hybnosti do objemu a tokom hybnosti z objemu.

Celková hybnosť častíc i -teho druhu s hmotnosťou m v objeme Ω je

$$\mathbf{H}(t) = \int_{\Omega} \int_C m \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dC d\Omega = m \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) d\Omega, \quad (3.19)$$

pričom integráciu sme vykonali cez všetky možné rýchlosti častíc a cez celý objem Ω . Pritom sme označili koncentráciu častíc i -teho druhu ako $n(\mathbf{r}, t)$ a ich driftovú rýchlosť ako $V(\mathbf{r}, t)$. Silu, ktorá pôsobí na častice i -teho druhu, označme ako $F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. Sila sa mení s polohou, s rýchlosťou častice (napr. sila od magnetického poľa) a s časom (premenné polia). Celková sila pôsobiaca na objem Ω potom bude

$$\mathbf{F}_1 = \int_{\Omega} \int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dC d\Omega = \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) \langle \mathbf{F} \rangle d\Omega, \quad (3.20)$$

kde $\langle \mathbf{F} \rangle$ je stredná hodnota sily, ktorá je funkciou polohy a času. Ak sila nezávisí explicitne od rýchlosti, tak táto stredná hodnota sa rovná priamo sile.

Nasledujúcim krokom bude formulovať opis zmeny hybnosti pri zrážkach. Pretože sa zameriavame na slabo ionizovanú plazmu, dominovať budú zrážky častice i -teho druhu s molekulami plynu. Ostatné, potenciálne možné, interakcie (elektrón-elektrón, ión-ión a elektrón-ión) zanedbáme. Prenos hybnosti pri zrážke charakterizuje prierez pre prenos hybnosti (alebo tiež difúzny prierez) σ . Pri časticách v tvare pružných a hladkých guľičiek je tento prierez totožný s geometrickým prierezom, ako ho vidno na obr. 3.5. Hustota toku častíc i -teho druhu s rýchlosťami v intervale $(\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v})$, t.j. v elemente rýchlostného priestoru dC , sa dá napísať ako $v_r f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dC$, kde $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_g|$ je relatívna rýchlosť iónu oproti molekule plynu. Celková plocha cieľových molekúl v objeme $d\Omega$ je $\sigma(v_r) f_g(\mathbf{r}, \mathbf{v}_g, t) dC_g d\Omega$, kde $f_g(\mathbf{r}, \mathbf{v}_g, t)$ je rozdeľovacia funkcia (Maxwellova) pre rýchlosti molekúl plynu a dC_g je element príslušného rýchlostného priestoru. Súčin týchto dvoch veličín poskytuje počet zrážok, ktoré vykonajú častice i -teho druhu s rýchlosťami v elemente rýchlostného priestoru dC s molekulami plynu nachádzajúcimi sa v objeme $d\Omega$, ktoré majú rýchlosti v elemente rýchlostného priestoru dC_g . Strata hybnosti častíc i -teho druhu za 1 s, ktoré sú v elemente $d\Omega$ s rýchlosťami v dC , potom je $m\mathbf{v} v_r \sigma(v_r) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f_g(\mathbf{r}, \mathbf{v}_g, t) dC dC_g d\Omega$ (pri jednej zrážke sa stráca hybnosť $m\mathbf{v}$). Celková strata hybnosti za 1 s predstavuje brzdiacu silu

$$\int_{\Omega} \int_{C_g} \int_C m\mathbf{v} v_r \sigma(v_r) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f_g(\mathbf{r}, \mathbf{v}_g, t) dC dC_g d\Omega = \int_{\Omega} m n_g n(\mathbf{r}, t) \langle \mathbf{v} v_r \sigma(v_r) \rangle_{v, v_g} d\Omega, \quad (3.21)$$

kde symbol $\langle \mathbf{v} v_r \sigma(v_r) \rangle_{v, v_g}$ označuje strednú hodnotu vypočítanú pomocou dvoch rozdeľovacích funkcií f a f_g (funkcia f_g je normovaná na n_g).

Teraz sa zamyslime nad strednou hodnotou $\langle \mathbf{v} v_r \sigma(v_r) \rangle_{v, v_g}$! Výpočet tejto veličiny vyžaduje poznať nielen závislosť prierezu pre prenos hybnosti od relatívnej rýchlosti, ale aj tvar rozdeľovacích funkcií f a f_g , čo je v prípade f náročná úloha, ktorá vyžaduje riešenie kinetickej rovnice. Požadovaný prierez sa zasa určuje zložitými experimentálnymi metódami. Preto uplatníme menej náročný spôsob, využívajúci experimentálne údaje o pohyblivosti nabitých častíc. Najprv riešme špeciálny prípad polarizačných síl medzi nabitou časticou a molekulou plynu (pozri diskusiu k tabuľke 3.1). Pri tejto interakcii je súčin $v_r \sigma(v_r)$ konštantný, takže platí

$$n_g \langle \mathbf{v} v_r \sigma(v_r) \rangle_{v, v_g} = n_g \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) v_r \sigma(v_r) = \nu_0 \mathbf{V}(\mathbf{r}, t),$$

kde sme zaviedli – zatiaľ nešpecifikovanú – zrážkovú frekvenciu $\nu_0 = n_g \langle v_r \sigma(v_r) \rangle_{v,v_g}$. Symboly pre výpočet strednej hodnoty sme zaviedli zatiaľ len formálne, vzhľadom na to, že ustredňovaný výraz je konštantný. Tento zápis zovšeobecníme aj na iné interakcie medzi nabitými časticami v tvare

$$\nu_{ef} = n_g \langle v_r \sigma(v_r) \rangle_{v,v_g},$$

keď už zrážková frekvencia ν_{ef} nemusí byť konštantná a je funkciou driftovej rýchlosti. Potom sila (3.21) nadobudne tvar (sila je brzdiaca – preto záporné znamienko)

$$\mathbf{F}_2 = -m \int_{\Omega} \nu_{ef} n(\mathbf{r}, t) \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) d\Omega. \quad (3.22)$$

Zmena hybnosti v Ω môže nastať aj únikom častíc z objemu, ktoré zo sebou odnášajú hybnosť. Túto zmenu možno vyjadriť ako výtok vektora hybnosti $m\mathbf{v}$ cez plochu S ohraničujúcu objem Ω . Tok častíc s rýchlosťami z intervalu $(\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v})$ cez orientovaný plošný element $d\mathbf{S}$ je $(\mathbf{v}f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)dC) \cdot d\mathbf{S}$. Potom výtok hybnosti (je kladný ak častice vytekajú; v opačnom prípade je výtok záporný) dostaneme, ak tok častíc vynásobíme ich hybnosťou a vykonáme integráciu cez všetky rýchlosti častíc a cez plochu S

$$\int_{s(\Omega)} \int_C m\mathbf{v}(\mathbf{v}f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)dC) \cdot d\mathbf{S} = \int_{s(\Omega)} mn(\mathbf{r}, t) \langle \mathbf{v}\mathbf{v} \rangle \cdot d\mathbf{S} = \int_{\Omega} \nabla \cdot (mn \langle \mathbf{v}\mathbf{v} \rangle) d\Omega. \quad (3.23)$$

Pri poslednej úprave sme použili Gaussovu vetu. Pomocou (3.2) upravíme tenzor

$$mn \langle \mathbf{v}\mathbf{v} \rangle = mn \mathbf{V}\mathbf{V} + mn \langle \mathbf{c}\mathbf{c} \rangle.$$

Teraz sa zameriame na interpretáciu tenzora

$$\mathbf{P} = mn \langle \mathbf{c}\mathbf{c} \rangle = mn \begin{pmatrix} \langle c_x^2 \rangle & \langle c_x c_y \rangle & \langle c_x c_z \rangle \\ \langle c_x c_y \rangle & \langle c_y^2 \rangle & \langle c_y c_z \rangle \\ \langle c_x c_z \rangle & \langle c_y c_z \rangle & \langle c_z^2 \rangle \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Ak zanedbáme efekty spojené s viskozitou plazmy, rôzne zložky chaotickej rýchlosti \mathbf{c} sú štatisticky nezávislé. Potom platí $\langle c_x c_y \rangle = \langle c_x \rangle \langle c_y \rangle = 0$. Analogicky sú nulové aj ostatné nedиаgonálne členy. V izotropnej plazme (t.j. kde všetky smery sú rovnocenné) platí

$$\langle c_x^2 \rangle = \langle c_y^2 \rangle = \langle c_z^2 \rangle, \quad \langle c_x^2 \rangle + \langle c_y^2 \rangle + \langle c_z^2 \rangle = \langle c^2 \rangle.$$

Potom

$$\langle c_x^2 \rangle = \langle c_y^2 \rangle = \langle c_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle c^2 \rangle,$$

z čoho

$$\mathbf{P} = mn \langle \mathbf{c}\mathbf{c} \rangle = \frac{1}{3} mn \langle c^2 \rangle \mathbf{I}, \quad (3.25)$$

kde \mathbf{I} je jednotkový tenzor

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ak rozdeľovacia funkcia má tvar blízky Maxwellovej funkcii, dá sa stredná kvadratická rýchlosť vyjadriť pomocou teploty častíc i -teho druhu T nasledovne: $\langle c^2 \rangle = 3kT/m$. Potom

$$\mathbf{P} = \frac{1}{3}mn\langle c^2 \rangle \mathbf{I} = nkT\mathbf{I} = p\mathbf{I}, \quad (3.26)$$

kde p je parciálny tlak i -tej zložky plazmy. Tensor \mathbf{P} v tomto špeciálnom prípade priamo súvisí so skalárnym tlakom a to je dôvod prečo ho nazývame tenzorom tlaku. Ak teraz vo výraze (3.23) zavedieme tenzor tlaku, dostaneme

$$\mathbf{F}_3 = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (mn\mathbf{V}\mathbf{V}) d\Omega - \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{P} d\Omega, \quad (3.27)$$

pričom záporné znamienka zohľadňujú fakt, že výtok hybnosti reprezentuje jej úbytok v objeme Ω .

Rýchlosť zmeny hybnosti častíc i -teho druhu v objeme Ω možno opísať pohybovou rovnicou, ktorá zohľadňuje pôsobiace sily

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3.$$

Dosadením za \mathbf{H} , \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 a \mathbf{F}_3 dostaneme

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial t} (mn\mathbf{V}) - n\langle \mathbf{F} \rangle + mn\nu_{ef}\mathbf{V} + \nabla \cdot (mn\mathbf{V}\mathbf{V}) + \nabla \cdot \mathbf{P} \right] d\Omega = \mathbf{0}.$$

Pretože objem Ω bol zvolený ľubovoľne, integrál je nulový vtedy, ak integrand sa identicky rovná nule. Takto dostaneme diferenciálnu rovnicu

$$\frac{\partial}{\partial t} (mn\mathbf{V}) + \nabla \cdot (mn\mathbf{V}\mathbf{V}) = n\langle \mathbf{F} \rangle - \nabla \cdot \mathbf{P} - mn\nu_{ef}\mathbf{V}.$$

Úpravou členov na ľavej strane pomocou pravidla $\nabla \cdot (\mathbf{a}\mathbf{b}) = \mathbf{b}\nabla \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b}$ dostaneme medzivýsledok

$$\frac{\partial}{\partial t} (mn\mathbf{V}) + \nabla \cdot (mn\mathbf{V}\mathbf{V}) = mn\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + m\mathbf{V} \left(\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{V}) \right) + mn\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}.$$

z ktorého už vyplýva konečný tvar pohybovej rovnice

$$m\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + m\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \langle \mathbf{F} \rangle - \frac{1}{n}\nabla \cdot \mathbf{P} - m\nu_{ef}\mathbf{V} - m\frac{1}{n}\frac{\delta n}{\delta t}\mathbf{V}, \quad (3.28)$$

pričom sme využili rovnicu kontinuity

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{V}) = \frac{\delta n}{\delta t} \quad (3.29)$$

kde $\delta n/\delta t$ symbolicky opisuje rýchlosť vzniku častíc i -teho druhu v jednotkovom objeme.

Teraz v krátkosti analyzujeme fyzikálny význam jednotlivých členov v rovnici (3.28). Ľavá strana je zapísaná v Eulerovej reprezentácii podobne ako pri rovnici (2.9); v literatúre sa tiež používa termín konvektívna derivácia driftovej rýchlosti. Na pravej strane

prvý a tretí člen opisujú silu od polí a od trenia nabitých častíc pri pohybe v plyne. S druhým členom sme sa ešte nestretli: opisuje silové pôsobenie v dôsledku zmien koncentrácie nabitých častíc a veľkosti chaotickej rýchlosti (napr. pri gradiente teploty). Posledný výraz je trocha neobvyklý: opisuje v podstate zmenu zotrvačnej hmotnosti, ktorá je vyvolaná zmenou koncentrácie častíc pri ich vzniku alebo zániku (je analógiou zmeny hmotnosti rakety pri jej lete).

Ostáva ešte vyriešiť problém stanovenia zrážkovej frekvencie ν_{ef} . Pritom využijeme poznatky o pohyblivosti nabitých častíc z odseku 3.4. Aby sme zohľadnili tam použité predpoklady, zvolíme homogénne elektrické pole \mathbf{E} , v ktorom sledujeme ustálený pohyb nabitej častice s nábojom q , s prevládajúcim vplyvom zrážok s molekulami plynu. Za týchto podmienok môžeme určiť pohyblivosť pomocou vzťahu (3.14)

$$\mu = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_r} = \frac{q}{m_r\nu}. \quad (3.30)$$

Na druhej strane za uvedených špeciálnych podmienok sú časové a priestorové derivácie všetkých fyzikálnych veličín nulové a teda pohybová rovnica (3.28) sa redukuje na

$$\mathbf{0} = q\mathbf{E} - m\nu_{ef}\mathbf{V},$$

z čoho ihneď vyplýva

$$\mu = \frac{q}{m\nu_{ef}}.$$

Vidíme, že zrážkovú frekvenciu ν_{ef} nemusíme zložito počítať pomocou zrážkových prierezov a riešenia kinetickej rovnice, ale môžeme ju určiť z nameraných hodnôt pohyblivosti nabitých častíc. Ak merania vykonáme pri rôznych hodnotách elektrického poľa, dostaneme aj závislosť zrážkovej frekvencie od intenzity poľa alebo – čo býva ešte výhodnejšie – od driftovej rýchlosti.

Ak porovnáme posledné dva výrazy pre pohyblivosť, dostaneme vzájomný súvis medzi ν a ν_{ef}

$$m\nu_{ef} = m_r\nu,$$

čo využijeme aj v rovnici (3.28). V tejto prednáške sa budeme zaoberať izotropnou plazmou a situáciami, v ktorých môžeme energiu častíc plazmy charakterizovať teplotou. Za týchto predpokladov môžeme zaviesť skalárny tlak p pomocou (3.26). Potom $\nabla \cdot \mathbf{P} = \nabla \cdot (p\mathbf{I}) = \nabla p \cdot \mathbf{I} + p\nabla \cdot \mathbf{I} = \nabla p$. Takto dostaneme definitívny tvar pohybovej rovnice, ktorý v ďalšom budeme používať

$$m\frac{\partial\mathbf{V}}{\partial t} + m\mathbf{V} \cdot \nabla\mathbf{V} = \langle\mathbf{F}\rangle - \frac{1}{n}\nabla p - m_r\nu\mathbf{V} - m\frac{1}{n}\frac{\delta n}{\delta t}\mathbf{V}. \quad (3.31)$$

3.5.1 Difúzia nabitých častíc v plyne – Einsteinov vzťah

Keď do plynu primiešame v nejakom mieste molekuly iného plynu, tak tieto tepelným pohybom sa postupne rozširujú na miesta, kde pôvodne neboli. Hovoríme, že prebieha ich difúzia, ktorú opisuje známa rovnica pre hustotu difúzneho toku

$$\mathbf{j} = -D\nabla n,$$

kde D je koeficient difúzie. Podobne sa správajú v plyne aj nabité častice. Ak ich je niekde viac, tak tepelným pohybom sa postupne presúvajú na miesta s menšou koncentráciou. Teraz budeme skúmať, aký zákon opisuje difúziu nabitých častíc v plazme. Predpokladajme, že vytvoríme konštantný gradient koncentrácie nabitých častíc i -teho druhu $\nabla n = \text{konšt.}$. Vďaka tepelnému pohybu vznikne ustálený tok nabitých častíc, ktorý sa nebude meniť ani s časom a ani s miestom. Preto všetky časové a priestorové derivácie budú nulové. Ďalej predpokladáme, že koncentrácia nabitých častíc je veľmi malá, takže môžeme zanedbať priestorový náboj. Vonkajšie elektrické pole je tiež nulové. Potom difúzia prebieha bez vplyvu vonkajších síl: $\mathbf{F} = \mathbf{0}$. Pre tlak použijeme stavovú rovnicu $p = nkT$, pričom predpokladáme konštantnú teplotu (nemení sa s polohou a s časom). Potom z pohybovej rovnice ostanú len nasledovné nenulové členy

$$\mathbf{0} = -\frac{kT}{n}\nabla n - m_r\nu\mathbf{V},$$

z čoho dostaneme

$$\mathbf{j} = n\mathbf{V} = -\frac{kT}{m_r\nu}\nabla n = -D\nabla n,$$

pričom sme zaviedli koeficient difúzie pre nabitú časticu

$$D = \frac{kT}{m_r\nu}. \quad (3.32)$$

Ak spojíme s týmto výsledkom vzťah pre pohyblivosť $\mu = q/m_r\nu$, tak dostaneme

$$D = kT \frac{\mu}{q}. \quad (3.33)$$

Tento výsledok nazývame **Einsteinov vzťah**. Umožňuje vypočítať koeficient difúzie nabitých častíc z nameraných hodnôt pohyblivosti.

Ak koncentrácia nabitých častíc narastá, začne sa uplatňovať aj priestorový náboj. Hustota toku nabitých častíc potom závisí nielen od gradientu koncentrácie, ale aj od elektrického poľa priestorového náboja. S týmto problémom sa budeme zaoberať v odseku o ambipolárnej difúzii.

3.6 Elektrická vodivost' homogénnej plazmy

Ak sa vrátíme k rovnici pre hustotu prúdu (3.1), môžeme teraz driftové rýchlosti vyjadriť pomocou elektrického poľa a príslušných pohyblivostí

$$\mathbf{i} = en(\mathbf{V}_+ - \mathbf{V}_-) = en(\mu_+ - \mu_-)\mathbf{E} \approx -en\mu_-\mathbf{E}.$$

V poslednom kroku úprav sme využili skutočnosť, že pohyblivosť elektrónov je podstatne väčšia než pohyblivosť iónov ($|\mu_-| \gg \mu_+$). Možno teda povedať, že elektrická vodivost' plazmy je určovaná elektrónmi. Preto v ďalších výpočtoch sa budeme zaoberať už len elektrónmi. Ešte pripomeňme, že pohyblivosť elektrónov je záporná; preto smer hustoty

prúdu je rovnaký ako smer elektrického poľa. Predchádzajúca rovnica sa dá napísať aj v tvare

$$\mathbf{i} = -en\mathbf{V}_-. \quad (3.34)$$

Ak elektrické pole \mathbf{E} je stacionárne, tak môžeme pohyblivosť elektrónov vyjadriť pomocou vzťahu (3.30): $\mu_- = -e/m_-\nu_-$ (u elektrónov je redukovaná hmotnosť pri zrážkach s molekulami plynu m_-). Potom dostaneme pre hustotu elektrického prúdu výsledok

$$\mathbf{i} = -en\mu_-\mathbf{E} = \frac{e^2n}{m_-\nu_-}\mathbf{E}.$$

Ak porovnáme tento zápis s rovnicou pre hustotu elektrického prúdu $\mathbf{i} = \sigma\mathbf{E}$, dostaneme pre mernú elektrickú vodivosť (konduktivitu) plazmy v stacionárnom elektrickom poli hodnotu

$$\sigma_0 = \frac{e^2n}{m_-\nu_-}. \quad (3.35)$$

Konduktivitu meriame v jednotkách S/m ako u kovových vodičov.

Ďalšou úlohou bude určiť konduktivitu plazmy v homogénnych elektrických poliach, ktoré sa v čase menia. V takom prípade driftová rýchlosť už nebude konštantná, preto na jej výpočet použijeme pohybovú rovnicu (3.31) prepísanú pre elektróny

$$m_-\frac{\partial\mathbf{V}_-}{\partial t} + m_-\mathbf{V}_- \cdot \nabla\mathbf{V}_- = -e\mathbf{E} - \frac{1}{n}\nabla p_- - m_-\nu_-\mathbf{V}_-.$$

V rovnici p_- označuje parciálny tlak elektrónov a znova sme položili $m_r = m_-$. Člen $(m_-/n)(\delta n/\delta t)\mathbf{V}_-$ sme vynechali, pretože v homogénnej plazme s konštantnou koncentráciou nabitých častíc je $\delta n/\delta t = 0$. Z homogenity plazmy i elektrického poľa vyplýva: $\mathbf{V}_-(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V}_-(t)$ a podobný uzáver platí aj pre skalárny tlak $p_-(\mathbf{r}, t) = p_-(t)$. Preto môžeme v pohybovej rovnici zanedbať členy obsahujúce gradienty rýchlosti a tlaku. Postupnými úpravami časovej derivácie pomocou (3.34) dostaneme

$$-en\frac{\partial\mathbf{V}_-(t)}{\partial t} = -en\frac{d\mathbf{V}_-(t)}{dt} = \frac{d(-en\mathbf{V}_-)}{dt} = \frac{d\mathbf{i}}{dt}.$$

Potom pohybová rovnica nadobudne konečný tvar

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \frac{e^2n}{m_-}\mathbf{E} - \nu_-\mathbf{i}.$$

Hľadáme riešenie rovnice pre harmonické elektrické pole s kruhovou frekvenciou ω : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(j\omega t)$ (j je imaginárna jednotka). Linearita diferenciálnej rovnice nás oprávňuje hľadať riešenie opäť v harmonickom tvare: $\mathbf{i} = \mathbf{i}_0 \exp(j\omega t)$. Potom platí

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = j\omega\mathbf{i},$$

takže pohybová rovnica sa zredukuje na algebraickú rovnicu

$$j\omega\mathbf{i} = \frac{e^2n}{m_-}\mathbf{E} - \nu_-\mathbf{i}.$$

Jej riešenie má tvar

$$\mathbf{i} = \frac{e^2 n}{m_-(\nu_- + j\omega)} \mathbf{E},$$

z čoho pre komplexnú mernú vodivosť dostaneme hľadaný výsledok

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m_-(\nu_- + j\omega)}. \quad (3.36)$$

Pre $\omega = 0$ dostaneme predchádzajúci výsledok (3.35). Pri nenulovej frekvencii konduktivity má, okrem reálnej zložky σ_r , aj zložku imaginárnu σ_i

$$\sigma_r = \frac{e^2 n}{m_-} \frac{\nu_-}{\nu_-^2 + \omega^2} \quad (3.37)$$

$$\sigma_i = -\frac{e^2 n}{m_-} \frac{\omega}{\nu_-^2 + \omega^2}. \quad (3.38)$$

Fyzikálny význam reálnej zložky je zrejmý: opisuje stratu energie elektrónov pri zrážkach s molekulami plynu; stratená energia sa mení nevratným spôsobom na teplo. Interpretácia imaginárnej zložky je trochu zložitejšia. Predstavme si, že postupne zväčšujeme frekvenciu elektrického poľa od nulových hodnôt. Pri malých frekvenciách elektrón sleduje priebeh elektrického poľa s nulovým fázovým posuvom. Vyplýva to z pomeru imaginárnej k reálnej časti vodivosti

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sigma_i}{\sigma_r} = -\frac{\omega}{\nu_-}.$$

Ak $\omega \gg \nu_-$, fázový uhol $\psi = -\pi/2$ a teda pohyb elektrónu sa oneskoruje o štvrtinu periódy za elektrickým poľom. Elektrón totiž vykoná veľký počet kmitov v okolí rovnovážnej polohy bez toho aby sa zrazil. Energia, ktorú elektrón nadobudne od elektrického poľa sa nemení na teplo, ale v nasledujúcej polperióde sa odovzdá naspäť elektrickému poľu. Tento efekt je analógiou zaradenia tlmivky do elektrického obvodu, v ktorej sa energia tiež len hromadí, ale nemení sa na teplo (disipácia energie nastáva len na reálnych odporoch).

Tento opis skúmal plazmu ako vodivé prostredie, ale na plazmu sa môžeme pozeráť aj ako na dielektrikum. Za týmto účelom treba poznať vzťah medzi konduktivitou prostredia a jeho permitivitou (permitivita má aj imaginárnu časť, ktorá charakterizuje tzv. dielektrické straty energie v prostredí). K tomu využijeme Maxwellovu rovnicu pre magnetické pole, pričom predpokladáme opäť harmonické zmeny elektrického poľa

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0) \mathbf{E}$$

Výsledná hustota prúdu $(\sigma + j\omega\varepsilon_0) \mathbf{E}$ je súčtom dvoch príspevkov: od konduktivity plazmy a od posuvného prúdu vo vákuu. Aby sme plazmu opisali ako dielektrikum, tak celý tento súčet považujeme za nový posuvný prúd $j\omega\varepsilon \mathbf{E}$, pričom ε je hľadaná komplexná permitivita plazmy. Porovnajme teda tieto dva výrazy

$$j\omega\varepsilon = \sigma + j\omega\varepsilon_0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{j\omega}. \quad (3.39)$$

Použitím komplexnej konduktivity $\sigma = \sigma_r + j\sigma_i$, pre reálnu a imaginárnu časť permitivity dostaneme

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_i}{\omega}, \quad \varepsilon_i = -\frac{\sigma_r}{\omega}.$$

Pozoruhodný je fakt, že do reálnej časti permitivity prispieva imaginárna časť mernej vodivosti a naopak do imaginárnej časti permitivity prispieva reálna časť konduktivity. Užitočné je aj vyjadrenie v komplexnom tvare použitím (3.36)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \right] = \varepsilon_0 \left[1 + \frac{e^2 n}{m_- \varepsilon_0} \frac{1}{j\omega(\nu_- + j\omega)} \right] = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 - j\nu_-/\omega)} \right], \quad (3.40)$$

pričom v poslednom kroku sme zaviedli plazmovú frekvenciu ω_p pomocou (2.10).

Zaoberajme sa teraz prípadom, keď $\nu_- \ll \omega$. V takom prípade je

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right).$$

Z tohoto vzťahu vyplýva, že permitivita plazmy je vždy menšia ako permitivita vákuu. Je to dosť neobvyklá vlastnosť, pretože u dielektrík permitivita býva väčšia ako ε_0 . Tento jav je dôsledkom prítomnosti voľných elektrónov. Ešte zaujímavejšia situácia nastane, keď $\omega < \omega_p$: vtedy permitivita sa stáva zápornou. Čo znamená tento prípad? Najlepšie to pochopíme, keď vyjadríme index lomu plazmy (c a v je teraz fázová rýchlosť svetla vo vákuu, resp. v plazme a μ_0 je permeabilita vákuu)

$$n_l = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} < 1.$$

V závislosti od hodnoty ε je index lomu plazmy vždy menší ako jedna, ale môže byť aj imaginárny. Z tohoto vyplývajú dva dôležité uzávery

1. fázová rýchlosť elektromagnetických vln je v plazme väčšia ako rýchlosť svetla vo vákuu, ak frekvencia poľa je väčšia ako plazmová frekvencia
2. ak frekvencia poľa je menšia ako plazmová frekvencia, index lomu i fázová rýchlosť sú imaginárne – vlna sa v plazme nešíri.

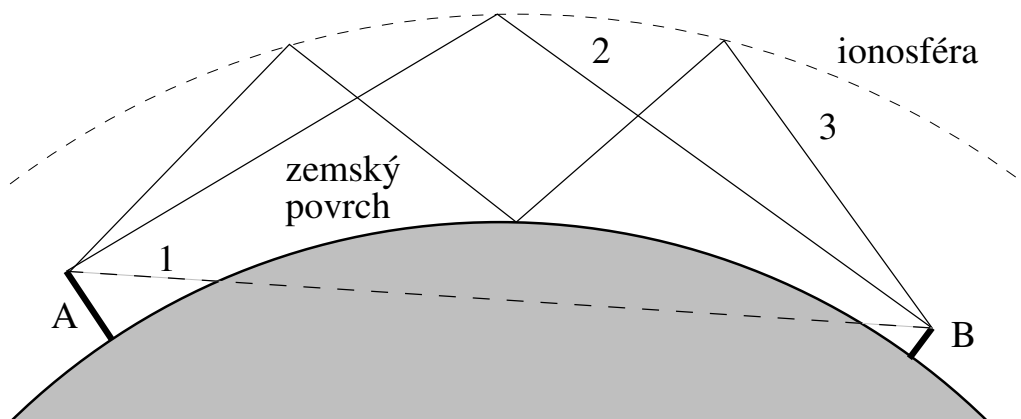
Fakt, že fázová rýchlosť vlny je väčšia ako rýchlosť svetla, nie je v rozpore s teóriou relativity. Energia sa totiž prenáša grupovou rýchlosťou, ktorá aj v tomto prípade je menšia ako rýchlosť svetla. Ako názorne vysvetlí úlohu, ktorú pri šírení elektromagnetických vln má plazmová frekvencia? Pre jednosmerné elektrické pole platia uzávery o odtieňovaní vonkajších elektrických polí polarizáciou plazmy. Podobná situácia je aj pri striedavých poliach s nízkou frekvenciou. Ak však prekročíme plazmovú frekvenciu, tak elektróny vďaka svojej zotrvačnosti nestíhajú sledovať zmeny elektrického poľa a preto polarizácia plazmy nenastane. To je dôvod, prečo sa striedavé polia s vysokými frekvenciami neodtienia a teda elektromagnetická vlna sa môže v plazme bez problémov šíriť. Ostáva ešte objasniť čo sa stane s vlnou, ktorej frekvencia je menšia ako plazmová. Táto vlna má imaginárnu fázovú rýchlosť, čím nastáva jej útlm (premena energie vlny na teplo) na

vzdialenosti porovnateľnej s dĺžkou vlny. Na druhej strane amplitúda elektrického poľa vlny sa zoslabuje odtieňovaním na vzdialenostiach porovnateľných s Debyeovou dĺžkou. Pomer Debyeovej dĺžky k dĺžke vlny sa rádovo rovná pomeru strednej tepelnej rýchlosti elektrónov k rýchlosti svetla (pri 300 K približne $2 \cdot 10^{-4}$). Preto odtienenie poľa vlny nastane podstatne skôr než sa stihne vlna utlmiť. Energia vlny sa teda nezmení na teplo, vďaka čomu sa vlna na hranici plazmy odrazí.

Tieto javy možno pozorovať aj v praxi. Napríklad je všeobecne známe, že kovy nie sú priehľadné. Toto ale platí len vo viditeľnej oblasti svetla (samozrejme aj pri frekvenciách menších ako je frekvencia viditeľného svetla). Ak ideme dostatočne ďaleko do ultrafialovej oblasti resp. až do röntgenovej oblasti, kovy sú priehľadné. Tento efekt súvisí s tým, že voľné elektróny s nepohyblivými iónmi tvoria tiež plazmu, ktorej prislúcha určitá plazmová frekvencia (pri opise elektrónového plynu v kovoch treba prihliadnúť aj na kvantové efekty). Ďalším objektom, kde môžeme pozorovať uvedené efekty je ionosféra v okolí našej Zeme.

3.6.1 Odraz elektromagnetických vln v ionosfére

Ukážkou uplatnenia spomínaných javov pri šírení elektromagnetických vln v plazme je rádiové spojenie, či už slúži na účely rozhlasu alebo prenosu iných správ. Už v začiatkoch rádiovkej komunikácie sa pozorovalo, že niektoré frekvencie sú vhodnejšie na diaľkové spojenie ako frekvencie iné. Okrem toho sa zistilo, že aj na vhodných frekvenciách intenzita signálu pri veľkých vzdialenostiach (napr. spojenia medzi Európou a severnou Amerikou) počas dňa kolíše, prípadne sa spojenie úplne stráca. Pretože tieto javy majú veľký ekonomický význam z hľadiska spoľahlivosti diaľkového spojenia, výskumu príčin sa venovala veľká pozornosť. Tak vznikla hypotéza o odraze elektromagnetických vln na **ionosfére**.



Obr. 3.8: Odraz elektromagnetických vln od ionosféry: A – vysielateľ; B – prijímač; 1 – priama vlna (absorbovaná v pôde); 2 – odrazená vlna; 3 – dvojnásobne odrazená vlna

Týmto názvom sa označila oblasť vo výške 60 – 600 km nad zemským povrchom, kde

je plyn ionizovaný slnečným žiarením a teda je tam výrazná koncentrácia nabitých častíc. Na obr. 3.8 je ukázaný spôsob šírenia elektromagnetickej vlny odrazom od ionosféry do miest na povrchu Zeme, ktoré nie sú v dosahu priamej viditeľnosti (sú v tieni). Pri priamom šírení, vlna totiž musí nevyhnutne prechádzať aj pôdou alebo morskou vodou. V týchto prostrediach, vďaka dielektrickým stratám a vplyvu elektrickej vodivosti, je útlm elektromagnetických vln veľký.

Experimentálne sa existencia plazmy vo veľkých výškach potvrdila meraniami na princípe rádiolokátora. Postupovalo sa pritom tak, že smerovou anténou sa vyslal vertikálne krátky vysokofrekvenčný impulz s možnosťou zmeny frekvencie nosnej vlny. Ak táto frekvencia je väčšia než je lokálna plazmová frekvencia v ionosfére, tak vlna postupuje ďalej dovedy, kým nedorazí na miesto, kde sa práve frekvencia rovná lokálnej plazmovej frekvencii (plazmová frekvencia sa mení v závislosti od koncentrácie elektrónov). V takom mieste sa vlna odrazí a vráti sa späť na zem, kde je prijatá anténou. Z časového oneskorenia vieme určiť výšku miesta nad povrchom Zeme a z plazmovej frekvencie vypočítame koncentráciu elektrónov. Takto sa dá získať závislosť koncentrácie elektrónov od výšky nad zemským povrchom.

Týmito meraniami sa zistilo, že ionosféra nie je homogénna, ale pozostáva z viacerých vrstiev. Základné údaje o týchto vrstvách sú uvedené v tabuľke 3.2. Každá vrstva je charakterizovaná minimálnou frekvenciou vysielaného signálu, ktorý je schopný cez ňu

Tabuľka 3.2: Experimentálne údaje o ionosfére. Symbol f_{kr} označuje kritickú frekvenciu, pri ktorej signál začne prenikať cez vrstvu ionosféry; n_- a ν_- je koncentrácia a zrážková frekvencia elektrónov

| Vrstva | Výška [km] | f_{kr} [MHz] | n_- [m ⁻³] | ν_- [s ⁻¹] | Poznámka |
|----------------|---------------|-------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|
| D | 60 – 90 | 0,1 – 0,7 | (0,12 – 6)·10 ⁹ | 10 ⁷ | existuje len cez deň |
| E | 100 – 120 | 4,5 (0,9) | 2.5·10 ¹¹ (10 ¹⁰) | 10 ⁵ | nočné hodnoty v zátvorke |
| F ₁ | 200 – 230 | 5,5 | 4.10 ¹¹ | 10 ³ | existuje len cez deň a v lete |
| F ₂ | 200 – 400 | 13 (5) | 2.10 ¹² (3.10 ¹¹) | 10 ³ | nočné hodnoty v zátvorke |

preniknúť – nazývame ju **kritická frekvencia**. Kritická frekvencia je zviazaná pomocou (2.10) s maximálnou hodnotou koncentrácie elektrónov v príslušnej vrstve (v tabuľke označená ako n_-). Niektoré vrstvy diaľkovému príjmu napomáhajú, iné ho zasa obmedzujú. Pri výbere frekvencií na diaľkový prenos signálu, treba vždy robiť kompromis medzi maximálnou použiteľnou frekvenciou z hľadiska neprekročenia kritickej frekvencie a na strane druhej zohľadniť hodnotu útlmu pri prechode plazmou v nižšie ležiacich vrstvách.

Údaje uvedené v tabuľke sú priemerné; v závislosti od slnečnej aktivity sa môžu meniť (najmä kritické frekvencie). Dokonca môžu na obmedzenú dobu vznikáť aj ďalšie vrstvy, ktoré nie sú v tabuľke uvedené. Tieto efekty sa potom môžu prejaviť zvýšením kritic-

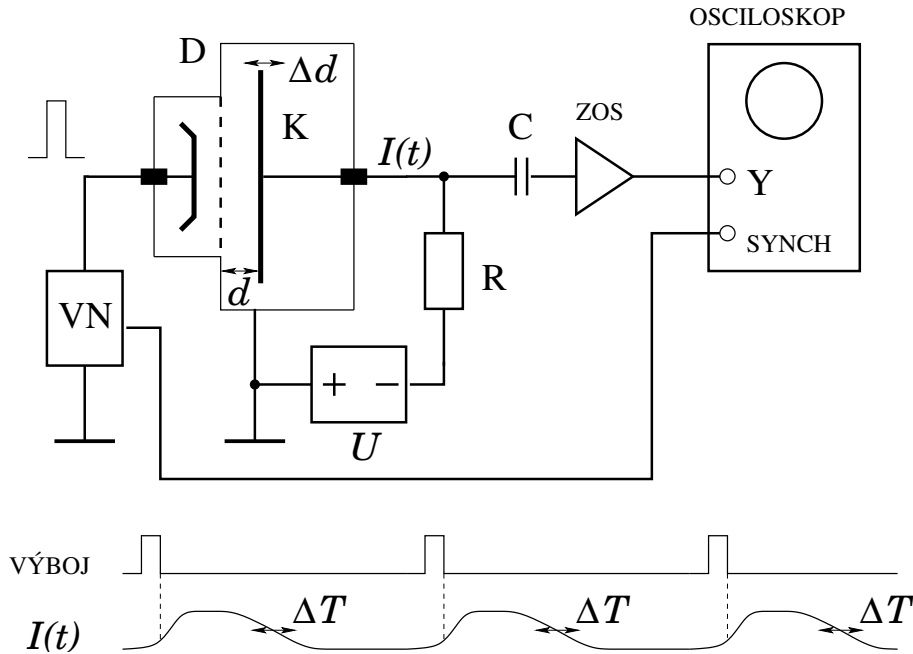
kých frekvencií, čo sa prejaví mimoriadne priaznivými podmienkami pre diaľkový príjem. Sú však aj situácie, keď nastane jav opačný – diaľkové spojenia sa narušujú. Nastane to napríklad vtedy, keď narastá koncentrácia elektrónov v nižších vrstvách a v dôsledku vysokej zrážkovej frekvencie ν_- sa prechádzajúce vlny silno utlmujú. Vtedy treba zvoliť iné frekvencie v oblasti krátkych vln. Ďalej ešte treba upozorniť, že hodnoty kritických frekvencií v tabuľke platia pre vertikálny smer elektromagnetických vln. Pri šikmom dopade vln, ako to vidíme na obr. 3.8, nastáva aj lom vln v dôsledku gradientu indexu lomu vo vrstve ionosféry. Vtedy na diaľkové spojenie možno použiť aj o niečo vyššie frekvencie (faktor 1,5) než poskytuje tabuľka 3.2.

Na ilustráciu podmienok šírenia elektromagnetických vln si uvedieme niekoľko príkladov. Začneme pásmom veľmi krátkych vln. Ich frekvencia je vyššia ako 60 MHz, čo je viac ako kritické frekvencie v ionosfére (aj pri zohľadnení šikmého dopadu). Preto vlny, ktoré smerujú na ionosféru, cez ňu prechádzajú a unikajú do vesmíru. Pozemská komunikácia je preto možná len na vzdialenosti priamej viditeľnosti. To je dôvod prečo sa v pozemských podmienkach nehodia veľmi krátke vlny na diaľkové spojenie. Na druhej strane však prienik cez ionosféru do vesmíru ich predurčuje na komunikáciu s družicami a vesmírnymi sondami. V tomto prípade menšie frekvencie sú nepoužiteľné, pretože neprenikajú cez ionosféru. Na diaľkovú komunikáciu sú mimoriadne vhodné krátke vlny (pásmo 6 – 22 MHz). Pretože koncentrácie elektrónov vo vrstve F_2 sú v noci menšie ako cez deň, tak optimálne podmienky pre diaľkový prenos sa tiež menia. Cez deň sa využívajú frekvencie 12 – 22 MHz (zohľadňuje sa zvýšenie kritickej frekvencie pri šikmom dopade) a v noci pásmo 6 – 10 MHz. Zaujímavosťou sa správa prenos rozhlasových vln v pásme stredných vln. Stredné vlny v rozsahu 0,5 – 1,8 MHz by sa podľa údajov v tabuľke 3.2 mali odrážať cez deň na vrstve E a v noci čiastočne na vrstve E a na F_2 . Skúsenosť však tomu celkom neodpovedá. V noci skutočne pozorujeme diaľkový príjem, keď na stredných vlnách prijímame rozhlasové stanice z celej Európy, avšak cez deň zachytíme len lokálne stanice v okruhu cca 100 km. Vysvetľujeme si to útlmom vln pri ich prechode cez vrstvu D a tiež pri odraze na vrstve E (v týchto vrstvách je relatívne veľká zrážková frekvencia). V noci vrstva D zanikne a vo vrstve E poklesne koncentrácia elektrónov, čo sa prejaví zmenšením útlmu.

3.7 Meranie pohyblivosti kladných iónov

Meranie pohyblivosti iónov je založené na meraní času, ktorý ión potrebuje na prekonanie dráhy o známej dĺžke v zadanom homogénnom elektrickom poli. Jednoduchá aparatúra (tzv. **driftová trubica**) je zobrazená na obr. 3.9. Vo vákuovej nádobe je uložená elektróda v tvare rovinnej mriežky [20]. Na pravej strane je vytvorený driftový priestor o dĺžke d pomocou kolektora K, na ktorý sa privádza napätie U , čím v driftovom priestore vznikne elektrické pole $E = U/d$. Na opačnej strane mriežky je ďalšia elektróda, ktorej úlohou je zapáliť v ľavom priestore tleci výboj počas krátkeho ($\approx 0,5\mu s$) kladného impulzu vysokého napätia. Elektrické pole impulzu vytlačí oblak kladných iónov z plazmy do driftového

priestoru na pravej strane mriežky, kde následne vykonávajú driftový pohyb v elektrickom



Obr. 3.9: Meranie pohyblivosti kladných iónov v driftovej trubici: D - driftová trubica s mriežkovou elektródou; K - pohyblivý kolektor; VN - impulzný zdroj vysokého napätia; R - pracovný odpor; C - oddeľovací kondenzátor; ZOS - zosilňovač indukovaného signálu; Y - vertikálny vstup a SYNCH - synchronizačný vstup osciloskopu. V dolnej časti sú zobrazené impulzy vysokého napätia a časový priebeh kolektorového prúdu $I(t)$

poli E , až dopadnú na kolektor K. Počas driftu oblak kladných iónov indukuje v obvode kolektora prúdový signál o veľkosti

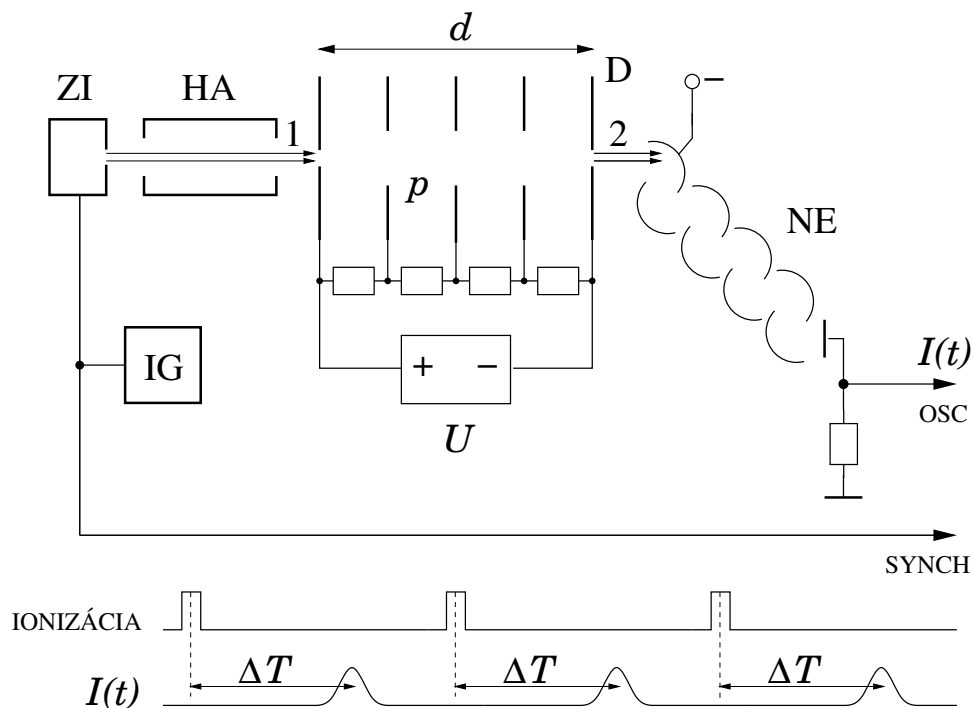
$$I(t) = \frac{QV}{d},$$

kde Q je celkový náboj a V driftová rýchlosť iónového oblaku. Napätie na odpore R , ktoré vznikne prechodom prúdu $I(t)$, sa potom zosilní zosilňovačom a privedie na osciloskop. Aby sme mohli pozorovať na osciloskope stabilný obraz, časová základňa sa spúšťa externe pomocou synchronizačného impulzu odvodeného od impulzu vysokého napätia.

Ak by bol oblak iónov veľmi tenký v porovnaní s dĺžkou driftového priestoru, signál na osciloskope by mal tvar pravouhlého impulzu o šírke rovnajúcej sa času preletu iónov cez driftový priestor. Ak však oblak iónov má konečnú hrúbku, tak signál má tvar lichobežníka. V skutočnosti však ióny prenikajú do driftového priestoru s väčšími rýchlosťami ako sú ich tepelné rýchlosti a preto potrebujú vykonať určitý počet zrážok s molekulami plynu, aby odovzdali svoju prebytočnú energiu. Toto sa prejaví v zmene tvaru impulzu, ako to vidno na obr. 3.9, takže šírka impulzného signálu neposkytuje správnu hodnotu o čase preletu iónu v driftovom priestore. Presnosť merania možno zvýšiť posúvaním kolektora K o vzdialenosť Δd , čo sa na osciloskope prejaví posunom zadnej hrany impulzu

o čas ΔT . Zadná hrana kolektorového signálu totiž pochádza od pomalých iónov, ktoré včas odovzdali energiu svojho usmerneného pohybu. Preto platí $\Delta d = V\Delta T$, z čoho možno určiť driftovú rýchlosť V presnejšie. Pri zmene polohy kolektora treba udržiavať konštantné elektrické pole zmenou napätia U . Pohyblivosť pri danej intenzite poľa určíme ako $\mu = V/E$. Nevýhodou tejto metódy je, že nie sme schopní identifikovať druh kladného iónu. Ak počas impulzného výboja vzniknú viaceré druhy iónov, výsledný signál sa ešte ďalej deformuje v dôsledku rôznych driftových rýchlostí, ktoré v princípe sa dajú určiť, ale nie je možné k nameraným rýchlostiam priradiť jednoznačne druh iónu.

Modernejšie metódy merania pohyblivosti umožňujú aj identifikovať druh iónov, ktoré vstupujú do driftového priestoru. Schéma takej aparatury je znázornená na obr. 3.10. Základom aparatury je driftový priestor D o dĺžke d , ktorý pozostáva zo sústavy rov-



Obr. 3.10: Aparatúra na meranie driftovej rýchlosti kladných iónov s možnosťou ich identifikácie: D - driftový priestor; HA - hmotnostný analyzátor; ZI - impulzný zdroj iónov; IG - generátor riadiacich impulzov; NE - násobič elektrónov. Čísla označujú: 1 - zväzok vyselektovaných kladných iónov vstupujúcich do driftového priestoru D ; 2 - zväzok iónov na výstupe z driftového priestoru pred dopadom na prvú elektródu násobiča elektrónov. V dolnej časti sú zobrazené ionizačné impulzy a zosilnený signál na výstupe násobiča elektrónov

nobežných elektród napojených na odporový delič zabezpečujúci rovnomerné rozloženie potenciálu (zo zdroja o napätí U) medzi elektródami. Takto možno vytvoriť homogénne elektrické pole s podstatne väčšou dĺžkou ako v predchádzajúcej aparatury. V krajných elektródach sú vyvrtané malé otvory, cez ktoré ióny vstupujú do driftového priestoru,

resp. z neho vychádzajú. Celý driftový priestor je tesne uzatvorený a uložený vo vysokom vákuu, ktoré je udržiavané vývevami s veľkou čerpacou rýchlosťou. Kladné ióny (v prípade potreby i záporné ióny) vznikajú v zdroji iónov ZI počas krátkeho impulzu. Ióny zo zdroja efúziou prenikajú do vysokého vákua a prechádzajú hmotnostným analyzátorom HA, ktorým si možno vybrať druh iónu na meranie pohyblivosti. Vybrané ióny potom vstupujú do driftového priestoru, v ktorom sa dynamicky udržuje tlak plynu p , a po jeho prechode sa znova dostávajú do vysokého vákua. Tu po urýchlení elektrickým poľom dopadajú na prvú elektródu násobiča elektrónov NE. Z nej vyrazia elektróny potenciálovou emisiou (pri energiách nad 1 keV aj kinetickým vyrážaním). Emitované elektróny potom dopadajú na ďalšie dynody násobiča, pričom sa pôvodný prúd kladných iónov zosilní o niekoľko rádov.² Časový priebeh zosilneného signálu spolu s ionizačnými impulzami je taktiež znázornený na obr. 3.10. Driftovú rýchlosť vypočítame ako $V = d/\Delta T$ a hodnotu pohyblivosti ako v predchádzajúcom prípade. Pri výpočte driftovej rýchlosti predpokladáme, že čas zotrávania iónov vo vákuu je zanedbateľne krátky v porovnaní s dobou ich pobytu v driftovom priestore.

Hmotnostný analyzátor môže byť zaradený aj za driftovým priestorom. V tom prípade sa selekcia študovaných iónov vykoná dodatočne pred ich detekciou. Existujú aj systémy, kde sú zaradené hmotnostné analyzátory pred i za driftovým priestorom. Taká zostava umožňuje skúmať aj ión-molekulové reakcie iónov počas ich driftu s molekulami plynu, ktorý sa napúšťa do driftového priestoru.

²Aplikácia hmotnostného analyzátora znižuje totiž iónový prúd o niekoľko rádov v porovnaní s driftovou trubicou – kolektor so zosilňovačom by už nebol dostatočne citlivý.

Kapitola 4

Nehomogénna plazma – hranice plazmy

4.1 Interakcia plazmy s izolovanou stenou

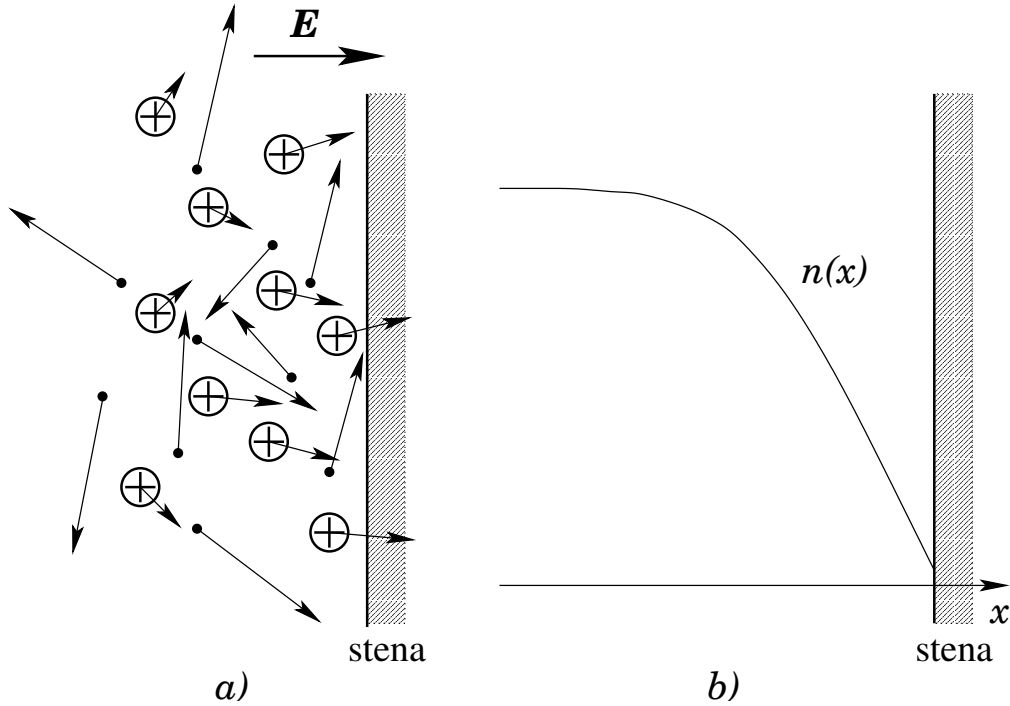
Doteraz sme sa zaoberali neohraničenou plazmou. Taká plazma bola homogénna a preto sa v nej nevyskytovali gradienty fyzikálnych veličín. V laboratóriách je však plazma ohraňovaná stenami sklenenej výbojky alebo povrchmi kovových aparátúr. Preto je potrebné sa zaoberať otázkou, aký vplyv majú povrchy na plazmu. V zásade treba uvažovať dva prípady

1. na povrch netečie elektrický prúd
2. na povrch elektrický prúd tečie.

Rozlišovanie týchto dvoch prípadov má zásadný význam pre opis plazmy v blízkosti povrchov. V tejto celej kapitole sa budeme zaoberať prípadom prvým, keď na povrch tečie **nulový prúd**. Sem automaticky patria prípady, keď stena je z izolantu. Patria sem však aj prípady kovových povrchov, ak nejakým spôsobom zabezpečíme nulový prúd tečúci na povrch. Druhému prípadu sa budeme venovať neskôr pri úlohe elektród v plazme.

Na úvod do tejto problematiky skúmame čo sa stane, keď do nekonečnej plazmy vložíme nekonečnú rovinu z izolantu, ktorá nám ju rozdelí na dva polpriestory. Na obr. 4.1a je znázornený jeden z týchto polpriestorov. Na začiatku začnú nabité častice plazmy – elektróny a ióny – dopadať na izolovaný povrch svojim tepelným pohybom. Pri každom dopade sa na izolovanom povrchu vytvorí povrchový náboj, ktorý potom generuje elektrické pole smerujúce kolmo na povrch steny. Uvažujme najprv, že stena nie je nabitá. Vtedy ešte nevytvára v plazme elektrické pole. Nabité častice sa pohybujú chaoticky tepelným pohybom a hustotu toku na povrch môžeme vypočítať analogicky ako pri dopade molekúl plynu na steny nádoby pomocou známych vzťahov

$$j_+ = \frac{1}{4}n\langle v_+ \rangle; \quad j_- = \frac{1}{4}n\langle v_- \rangle.$$



Obr. 4.1: Interakcia plazmy s izolovanou stenou: a) elektróny sa v brzdiacom poli \mathbf{E} pohybujú chaoticky, u kladných iónov prevláda usmernený pohyb; b) pokles koncentrácie nabitých častíc $n(x)$ v blízkosti steny

Ak dosadíme za stredné aritmetické rýchlosti a odhadneme pomer hustôt

$$\frac{j_-}{j_+} = \sqrt{\frac{T_- m_+}{T_+ m_-}} = \begin{cases} \sqrt{m_+/m_-} > 45 & \text{pre } T_- = T_+ \\ > 450 & \text{pre } T_- = 100 T_+ \end{cases},$$

vidíme, že hustota toku elektrónov rádovo prevyšuje hustotu toku kladných iónov. Preto izolovaná stena sa bude nabíjať záporne, čím vznikne elektrické pole smerujúce k stene (obr. 4.1a). Toto pole urýchľuje kladné ióny a brzdi záporné elektróny, takže vplyvom poľa sa zväčší hustota toku kladných iónov a zmenší hustota toku elektrónov. Postupne ako narastá záporný povrchový náboj, dosiahne sa stav, keď obidve hustoty tokov sa rovnajú

$$j_+ = j_- \quad \Rightarrow \quad i = e(j_+ - j_-) = 0,$$

a teda hustota elektrického prúdu sa rovná nule. Takto nastane ustálený stav na povrchu i v plazme, pretože pri nulovej hustote prúdu sa už stena prestane nabíjať a na jej povrchu ostane konštantný povrchový náboj. Ak sa (napr. fluktuáciami) naruší táto rovnováha, tak sa obnoví tok prúdu na stenu, čím sa opäť dosiahne ustálený stav. Predpokladajme napríklad, že hustota toku kladných iónov bude väčšia ako hustota toku elektrónov. Potom sa začne na povrchu steny znižovať vytvorený záporný náboj. Následne sa zoslabí aj elektrické pole, ktoré bude menej brzdiť elektróny a aj menej urýchľovať kladné ióny.

Preto na stenu začne dopadať viac elektrónov ako kladných iónov a tým sa začne obnovovať pôvodný ustálený stav.

Teraz ešte treba zodpovedať zásadnú otázku, že čo sa stane s nabitými časticami na povrchu steny; predsa nie je možné aby sa tam neobmedzene hromadili. Na vysvetlenie tejto otázky sa musíme najprv oboznámiť so základnými elementárnymi procesmi, pri ktorých nabité častice v plazme vznikajú a zanikajú. Dôležitým procesom je **ionizácia molekúl**, pri ktorej z molekúl plynu vzniká pár **kladný ión a elektrón**. Mechanizmov ionizácie je mnoho, avšak najdôležitejšou je **ionizácia nárazom elektrónu**. Voľný elektrón s kinetickou energiou väčšou ako je ionizačná energia, je schopný vyraziť viazaný elektrón z vonkajšieho elektrónového obalu molekuly. Jedná sa teda o **prahový proces**, keď účinný prierez pre ionizáciu je nulový pri energiách voľného elektrónu menších ako je energia ionizácie. Ďalším dôležitým procesom je **elektrónová rekombinácia**, keď elektrón sa spojí s kladným iónom, pričom vznikne opäť neutrálna molekula. Proces rekombinácie však nastane len vtedy, keď elektrón sa môže zbaviť prebytočnej energie (táto energia je väčšia než ionizačná energia vzniknutej molekuly v základnom stave). No a práve podľa spôsobu ako elektrón odovzdá prebytočnú energiu, rozoznávame rôzne druhy elektrónovej rekombinácie. Jeden z nich sa nazýva **žiarivá rekombinácia**, keď elektrón v blízkosti kladného iónu vyžiari prebytočnú energiu vo forme fotónu a tým prejde do excitovaného stavu molekuly, ktorá z kladného iónu takto vznikne. Tak sa elektrón na molekulu naviaže a neskôr môže ďalším vyžiarením prejsť do základného stavu. Tento typ rekombinácie je málo pravdepodobný, takže s výnimkou vesmírnej plazmy nehrá významnú úlohu. Pravdepodobnejšia je **trojčasticová rekombinácia**, pri ktorej prebytočnú energiu odnáša tretia častica, ktorou môže byť ďalší elektrón alebo blízka molekula plynu. Tento typ rekombinácie je v nízkoteplotnej plazme rozhodujúci.

V ustálenom stave v neohraničenej plazme sa udržiava rovnováha medzi procesmi ionizácie a rekombinácie. To znamená, že koľko párov ión-elektrón sa vytvorí v jednotke objemu a za jednotku času, toľko ich aj v jednotke objemu za jednotku času zanikne. Ak sledovaný objem v plazme sa nachádza v blízkosti izolovanej steny, tak určitá časť nabitých častíc dopadá na jej povrch. Na povrchu elektróny a kladné ióny sú v kontakte s atómami materiálu steny. Tieto atómy sú tretími časticami, ktoré sú schopné odoberať prebytočnú energiu pri rekombinácii elektrónov s iónmi. Preto proces rekombinácie na povrchu prebieha oveľa rýchlejšie ako v samotnej plazme, kde pravdepodobnosť výskytu tretej častice je podstatne menšia. Preto pri interakcii plazmy s povrchom nabité častice na povrchu rýchlo zanikajú, pričom vznikajú molekuly plynu. Tieto však sú na povrch slabšie viazané ako nabité častice a desorpciou sa vracajú nazad do plazmy. Na ne už nepôsobí ani elektrické pole a tak im nič nebráni postupovať ďalej do plazmy, kde po určitom čase sa môžu znova ionizovať. Takto sa vytvára kolobek častíc plazmy a teda na povrchu sa nehromadia. V plazme sa tieto toky častíc prejavujú makroskopicky poklesom koncentrácie nabitých častíc v blízkosti povrchu, ako to vidno na obr. 4.1b. Stena teda vytvára v plazme gradient koncentrácie nabitých častíc, ktorý je zatiaľ neznámym spôsobom zviazaný s hustotou toku nabitých častíc na stenu. Situáciu ďalej komplikuje

aj fakt, že pri stene pôsobí na častice elektrické pole, ktorého veľkosť zatiaľ nepoznáme. Práve tieto problémy sú náplňou nasledujúceho odseku.

4.2 Ambipolárna difúzia

Teraz sa budeme zaoberať prípadom, keď existuje v plazme gradient koncentrácie nabitých častíc a súčasne je prítomné aj elektrické pole. Na opis použijeme pohybovú rovnicu (3.31)

$$m \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + m \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \langle \mathbf{F} \rangle - \frac{1}{n} \nabla p - m_r \nu \mathbf{V} - m \frac{1}{n} \frac{\delta n}{\delta t} \mathbf{V},$$

v ktorej zanedbáme niektoré členy. Predovšetkým sa zaoberáme ustáleným stavom, takže zaniknú všetky časové derivácie. Riešenie difúznej úlohy automaticky predpokladá dominanciu zrážok nabitých častíc s molekulami plynu, takže vplyv zotrvačnosti častíc pri určovaní ich driftovej rýchlosti je zanedbateľný – môžeme zanedbať aj člen $\nabla \mathbf{V}$. Tlak vyjadríme pomocou stavovej rovnice ideálneho plynu $p = nkT$, pričom predpokladáme, že teplota charakterizujúca tepelný pohyb častíc i -teho druhu sa nemení s polohou. Potom $\nabla p = kT \nabla n$. No a nakoniec treba posúdiť člen, ktorý opisuje produkciu a zánik nabitých častíc. Pozostáva z ionizácie molekúl elektrónmi a trojčasticovej rekombinácie elektrónov s iónmi

$$\frac{\delta n_+}{\delta t} = \frac{\delta n_-}{\delta t} = \alpha n_- - \beta n_- n_+ \quad (= \alpha n_- - \beta_e n_-^2 n_+), \quad (4.1)$$

kde α je ionizačná zrážková frekvencia ($[\alpha] = s^{-1}$) a β je koeficient pre rekombináciu treťou časticou, ktorou je molekula plynu ($[\beta] = m^3/s$). V zátvorke je uvedený výraz pre rekombináciu, keď treťou časticou je elektrón ($[\beta_e] = m^6/s$). Na odhad veľkosti produkcie nabitých častíc využijeme podmienku kvázineutrality a reláciu

$$\frac{\delta n}{\delta t} \leq \alpha n,$$

vďaka ktorej stačí skúmať veľkosť α v porovnaní s ν . Pre elektróny zrejme platí $\alpha \ll \nu_-$ (medzi veľkým počtom pružných zrážok elektrónu s molekulami plynu sú iba niektoré nepružné). V prípade kladných iónov analogické tvrdenie $\alpha \ll \nu_+$ nemožno ešte na tejto úrovni preukázať a preto sa ním budeme zaoberať v **Poznámke 3**.

Potom pohybová rovnica nadobudne tvar

$$\mathbf{0} = q \mathbf{E} - \frac{kT}{n} \nabla n - m_r \nu \mathbf{V},$$

z čoho, po vynásobení rovnice výrazom $n/(m_r \nu)$, dostaneme

$$\mathbf{j} = n \mu \mathbf{E} - D \nabla n. \quad (4.2)$$

Pri poslednej úprave sme použili vzťahy (3.30) a (3.32). Fyzikálne interpretácia tohoto vzťahu je jednoduchá. Hustoty toku častíc i -teho druhu od elektrického poľa a od gradientu koncentrácie sa sčítavajú.

Aplikujme teraz tento výsledok na dvojzložkovú plazmu, ktorá je ohraničená zo všetkých strán izolovaným povrchom. Taká geometria je síce v praxi dosť zriedkavá, ale poskytuje jednoduchý matematický zápis, pretože v tomto prípade všetky zložky hustoty elektrického prúdu sú nulové: $\mathbf{i} = \mathbf{0}$. Neskôr sa budeme zaoberať aj inými – reálnejšími – geometriami. Zložkami plazmy nech sú elektróny a kladné ióny (okrem molekúl plynu), ktoré budeme označovať indexami $-$ a $+$. Potom

$$\mathbf{j}_+ = \mathbf{j}_- = \mathbf{j}. \quad (4.3)$$

Ďalej využijeme podmienku kvázineutrality: $n_+ = n_- = n$. Aplikáciou rovnice (4.2) na obidve zložky plazmy, dostaneme

$$\mathbf{j}_+ = n\mu_+\mathbf{E} - D_+\nabla n \quad (\mu_+ > 0) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{j}_- = n\mu_-\mathbf{E} - D_-\nabla n \quad (\mu_- < 0). \quad (4.5)$$

Využitím (4.3) porovnáme ľavé strany obidvoch rovníc, čo umožní vypočítať elektrické pole

$$\mathbf{E}_a = -\frac{D_- - D_+}{\mu_+ - \mu_-} \frac{\nabla n}{n}. \quad (4.6)$$

Elektrické pole \mathbf{E}_a vzniká ako dôsledok gradientu koncentrácie nabitých častíc ∇n , pod vplyvom ich rôznej rýchlosti difúzie (elektrické pole zanikne len v prípade ak $D_+ = D_-$). Elektrické pole je nenulové napriek tomu, že hustota prúdu je nulová; v nehomogénnej plazme teda neplatí Ohmov zákon. Toto pole nazývame **ambipolárne elektrické pole**. Pretože $D_- \gg D_+$, smer ambipolárneho poľa je daný smerom vektora $-\nabla n$, čo znamená orientáciu v smere poklesu koncentrácie plazmy, tak ako to vidíme na obr. 4.1.

Dosadením (4.6) napr. do (4.4) (rovnaký výsledok získame aj dosadením do (4.5)) dostaneme

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_+ = \mathbf{j}_- = -\left[\mu_+ \frac{D_- - D_+}{\mu_+ - \mu_-} + D_+\right] \nabla n = -\frac{\mu_+ D_- - D_+ \mu_-}{\mu_+ - \mu_-} \nabla n.$$

Tento výsledok môžeme upraviť na tvar

$$\mathbf{j} = -D_a \nabla n \quad (4.7)$$

$$D_a = \frac{\mu_+ D_- - \mu_- D_+}{\mu_+ - \mu_-}. \quad (4.8)$$

Hustota toku nabitých častíc sa riadi podobným zákonom ako pri difúzii plynov, ale s iným koeficientom difúzie. Tento typ difúzie nazývame **ambipolárna difúzia** a príslušný koeficient D_a ako **koeficient ambipolárnej difúzie**. Ambipolárna difúzia nabitých častíc prebieha tak, že hustoty toku obidvoch zložiek plazmy sú rovnaké $n_+ \mathbf{V}_+ = n_- \mathbf{V}_-$ a využitím kvázineutrality plazmy z toho plynie, že elektróny a kladné ióny driftujú spoločne s rovnakými driftovými rýchlosťami $\mathbf{V}_+ = \mathbf{V}_-$. Tento výsledok je priamym dôsledkom

predpokladu, že na povrch netečie elektrický prúd a prítomnosti ambipolárneho elektrického poľa, ktoré navzájom viaže pohyb elektrónov a kladných iónov.

Použitím Einsteinovho vzťahu (3.33) vyjadríme koeficienty difúzie: $D_+ = kT_+\mu_+/e$ a $D_- = -kT_-\mu_-/e$. Potom postupne dostaneme

$$D_a = \frac{\mu_+D_- - \mu_-D_+}{\mu_+ - \mu_-} = -\frac{\mu_+\mu_-}{\mu_+ - \mu_-} \frac{k(T_- + T_+)}{e}.$$

Pohyblivosť elektrónov je rádovo väčšia ako pohyblivosť kladných iónov ($-\mu_- \gg \mu_+$), preto sa dá výsledok zjednodušiť

$$D_a \approx \mu_+ \frac{k(T_- + T_+)}{e} \approx \mu_+ \frac{kT_-}{e}. \quad (4.9)$$

Posledný výraz používame vtedy, ak $T_- \gg T_+$. Pomocou Einsteinovho vzťahu možno tento výsledok modifikovať na tvar

$$D_a = D_+ \left(1 + \frac{T_-}{T_+}\right). \quad (4.10)$$

Vzťahy (4.9) a (4.10) naznačujú, že transport nabitých častíc pri ambipolárnej difúzii je výsledkom dvoch protichodných procesov: kladné ióny svojou malou pohyblivosťou μ_+ (resp. koeficientom difúzie D_+) brzdia rýchle elektróny a elektróny zasa svojou energiou tepelného pohybu (charakterizovaného teplotou T_-) ťahajú za sebou ťažké ióny.

Vlastnosti ambipolárneho poľa posúdime zavedením elektrostatického potenciálu φ_a , pomocou ktorého upravíme (4.6), pričom využijeme opäť Einsteinov vzťah

$$-\nabla\varphi_a = \mathbf{E}_a = -\frac{D_- - D_+}{\mu_+ - \mu_-} \frac{\nabla n}{n} = \frac{k}{e} \frac{T_- \mu_- + T_+ \mu_+}{\mu_+ - \mu_-} \frac{\nabla n}{n} \approx -\frac{kT_-}{e} \frac{\nabla n}{n}.$$

Pri úprave sme využili nasledujúce relácie $-T_- \mu_- \gg T_+ \mu_+$ a $-\mu_- \gg \mu_+$. Využijúc predpoklad konštantnosti teploty T_- , dostaneme (n_0 je zatiaľ formálne zavedená konštanta)

$$\nabla \left(\varphi_a - \frac{kT_-}{e} \ln \frac{n}{n_0} \right) = \mathbf{0},$$

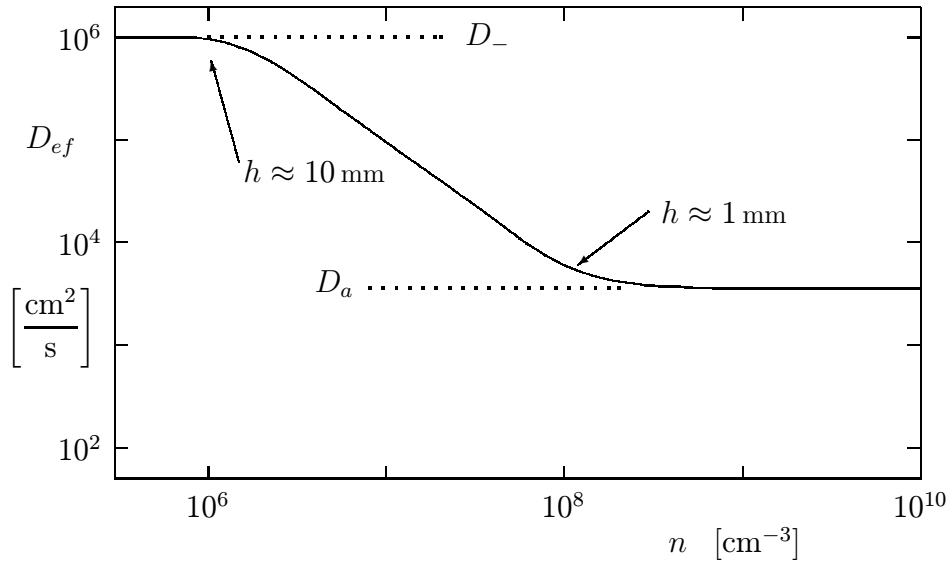
z čoho vyplýva, že celý výraz v zátvorke je konštantný. Konštantu označme ako φ_0 , potom po úprave dostaneme Boltzmannov zákon pre rozloženie koncentrácie nabitých častíc pri ambipolárnej difúzii

$$n = n_0 \exp \left[\frac{e(\varphi_a - \varphi_0)}{kT_-} \right]. \quad (4.11)$$

Fyzikálny význam konštánt n_0 a φ_0 si objasníme, ak položíme $\varphi_a = \varphi_0$. Potom je $n = n_0$, čiže n_0 reprezentuje koncentráciu nabitých častíc v mieste, kde elektrostatický potenciál nadobúda hodnotu φ_0 .

Platnosť Boltzmannovho zákona (4.11) je viazaná na predpoklad o nulovej hustote elektrického prúdu v smere ambipolárnej difúzie. V tých smeroch, v ktorých tečú elektrické prúdy, neprebíha ambipolárna difúzia a rozloženie koncentrácie nabitých častíc nespĺňa Boltzmannov zákon.

Poznámka 1. Celá teória ambipolárnej difúzie bola založená na platnosti kvázineutrality plazmy. Ak táto podmienka nie je splnená, tak elektróny i kladné ióny difundujú nezávisle od seba so svojimi vlastnými koeficientami difúzie D_- a D_+ . Ambipolárna difúzia a plazma sa teda riadia rovnakým kritériom o zanedbateľnej Debyeovej dĺžke v porovnaní s rozmermi plazmy. Názornú ukážku prechodu ambipolárnej difúzie na voľnú difúziu predstavuje obr. 4.2, na ktorom sú vynesené experimentálne údaje pre efektívny



Obr. 4.2: Experimentálne hodnoty efektívneho koeficientu difúzie elektrónov D_{ef} v závislosti od ich koncentrácie [2]. Vnútrotný polomer výbojky je 24 mm a teplota elektrónov $2,3 \cdot 10^4$ K. Sú vyznačené aj dve kritické hodnoty Debyeovej dĺžky h

koeficient difúzie elektrónov D_{ef} vo valcovej výbojke zo skla, ako funkcia koncentrácie elektrónov n . Pri experimente sa podmienky volia tak, aby elektróny zanikali len na stenách výbojky, t.j. aby sa neuplatňovala rekombinácia nabitých častíc v objeme plazmy. Pre koncentrácie n väčšie ako 10^8 cm^{-3} je Debyeova dĺžka menšia ako 1 mm, čo je v porovnaní s vnútrotným polomerom výbojky 24 mm už zanedbateľné. Ionizovaný plyn je preto plazmou a difúzia elektrónov prebieha s koeficientom ambipolárnej difúzie, ktorý má v tomto prípade hodnotu $D_a = 4 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$. Pre menšie koncentrácie ako 10^8 cm^{-3} , plazma sa postupne stáva ionizovaným plynom a ambipolárna difúzia plynule prechádza do voľnej difúzie. Až pri hodnote $n = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, keď Debyova dĺžka je okolo 10 mm, koeficient difúzie elektrónov nadobúda hodnotu pre voľnú difúziu, ktorá v podmienkach experimentu bola $D_- = 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$.

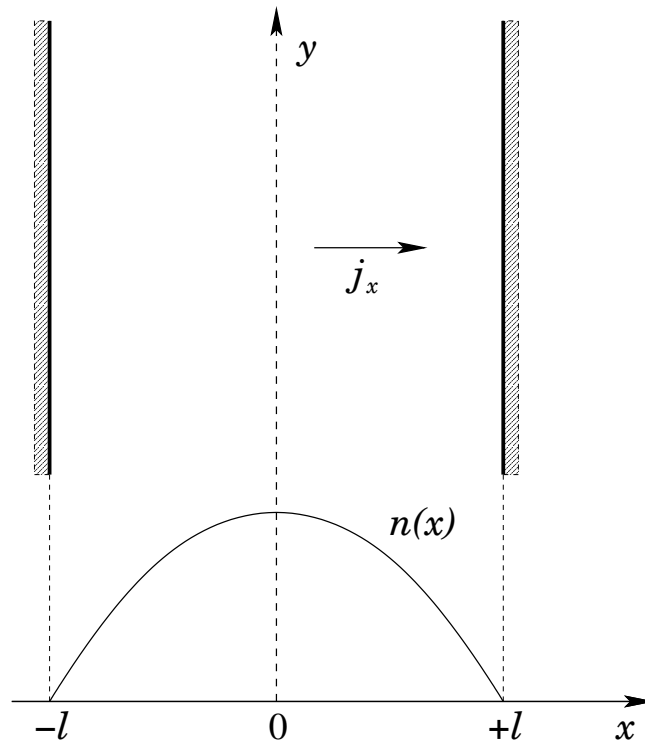
4.3 Schottkyho teória

Schottkyho teória opisuje ustálené priestorové rozloženie koncentrácie nabitých častíc v plazme, keď častice zanikajú len na izolovaných stenách. Najprv preberieme – po ma-

tematickej stránke – jednoduchší prípad rovinatej geometrie a až následne, z praktického hľadiska, dôležitejší prípad valcovej geometrie.

4.3.1 Rovinná geometria

Budeme sa zaoberať plazmou v ustálenom stave ohraničenou dvoma nekonečnými, navzájom rovnobežnými izolovanými rovinami (obr. 4.3). Vzďialenosť rovin od roviny sy-



Obr. 4.3: Ambipolárna difúzia nabitých častíc medzi dvoma nekonečnými a rovnobežnými stenami. Priebeh ich koncentrácie $n(x)$ dosahuje maximum v rovine symetrie a pri stenách hodnoty blízke nule

metrie (označená čiarkovane) je l . Vzhľadom na to, že nabité častice zanikajú na stenách, ustálený stav možno dosiahnuť len vtedy, keď zanikajúce častice neustále doplňujeme v objeme plazmy. Toto sa dá dosiahnuť účinkom elektrického výboja, ktorý horí medzi rovinami tak, že elektrický prúd, nevyhnutný na jeho udržanie, tečie rovnobežne so stenami. V smere kolmom na steny elektrický prúd netečie a preto k stenám prenikajú elektróny a kladné ióny spoločne ambipolárnou difúziou. Rovnobežne s rovinami, kladné ióny driftujú v smere a elektróny proti smeru elektrického poľa (tu ambipolárna difúzia nie je možná). Ak označíme ako x os kolmú na povrch stien, hustota toku nabitých častíc je

$$j_x = -D_a \frac{dn}{dx},$$

kde $n(x)$ je koncentrácia nabitých častíc. Ambipolárna difúzia vyžaduje splnenie nasledujúcich predpokladov:

1. $h \ll l$ – požiadavka aby ionizovaný plyn bol plazmou
2. $\lambda_-, \lambda_+ \ll l$ – podmienka pre difúziu (λ_- a λ_+ sú stredné voľné dráhy elektrónov a kladných iónov)

Pri transporte nabitých častíc na steny platí zákon zachovania počtu nabitých častíc, čo opisuje rovnica kontinuity (3.29). Ak rozpíšeme operátor divergencie, dostaneme

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}.$$

Roviny ohraničujúce plazmu sú nekonečné, takže plazma v smere osí y a z je homogénna, preto hustoty tokov j_x , j_y a j_z nezávisia od premenných y a z . Preto parciálne derivácie podľa týchto premenných sú nulové. Takto, v ustálenom stave a v jednorozmernej geometrii rovnica kontinuity nadobudne tvar

$$\frac{dj_x}{dx} = \frac{\delta n}{\delta t}.$$

Produkcii nabitých častíc nárazom elektrónu opisuje rovnica (4.1), pričom teraz rekombináciu nabitých častíc v objeme neuvažujeme. Potom, ak vylúčime j_x z rovnice kontinuity, dostaneme (predpokladáme, že D_a je konštanta)

$$-D_a \frac{d^2 n}{dx^2} = \alpha n.$$

Po úprave dostaneme homogénnu lineárnu diferenciálnu rovnicu druhého rádu

$$\frac{d^2 n}{dx^2} + \frac{\alpha}{D_a} n = 0. \quad (4.12)$$

Ak ionizačná frekvencia sa nemení s polohou, čo pri nízkych tlakoch plynu, okolo 100 Pa, býva splnené, ľahko najdeme riešenie poslednej diferenciálnej rovnice

$$n(x) = A \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} x\right) + B \sin\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} x\right).$$

Integračné konštanty A a B možno určiť z okrajových podmienok. Zo symetrie problému vyplýva, že koncentrácia nabitých častíc dosahuje v strede medzi stenami ($x = 0$) maximálnu hodnotu: $n'(0) = 0$. Aplikáciou tejto podmienky na deriváciu riešenia

$$n'(x) = -A \sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} \sin\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} x\right) + B \sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} x\right),$$

dostaneme $B = 0$. Označme koncentráciu nabitých častíc v rovine symetrie ako $n_0 = n(0)$, potom

$$n(x) = n_0 \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} x\right).$$

Profil koncentrácie nabitých častíc teda klesá smerom ku stenám podľa funkcie kosínus.

Treba ešte určiť okrajovú podmienku pre koncentráciu nabitých častíc v blízkosti steny. Ak pripustíme platnosť Boltzmannovho zákona (4.11) aj na týchto miestach, tak pre nulovú hodnotu koncentrácie nabitých častíc by musel elektrostatický potenciál steny divergovať do $-\infty$. Na druhej strane však experimenty potvrdzujú, že hodnoty koncentrácie nabitých častíc sú pri stene v porovnaní s maximálnou hodnotou veľmi malé. Preto Schottkyho teória ich aproximuje nulovou hodnotou s výhradou, že získané výsledky majú obmedzenú platnosť. Podmienka nulovej koncentrácie na stenách sa už nedá splniť voľbou integračných konštánt (pokiaľ nepripustíme triviálne riešenie $n(x) \equiv 0$), preto ostáva iba nasledujúca možnosť

$$\cos\left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} l\right) = 0.$$

Splnenie tejto podmienky vyžaduje aby koeficient α/D_a v diferenciálnej rovnici (4.12) nadobúdala diskkrétne hodnoty vyhovujúce nasledujúcej podmienke (m je prirodzené číslo a nula)

$$l\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} = \frac{\pi}{2} + m\pi.$$

K takto určenému koeficientu potom prislúcha riešenie rovnice

$$n(x) = n_0 \cos\left[\pi\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{x}{l}\right].$$

Stretávame sa tu so známym problémom určovania vlastných hodnôt a vlastných funkcií lineárnej homogénnej diferenciálnej rovnice.

Pre $m \neq 0$ môže koncentrácia $n(x)$ nadobúdať aj nefyzikálne záporné hodnoty, preto náš problém ambipolárnej difúzie pripúšťa len jedno riešenie pre $m = 0$. Potom priebeh koncentrácie nabitých častíc je opísaný rovnicou

$$n(x) = n_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right), \quad \text{pričom} \quad \alpha = \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 D_a. \quad (4.13)$$

Tieto dva výsledky charakterizujú Schottkyho teóriu v rovinatej geometrii.

4.3.2 Valcová geometria

Plazmu obvykle generujeme vo výbojkách alebo aparatúrach, ktoré majú valcovú symetriu. Preto aj Schottkyho teória pre túto geometriu má najväčší praktický význam. Postupovať budeme analogicky ako v rovinnom prípade, len rovnice teraz zapíšeme v cylindrickej geometrii. Vo valcových výbojkách elektrický prúd, ktorým sa budí výboj, tečie pozdĺž osi výbojky. Nabité častice, ktoré zanikajú na izolovaných stenách výbojky, sa tam dostávajú ambipolárnou difúziou v radiálnom smere. Preto teraz hustota toku nabitých častíc je daná radiálnou zložkou gradientu koncentrácie $n(r)$

$$j_r = -D_a \frac{\partial n(r)}{\partial r} = -D_a \frac{dn(r)}{dr}.$$

Aj teraz musia byť splnené podobné podmienky ako v rovinnej geometrii: $h \ll R$ a $\lambda_-, \lambda_+ \ll R$, kde R je vnútorný polomer výbojky. Divergenciu hustoty toku nabitých častíc teraz rozpíšeme vo valcových súradniciach

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{1}{r} \frac{\partial r j_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial j_\psi}{\partial \psi} + \frac{\partial j_z}{\partial z}.$$

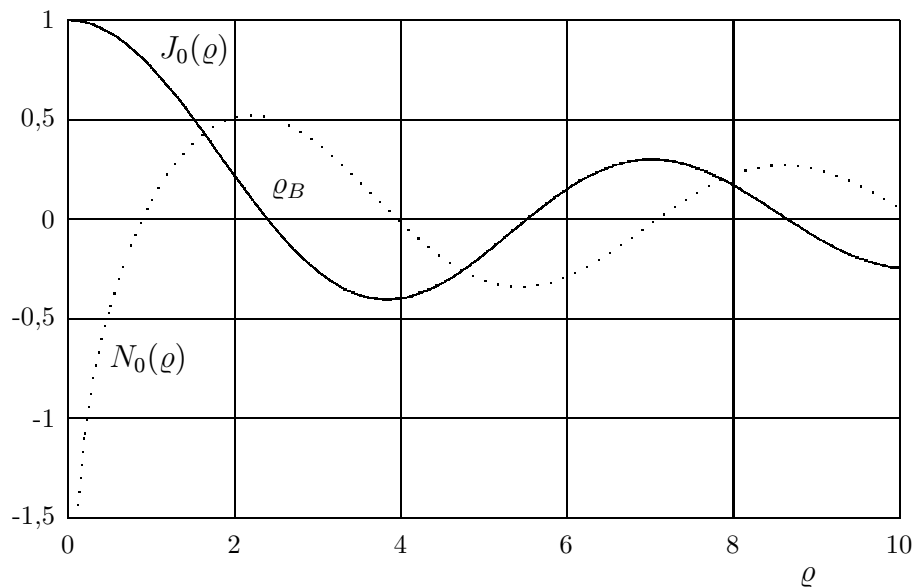
Uvažujeme dlhú výbojku, preto vlastnosti plazmy nezávisia od axiálnej polohy z . Z rotačnej symetrie usporiadania zasa vyplýva aj nezávislosť veličín od azimutálneho uhlu ψ . Potom rovnica kontinuity pre ustálený stav nadobudne tvar

$$\frac{1}{r} j_r + \frac{dj_r}{dr} = \alpha n.$$

Ak za j_r dosadíme, dostaneme diferenciálnu rovnicu pre koncentráciu nabitých častíc

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{\alpha}{D_a} n = 0, \quad (4.14)$$

ktorá patrí medzi Besselove diferenciálne rovnice.¹ Všeobecné riešenie diferenciálnej rov-



Obr. 4.4: Besselova $J_0(\varrho)$ a Neumannova funkcia $N_0(\varrho)$ nultého rádu. Vyznačený je aj prvý koreň Besselovej funkcie $\varrho_B = 2,4048 \dots$

nice je lineárnou kombináciou Besselovej a Neumannovej funkcie nultého rádu ($i = 0$)

$$n(r) = A J_0 \left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} r \right) + B N_0 \left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} r \right).$$

¹Všeobecný tvar Besselovej rovnice s parametrom i je nasledovný

$$\frac{d^2 n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dn}{d\varrho} + \left(1 - \frac{i}{\varrho^2} \right) n = 0.$$

Nezávislý systém riešení pozostáva z Besselovej $J_i(\varrho)$ a Neumannovej funkcie $N_i(\varrho)$ i -teho rádu.

Priebeh obidvoch funkcií je na obr. 4.4, z ktorého vidno, že Neumannova funkcia diverguje do $-\infty$ pre $\varrho \rightarrow 0$. Konečné hodnoty koncentrácie častíc možno teda dosiahnuť len pre $B = 0$. Potom analogicky ako u rovnobežných stien, dostaneme

$$n(r) = n_0 J_0 \left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} r \right).$$

Znova budeme požadovať na stene nulovú koncentráciu nabitých častíc $n(R) = 0$. Potom, ako v predchádzajúcom prípade, dostaneme analogickú podmienku pre vlastné hodnoty Besselovej diferenciálnej rovnice

$$J_0 \left(\sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} R \right) = 0,$$

ktorej vyhovuje prvý Besselov koreň

$$R \sqrt{\frac{\alpha}{D_a}} = \varrho_B = 2,4048 \dots$$

Vyššie korene sú nevhodné, pretože pri nich koncentrácia nabitých častíc nadobúda záporné hodnoty. Vlastná funkcia, opisujúca radiálny profil koncentrácie, má potom tvar

$$n(r) = n_0 J_0 \left(\varrho_B \frac{r}{R} \right), \text{ pričom } \alpha = \left(\frac{\varrho_B}{R} \right)^2 D_a. \quad (4.15)$$

Posledné dva vzťahy predstavujú výsledky Schottkyho tórie, ktoré často využívame v praxi. Zaujímavé na týchto výsledkoch je, že zrážková frekvencia pre ionizáciu α je jednoznačne určená koeficientom ambipolárnej difúzie D_a a polomerom výbojky R (vzdialenosťou stien $2l$ v rovinatej geometrii). Teória, vďaka linearite rovníc (4.12) a (4.14), neurčuje koncentráciu nabitých častíc n_0 v rovine symetrie a na osi plazmového stĺpca.

Poznámka 2. Pri ambipolárnej difúzii nabitých častíc v plazme sme použili podmienku kvázineutrality. To však neznamená, že rozdiel koncentrácií nabitých častíc $n_+ - n_-$ je nulový. Veľkosť tejto diferencie vypočítame z Poissonovej rovnice s využitím Boltzmannovho zákona (4.11) pre elektrostatický potenciál ambipolárneho poľa

$$n_+ - n_- = \frac{\varrho}{e} = -\frac{\varepsilon_0}{e} \nabla^2 \varphi_a = -\frac{\varepsilon_0 k T}{e^2} \nabla^2 \left[\ln \left(\frac{n}{n_0} \right) \right] = -h^2 n_0 \nabla^2 \left[\ln \left(\frac{n}{n_0} \right) \right],$$

pričom sme zaviedli Debyeovu dĺžku h prislúchajúcu maximálnej koncentrácii n_0 . Pre jednoduchosť, výpočet Laplaceovho operátora vykonáme pre rovinnú geometriu s využitím profilu (4.13). Potom pre relatívnu veľkosť odchýlky od kvázineutrality dostaneme

$$\frac{n_+ - n_-}{n(x)} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 \cos^{-3} \left(\frac{\pi x}{2l} \right).$$

Vidíme, že v rovine symetrie ($x = 0$) relatívna odchýlka nadobúda hodnotu $(h/l)^2$ a potom smerom k stenám narastá. V blízkosti stien táto hodnota diverguje, pretože predpoklady na ktorých je založená Schottkyho teória už prestávajú platiť. Nakoniec ešte si všimnime, že v celom priestore prevláda kladný náboj, čo súvisí s veľkými tepelnými rýchlosťami elektrónov, ktorými unikajú na steny. Kladný priestorový náboj potom bráni úniku elektrónov na steny.

Poznámka 3. V odseku 4.2 sme pri zanedbávaní výrazu (4.1) využili podmienku $\alpha \ll \nu_+$. Schottkyho teória nám poskytuje prostriedky na nájdenie kritéria pre splnenie tejto podmienky. Pomocou (4.15) a (3.30) sa dá napísať pomer

$$\frac{\alpha}{\nu_+} = \varrho_B^2 \frac{D_a}{R^2} \frac{m_r \mu_+}{e},$$

z čoho elimináciou D_a pomocou (4.9) a následne vyjadrením μ_+ pomocou (3.17), postupne dostaneme

$$\frac{\alpha}{\nu_+} = \varrho_B^2 k T_- \frac{m_r}{e^2 R^2} \mu_+^2 = \frac{\pi}{8} \varrho_B^2 \frac{T_-}{T_g} \left(\frac{\lambda_+}{R} \right)^2.$$

Pri úpravách sme zaviedli strednú voľnú dráhu kladných iónov $\lambda_+ = 1/\sigma n_g$. Numerický faktor $\pi \varrho_B^2/8$ má hodnotu rádu jedna. Ak ďalej uvažíme, že teplota elektrónov býva obvykle o dva rády vyššia ako teplota plynu, splnenie podmienky $\alpha \ll \nu_+$ dosiahneme ak $\lambda_+ \ll R/10$, čo by malo byť v difúznom režime splnené.

4.4 Hranice platnosti Schottkyho teórie

Pri formulácii Schottkyho teórie sme použili rad obmedzujúcich predpokladov. Teraz sa zamyslíme nad dôsledkami v prípadoch, keď nie sú tieto predpoklady splnené. Ak znižujeme tlak plynu vo výbojke, predlžuje sa stredná voľná dráha nabitých častíc, čím klesá počet ich zrážok s molekulami plynu a prestáva platiť rovnica (4.2). Pri malom počte zrážok, ktoré nabitá častica vykoná pri pohybe smerom k stene, začína totiž hrať dôležitú úlohu zotrvačnosť nabitých častíc, ktorú sme ale pri odvodzovaní rovnice (4.2) zanedbali. Prejavuje sa to tak, že nabité častice, podľa Schottkyho teórie, unikajú z plazmy na steny rýchlejšie ako vyplýva z experimentu. Teória, ktorá uvažuje aj vplyv zotrvačnosti častíc je uvedená v Dodatku B.

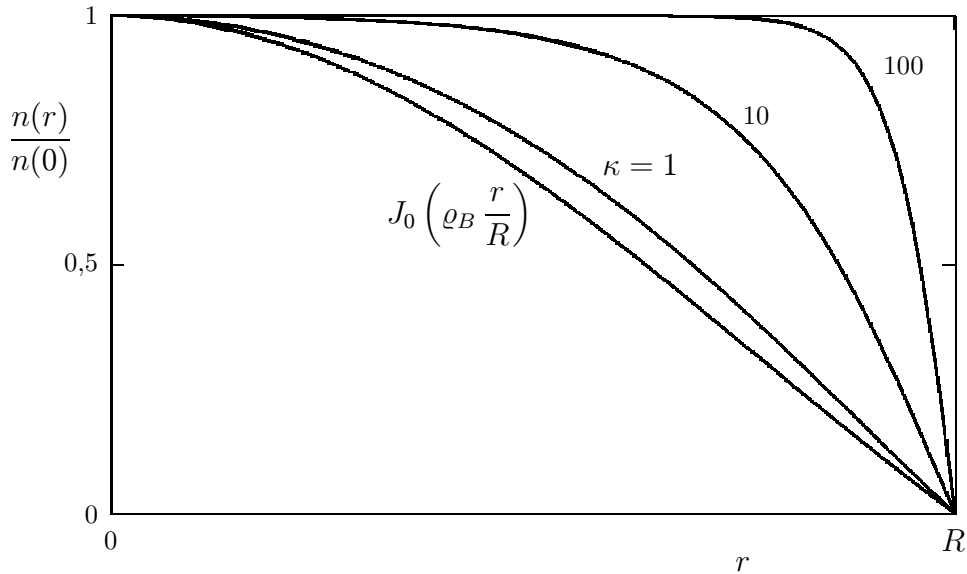
Druhým extrémom je prípad, keď tlak plynu narastá. Koeficient ambipolárnej difúzie pritom klesá, takže zánik častíc na stenách už neprevláda nad procesmi rekombinácie v objeme plazmy. V takom prípade je už potrebné do výpočtu zaradiť aj člen opisujúci rekombináciu nabitých častíc v objeme trojnými zrážkami. Pomocou výrazu (4.1) možno rovnicu (4.14) modifikovať

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{\alpha}{D_a} n = \frac{\beta}{D_a} n^2.$$

Jej riešenia sú vynesené na obr. 4.5 pre rôzne hodnoty parametra κ , definovaného nasledujúcim spôsobom

$$\kappa = \frac{\beta R^2 n(0)}{\varrho_B^2 D_a},$$

ktorý vyjadruje pomer straty nabitých častíc rekombináciou v objeme k strate ambipolárnou difúziou na steny. Pre $\kappa < 0,1$ profil koncentrácie už splýva s Besselovou funkciou, ktorá je na grafe taktiež vynesená. Pri zvyšovaní vplyvu rekombinácie, koncentrácia nabitých častíc v centrálnej časti profilu nadobúda konštantné hodnoty, ktoré odpovedajú



Obr. 4.5: Radiálny priebeh relatívnej koncentrácie nabitých častíc s uvažovaním objemovej rekombinácie (veľkosť rekombinácie charakterizuje parameter κ)

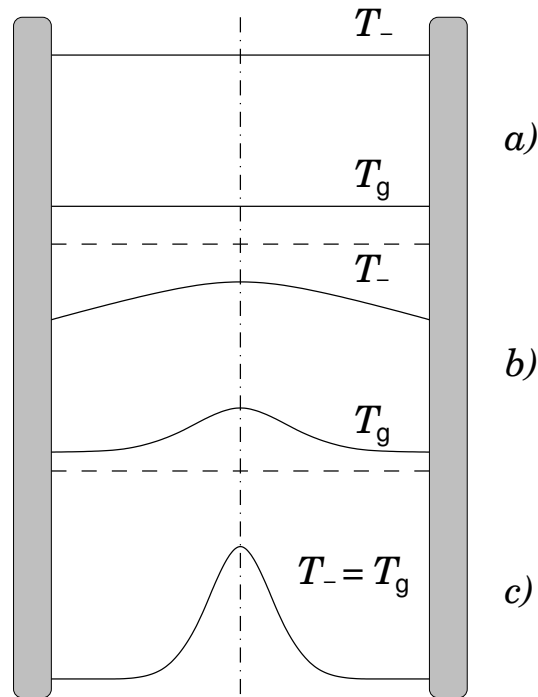
rovnováhe medzi ionizáciou a rekombináciou v objeme, pričom vplyv difúzie sa tu neuplatňuje. Preto koncentráciu nabitých častíc v centrálnej oblasti možno opísať jednoduchým vzťahom (triviálne riešenie $n = 0$ nás nezaujíma)

$$(\alpha - \beta n)n = 0, \quad \text{z čoho} \quad n = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Aj vzťah pre frekvenciu ionizácie (4.15) sa modifikuje

$$\alpha \approx \left(\frac{\rho_B}{R}\right)^2 D_a + \beta n(0).$$

Ďalší efekt pri vysokých tlakoch plynu sa prejaví v radiálnom tvare teploty nabitých častíc a plynu. Schottkyho teória predpokladá, že teploty elektrónov, iónov a plynu sú konštantné (obr. 4.6 a). Teplota elektrónov T_- je však podstatne väčšia ako teplota kladných iónov $T_+ \approx T_g$. Súvisí to s malým prenosom energie elektrónov na molekuly plynu pri zrážkach, čo je dôsledok malej hmotnosti elektrónov. Názorne si to možno predstaviť, ako náraz tenisovej lopty na stenu budovy: stena sa pritom nepohne a teda lopta neodovzdala jej žiadnu energiu. Kladné ióny majú porovnateľnú hmotnosť s molekulami plynu a preto vzájomné odovzdávanie energie je významné, čo sa prejavuje blízkymi teplotami. Ak tlak plynu narastá, zvyšuje sa počet zrážok za jednotku času a prenos energie na molekuly je väčší. Preto plyn v strede výbojky sa zohrieva viac ako pri stenách (pri stenách je viac ochladzovaný a tiež je tam podstatne menšia koncentrácia elektrónov). Preto teplota elektrónov T_- a i teplota plynu T_g je funkciou polomeru (obr. 4.6 b). Pri vysokých tlakoch blížiacich sa tlaku atmosferickému, tieto procesy sa ešte ďalej zvýraznia a nastáva kontrakcia plazmy do úzkeho kanálu v strede výbojky (obr. 4.6 c). Pri kontrakcii plazmy



Obr. 4.6: Radiálny priebeh teploty elektrónov T_e a molekúl plynu T_g v závislosti od tlaku plynu: a) nízky tlak (rádovo 100 Pa); b) stredný tlak (rádovo 1 kPa); c) vysoký tlak (rádovo 100 kPa)

dôležitú úlohu zohráva aj silný ohrev plynu, pri ktorom rádovo klesá koncentrácia molekúl a následne aj zrážková frekvencia elektrónov. Preto elektrická vodivosť plazmy v kanáli je podstatne vyššia ako v chladnejšom okolí, čím sa elektrický prúd koncentruje do úzkeho povrazca a ohrev plynu sa v kanáli ďalej zvyšuje. Takto sa tu vytvára kladná spätná väzba, ktorá plazmový kanál stabilizuje. Pritom frekvencia zrážok elektrónov s molekulami plynu narastie o mnoho rádov, takže výmena energie medzi nimi je veľmi efektívna. Preto teploty elektrónov, kladných iónov i molekúl plynu sú v oblúkovom výboji horiacom pri atmosferickom tlaku približne rovnaké. Silná kontrakcia udržuje oblúkový výboj v úzkom kanáli aj bez stien výbojky.

Poznámka 4. Schottkyho teória neposkytovala možnosť určiť koncentráciu nabitých častíc v plazme. Vďaka linearite príslušných diferenciálnych rovníc hodnota maximálnej koncentrácie n_0 nebola definovaná. Ak sa uplatňovala aj rekombinácia nabitých častíc v objeme, diferenciálne rovnice nadobudli nelineárny charakter a koncentrácia n_0 už vstúpila do parametra κ . Teraz v krátkosti upozorníme na mechanizmus, ktorý v reálnej plazme určuje absolútnu hodnotu koncentrácie nabitých častíc. Počet vytvorených nabitých častíc v jednotke objemu za jednotku času podľa (4.1) možno vyjadriť pomocou

zrážkového prierezu pre ionizáciu σ_i

$$\frac{\delta n}{\delta t} = \alpha n_- = \int_C n_g \sigma_i dj_e = n_g \int_C \sigma_i(v_-) v_- f(v_-) dC = n_g n_- \langle \sigma_i v_- \rangle,$$

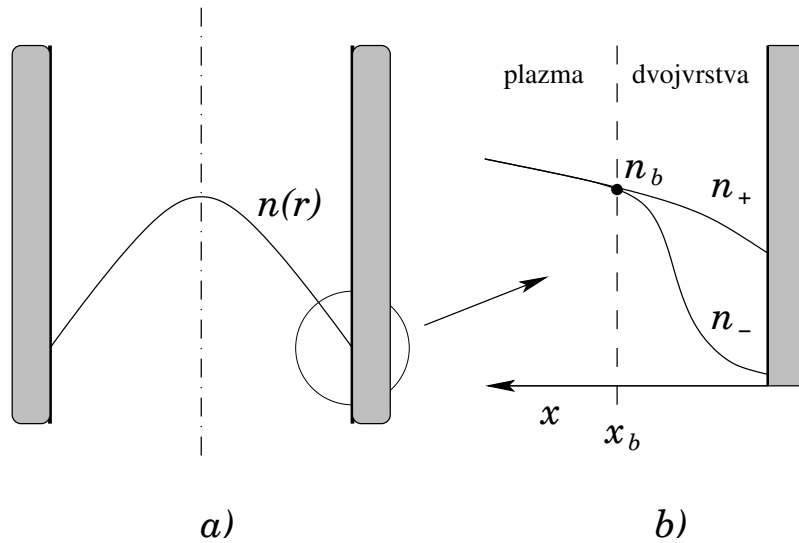
keď integráciu vykonávame cez všetky možné rýchlosti elektrónov. Potom ionizačná zrážková frekvencia sa dá napísať

$$\alpha = n_g \langle \sigma_i v_- \rangle. \quad (4.16)$$

Zrážkový prierez pre ionizáciu má prahový charakter; prierez je teda nulový pre energie menšie ako je ionizačná energia. O veľkosti α teda rozhoduje iba tvar rozdeľovacej funkcie $f(v_-)$ pre rýchlosti prekračujúce prahovú hodnotu. Predstavme si teraz plazmu v ktorej udržujeme ustálený stav prechodom elektrického prúdu. Prúd vytvára v plazme elektrické pole, ktorého veľkosť závisí od mernej vodivosti plazmy (3.35). Ak koncentrácia nabitých častíc je príliš malá, tak úmerne nadobúda malé hodnoty aj merná vodivosť plazmy. Vtedy v plazme sa vytvára silné elektrické pole, ktoré urýchľuje elektróny na veľké energie, čím sa zabezpečí intenzívna ionizácia plynu. Takto narastie koncentrácia nabitých častíc a následne aj merná vodivosť plazmy. Tým sa zoslabí elektrické pole, čo v konečnom dôsledku spôsobí opäť pokles koncentrácie nabitých častíc. Ustálený stav nastane vtedy, keď koncentrácia elektrónov dosiahne optimálnu hodnotu pri ktorej rýchlosť ionizácie plynu práve kryje zánik nabitých častíc na stenách.

4.5 Elektrická dvojvrstva

Ako sme ukázali v odseku 2.4.2, kvázineutralita sa narušuje na vzdialenostiach porovnateľných s Debyeovou dĺžkou. Preto ak sa približujeme k stene, podmienky pre ambipolárnu difúziu prestávajú taktiež platiť. Tento uzáver potvrdzuje aj Poznámka 2. (odsek 4.3.2), kde sme videli, že relatívna odchýlka od kvázineutrality pri stene rýchlo narastá. Takú oblasť už nemožno považovať za plazmu a nazývame ju **elektrická dvojvrstva**. Pri opise elektrickej dvojvrstvy treba zobrať do úvahy fakt, že koncentrácia elektrónov má iný profil pri stene ako koncentrácia kladných iónov, ako to vidno na obr. 4.7 b. Taktiež tu vidíme, že koncentrácia nabitých častíc pri stene nadobúda nenulové hodnoty, čím sa odstraňuje problém nulovej koncentrácie, o ktorom sme hovorili v odseku 4.3.1. Ak hrúbka dvojvrstvy je v porovnaní s polomerom plazmy malá, možno zanedbať zakrivenie steny a samotnej dvojvrstvy. Preto obr. 4.7 b je nakreslený v rovinnej geometrii. Účinok silného elektrického poľa v dvojvrstve sa prejavuje aj v rýchlostnom priestore, keď elektróny sa nachádzajú v brzdiacom poli a kladné ióny sú naopak týmto poľom urýchľované. U elektrónov teda prevláda tepelný pohyb nad pohybom usmerneným, takže závislosť koncentrácie elektrónov od polohy možno opísať pomocou Boltzmannovho zákona. U kladných iónov – naopak – prevláda usmernený pohyb nad pohybom tepelným a preto Boltzmannov zákon na určenie ich koncentrácie nemožno použiť. Teda Boltzmannov zákon (4.11), ktorý pri ambipolárnej difúzii opisoval aj koncentráciu kladných iónov, v dvojvrstve je



Obr. 4.7: Elektrická dvojvrstva: a) radiálny priebeh koncentrácie nabitých častíc vo valcovej výbojke – krúžok vyznačuje zväčšenú časť vedľa; b) priebeh koncentrácie kladných iónov a elektrónov v dvojvrstve pri stene

použitelný len pre elektróny, čo je dôsledok porušenia podmienky kvázineutrality, čím sa drift elektrónov k stene stáva nezávislým od pohybu kladných iónov.

V ďalšom postupe sa obmedzíme na teóriu tzv. **bezzrážkovej elektrickej dvojvrstvy**, v ktorej môžeme zanedbať zrážky nabitých častíc s molekulami plynu. Toto obmedzenie umožňuje získať určité poznatky aj jednoduchými matematickými prostriedkami. Najprv teda zosumarizujeme predpoklady na ktorých je teória bezzrážkovej elektrickej dvojvrstvy postavená. Podobne ako pri ambipolárnej difúzii, aj teraz predpokladáme, že hustota elektrického prúdu na stenu je nulová. Elektrická dvojvrstva však môže vzniknúť aj pri elektródach na ktoré tečie nenulový prúd, čím sa však nebudeme teraz zaoberať. Predpoklad o bezzrážkovej elektrickej dvojvrstve znamená, že sa tam nevyskytujú ani zrážky pružné a ani nepružné. Stredná voľná dráha musí byť teda podstatne väčšia ako hrúbka dvojvrstvy. Pretože narušenie kvázineutrality je možné iba v dimenziách porovnateľných s Debyeovou dĺžkou h , znamená to, že Debyeova dĺžka spĺňa podmienku $h \ll \lambda_-, \lambda_+$, (λ_- a λ_+ sú v poradí stredné voľné dráhy elektrónov a kladných iónov). V ustálenom stave rovnica kontinuity pre elektróny a kladné ióny nadobudne veľmi jednoduchý tvar

$$\frac{dj_-}{dx} = \frac{\delta n_-}{\delta t} = 0 \quad \text{a} \quad \frac{dj_+}{dx} = \frac{\delta n_+}{\delta t} = 0.$$

Riešením obidvoch rovníc je $j_- = \text{konšt}$ a $j_+ = \text{konšt}$. Pretože hustota elektrického prúdu na stene je nulová, tak obidve hustoty toku sa rovnajú:

$$j_+ = j_- = \text{konšt} . \quad (4.17)$$

Dôležitým miestom v elektrickej dvojvrstve je prechod do oblasti plazmy. Na tomto mieste začína platiť podmienka kvázineutrality $n_+ \approx n_-$ a na obr. 4.7b je prechod označený

čiarkovane pre $x = x_b$. Toto miesto budeme nazývať **hranica dvojrstvy** a hodnoty veličín tu budeme označovať indexom b . Potom Boltzmannov zákon pre koncentráciu elektrónov má tvar

$$n_- = n_b \exp\left(\frac{e(\varphi - \varphi_b)}{kT_-}\right),$$

kde n_b a φ_b je koncentrácia nabitých častíc a elektrostatický potenciál na hranici dvojrstvy; T_- je teplota elektrónov. Ióny sa pohybujú usmerneným pohybom v elektrickom poli dvojrstvy a preto ich driftová rýchlosť V_+ je podstatne väčšia ako sú ich tepelné rýchlosti. Keďže hustota toku kladných iónov v bezzrážkovej dvojrstve je konštantná, tak platí

$$n_+ V_+ = n_b V_b = j_b. \quad (4.18)$$

Tu V_b a j_b je driftová rýchlosť a hustota toku kladných iónov na hranici dvojrstvy. Z tejto rovnice je možné určiť koncentráciu kladných iónov n_+ , ak poznáme ich driftovú rýchlosť V_+ . V bezzrážkovej elektrickej dvojrstve driftovú rýchlosť určíme zo zákona zachovania energie

$$\frac{1}{2}m_+ V_+^2 + e\varphi = \frac{1}{2}m_+ V_b^2 + e\varphi_b,$$

kde pravá strana označuje celkovú energiu kladného iónu pri vstupe do dvojrstvy. Potom koncentráciu kladných iónov v dvojrstve možno vypočítať z posledných dvoch rovníc nasledovne

$$n_+ = n_b \frac{V_b}{V_+} = n_b \left(1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_b)}{m_+ V_b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Teraz už môžeme napísať Poissonovu rovnicu pre elektrostatický potenciál v rovinnej geometrii

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{e(n_+ - n_-)}{\varepsilon_0} = -\frac{en_b}{\varepsilon_0} \left[\left(1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_b)}{m_+ V_b^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \exp\left(\frac{e(\varphi - \varphi_b)}{kT_-}\right) \right],$$

ktorá je nelineárnou diferenciálnou rovnicou druhého rádu. Rovnicu zjednodušíme zavedením bezrozmerných veličín:

$$\eta = -\frac{e(\varphi - \varphi_b)}{kT_-} > 0; \quad a = \frac{2kT_-}{m_+ V_b^2}.$$

Potom diferenciálna rovnica nadobudne tvar

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{1}{h^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1+a\eta}} - \exp(-\eta) \right],$$

kde $h = \sqrt{\varepsilon_0 kT_- / e^2 n_b}$ je Debyeova dĺžka počítaná z koncentrácie nabitých častíc na hranici dvojrstvy. Teraz ešte zavedieme bezrozmernú vzdialenosť $\xi = x/h$, čím diferenciálna rovnica sa ďalej zjednoduší

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{1}{\sqrt{1+a\eta}} - \exp(-\eta).$$

Vynásobením rovnice deriváciou $d\eta/d\xi$ možno vykonať integráciu, čím dostaneme nelineárnu diferenciálnu rovnicu prvého rádu

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^2 = \frac{2}{a} \sqrt{1 + a\eta} + \exp(-\eta) + C.$$

Na určenie integračnej konštanty C , treba poznať v nejakom mieste hodnotu derivácie $d\eta/d\xi$, čo je vlastne bezrozmerná intenzita elektrického poľa. Problém je však v tom, že elektrické pole v dvojrstve nepoznáme, jeho priebeh totiž závisí aj od vlastností plazmy s ktorou dvojrstva susedí. Exaktné riešenie problému by malo vychádzať zo spoločnej Poissonovej rovnice pre plazmu i dvojrstvu. Takto formulovaný problém je matematicky veľmi náročný, pretože na opis pohybu kladných iónov treba použiť pohybovú rovnicu v najvšeobecnejšom tvare (3.31) (v ustálenom stave vypadne len časová derivácia driftovej rýchlosti). Preto zvolíme hrubé priblíženie, keď predpokladáme, že na hranici dvojrstvy s plazmou je elektrické pole nulové a teda

$$\frac{d\eta}{d\xi} = 0. \quad (4.19)$$

Z pohľadu plazmy je tento predpoklad úplne nerálny, pretože elektrické pole smerom k stenám narastá a tak na hranici medzi plazmou a dvojrstvou nadobúda najväčšiu hodnotu. V dvojrstve elektrické pole od hranice prudko narastá smerom k stene, takže pole na hranici medzi plazmou a dvojrstvou je najslabšie. Preto z pohľadu dvojrstvy, nulové pole na hranici je síce hrubé priblíženie, ale predsa len použiteľné.

Na hranici dvojrstvy je $\varphi = \varphi_b$, takže bezrozmerný potenciál η tu nadobúda nulovú hodnotu. Potom integračná konštantá má hodnotu $C = -1 - 2/a$ a diferenciálna rovnica nadobudne tvar

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^2 = \frac{2}{a} \left(\sqrt{1 + a\eta} - 1 \right) - [1 - \exp(-\eta)]. \quad (4.20)$$

4.5.1 Bohmovo kritérium stability bezzrážkovej elektrickej dvojrstvy

Pri pohľade na rovnicu (4.20) je zrejmé, že pre fyzikálne hodnoty elektrostatického potenciálu v dvojrstve je ľavá strana vždy nezáporná. Pravá strana však môže nadobúdať niekedy aj záporné hodnoty, čo by viedlo na imaginárne hodnoty potenciálu v dvojrstve. Ak sledujeme pravú stranu diferenciálnej rovnice, tak pre veľké hodnoty η je kladná. Preto záporné hodnoty pravej strany môžeme očakávať pre malé kladné hodnoty bezrozmerného potenciálu η . Rozviňme preto funkcie na pravej strane do Taylorovho radu v okolí bodu 0, pričom ponecháme prvé tri členy rozvoja (menší počet nepostačuje, lebo tieto členy sa navzájom zrušia):

$$\sqrt{1 + a\eta} \approx 1 + \frac{1}{2}a\eta - \frac{1}{8}a^2\eta^2 + \dots; \quad \exp(-\eta) \approx 1 - \eta + \frac{1}{2}\eta^2 + \dots$$

Potom po dosadení rozvojov, nadobudne diferenciálna rovnica tvar

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2 \approx (1 - \frac{1}{2}a)\eta^2.$$

Pravá strana je nezáporná pre $a \leq 2$, čo poskytne pre driftovú rýchlosť iónov na hranici dvojvrstvy podmienku

$$V_b \geq \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}}. \quad (4.21)$$

Túto podmienku nazývame **Bohmovým kritériom stability bezzrážkovej dvojvrstvy**. Ak teda kritérium (4.21) nie je splnené, stacionárna bezzrážková elektrická dvojvrstva nemôže existovať. Výraz $\sqrt{kT_-/m_+}$ sa nazýva **rýchlosť iónového zvuku**. Tento termín pochádza z teórie skalárnych vln, ktoré sa môžu šíriť v plazme. Po úprave možno Bohmovo kritérium napísať aj v tvare

$$\frac{1}{2}m_+V_b^2 \geq \frac{1}{2}kT_-,$$

ktorý v podstate naznačuje, že kinetická energia driftového pohybu kladných iónov nemá byť menšia ako energia tepelného pohybu elektrónov pripadajúca na jeden stupeň voľnosti. Za podmienok, keď zdrojom ambipolárneho poľa v plazme a elektrického poľa v elektrickej dvojvrstve je tepelný pohyb elektrónov, možno preto očakávať iba splnenie rovnosti

$$V_b = \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}}. \quad (4.22)$$

Táto podmienka sa dá exaktne dokázať z teórie v Dodatku B.

4.5.2 Numerické riešenie rovnice pre potenciál v dvojvrstve

Rovnicu (4.20) už nemožno riešiť analyticky, preto budeme hľadať jej riešenie numerickými metódami. Vzhľadom nato, že diferenciálna rovnica je prvého rádu, potrebujeme poznať jednu počiatočnú podmienku pre bezrozmerný potenciál η . Jednou z možností by bola podmienka na hranici medzi plazmou a dvojvrstvou $\eta = 0$, ktorá je však zviazaná s podmienkou (4.19), ktorá má nedostatočnú presnosť. Druhou možnosťou je najst veľkosť elektrostatického potenciálu pri stene φ_s . Zhodou priaznivých okolností je možné v prípade bezzrážkovej dvojvrstvy tento potenciál určiť. Pomocou Boltzmannovho zákona pre koncentráciu elektrónov pri stene dostaneme

$$n_{-s} = n_b \exp\left(\frac{e(\varphi_s - \varphi_b)}{kT_-}\right).$$

U elektrónov prevláda tepelný pohyb nad usmerným pohybom a preto hustotu toku elektrónov pri stene možno napísať

$$j_{-s} = \frac{1}{4}n_{-s}\langle c_- \rangle,$$

kde $\langle c_- \rangle$ je stredná aritmetická rýchlosť elektrónov. Kombináciou tohto výsledku s rovnicami (4.17), (4.18) a (4.22) postupne dostaneme

$$n_b V_b = n_b \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8kT_-}{\pi m_-}} n_b \exp\left(\frac{e(\varphi_s - \varphi_b)}{kT_-}\right),$$

pričom sme použili vzťah $\langle c_- \rangle = \sqrt{8kT_-/\pi m_-}$. Z tohto vzťahu sa dá vyjadriť potenciál steny

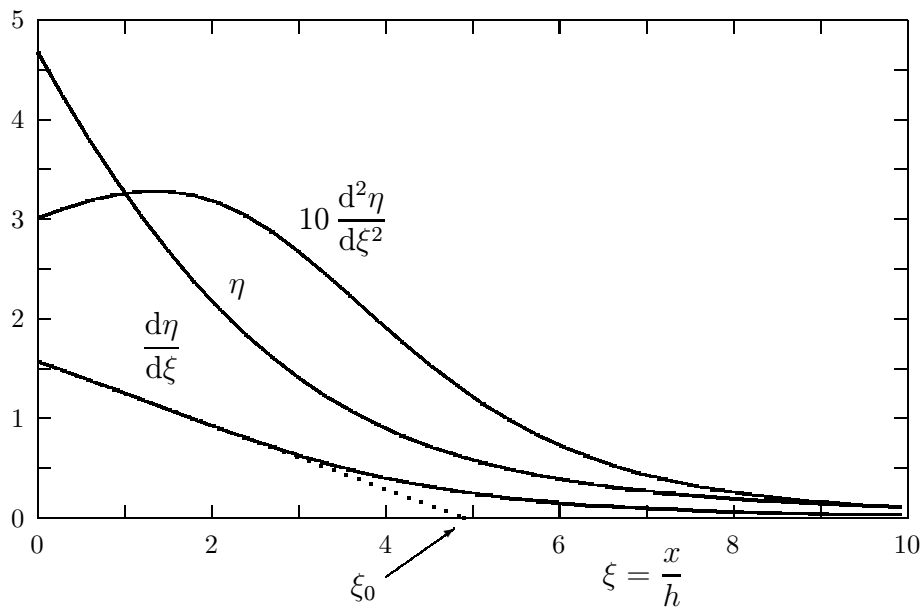
$$\varphi_s = \varphi_b + \frac{kT_-}{e} \ln \sqrt{\frac{2\pi m_-}{m_+}}, \quad (4.23)$$

ktorý nazývame **plávajúci potenciál** (len vtedy ak prúdová hustota na stenu je nulová). Rozdiel $\varphi_s - \varphi_b$ predstavuje úbytok napätia na elektrickej dvojrstve. Bezrozmerná hodnota potenciálu steny je daná vzťahom

$$\eta_s = -\frac{e(\varphi_s - \varphi_b)}{kT_-} = \ln \sqrt{\frac{m_+}{2\pi m_-}}.$$

Práve η_s použijeme ako počiatočnú hodnotu bezrozmerného potenciálu η v mieste $\xi = 0$ pri numerickej integrácii diferenciálnej rovnice (4.20).

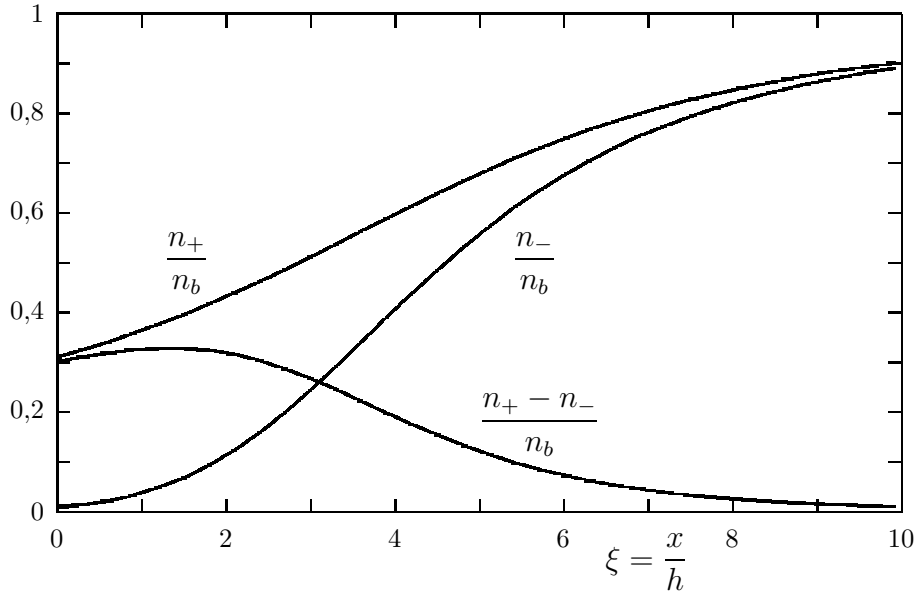
Numericke riešenie bolo vykonané pre argónovú plazmu, pričom sa uvažovala prítomnosť atómových iónov s hmotovým číslom 40, pre ktoré je $\eta_s = 4,6832$. Zvolili sme $a = 2$,



Obr. 4.8: Výsledky numerického riešenia pre bezrozmerný potenciál η , pole $d\eta/d\xi$ a priestorový náboj $d^2\eta/d\xi^2$ v bezzrážkovej dvojrstve, v závislosti na počte Debyeových dĺžok od steny ξ . Hodnota $\xi_0 = 4,89$ reprezentuje lineárne extrapolovanú hrúbku dvojrstvy

čo je v súlade so vzťahom (4.22). Výsledky numerickej integrácie sú na obr. 4.8, kde je vyneseny bezrozmerný potenciál η , bezrozmerné elektrické pole $d\eta/d\xi$ a bezrozmerný

priestorový náboj $d^2\eta/d\xi^2$. Na obr. 4.9 sú zasa znázornené relatívne koncentrácie elektrónov n_-/n_b a kladných iónov n_+/n_b . Na ilustráciu narušenia kvázineutrality v dvojvrstve je zobrazený pomer $(n_+ - n_-)/n_b$ (v bezrozmerných premenných je totožný s priestoro-



Obr. 4.9: Relatívna koncentrácia kladných iónov n_+/n_b , elektrónov n_-/n_b a relatívne narušenie kvázineutrality $(n_+ - n_-)/n_b$ v bezzrážkovej dvojvrstve, ako funkcia počtu Debyeových dĺžok od steny ξ

vým nábojom). Hranica medzi elektrickou dvojvrstvou a plazmou sa nachádza v mieste, kde $\eta = 0$. Toto miesto je však pri numerickej integrácii nekonečne vzdialené od steny, čo je dôsledok predpokladu o nulovej intenzite elektrického poľa na hranici (pozri podmienku (4.19)). Preto na odhad hrúbky bezzrážkovej elektrickej dvojvrstvy použijeme lineárnu extrapoláciu intenzity poľa k nulovej hodnote. Na obr. 4.8 vidno, že nulové pole sa pri extrapolácii dosiahne pri $\xi_0 = 4,89$. Dvojvrstva má teda hrúbku približne piatich Debyeových dĺžok, čo je v súlade s poznatkami odseku 2.4.

Poznámka 5. Pri odvodzovaní rovnice opisujúcej priebeh potenciálu v bezzrážkovej dvojvrstve sme využili Boltzmannov zákon pre elektróny a zákon zachovania energie pre kladné ióny. Ukážeme, že obidve rovnice sú taktiež špeciálnym prípadom pohybovej rovnice (3.31), ktorú teraz píšeme bez posledného člena

$$m \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + m \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \langle \mathbf{F} \rangle - \frac{1}{n} \nabla p - m_r \nu \mathbf{V}.$$

①
②
③
④
⑤

Budeme sa zaoberať ustáleným stavom, takže v rovnici je člen ① nulový. Ďalej predpokladáme, že elektróny sa nachádzajú v brzdiacom poli, vďaka čomu prevláda ich tepelný

pohyb nad pohybom driftovým. V prípade kladných iónov zasa zanedbáme ich zrážky (ako u bezzrážkovej dvojvrstvy). V oboch prípadoch teda môžeme v rovnici zanedbať aj člen (5).

Zostávajúce členy potom upravíme nasledovne. Člen (2) prepíšeme pomocou vektorevej identity

$$\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{a} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{b}) + \mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{a})$$

na tvar

$$m\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \frac{1}{2}m\nabla V^2 - m\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}).$$

Pretože sa zaoberáme len prípadmi, pri ktorých nevznikajú turbulencie, platí $\nabla \times \mathbf{V} = \mathbf{0}$. Na nabitú časticu pôsobí iba elektrické pole, ktoré charakterizujeme elektrostatickým potenciálom φ . Preto silu (3) môžeme napísať (q je náboj častice)

$$\langle \mathbf{F} \rangle = q\mathbf{E} = -q\nabla\varphi.$$

A konečne člen (4) za predpokladu konštantnej teploty sa dá vyjadriť

$$\frac{1}{n}\nabla p = kT \nabla \ln \left(\frac{n}{n_0} \right),$$

kde n_0 je konštanta. Pohybová rovnica potom nadobudne tvar

$$\nabla \left(\frac{1}{2}mV^2 + q\varphi + kT \ln \left(\frac{n}{n_0} \right) \right) = \mathbf{0},$$

z čoho ihneď vyplýva

$$\frac{1}{2}mV^2 + q\varphi + kT \ln \left(\frac{n}{n_0} \right) = \text{konšt.}$$

Aplikácia tohoto zákona zachovania má odlišné črty v prípade kladných iónov a elektrónov. U kladných iónov dominuje kinetická energia nad tepelným pohybom; preto môžeme zanedbať posledný člen. Tak dostaneme

$$\frac{1}{2}mV^2 + q\varphi = \text{konšt.},$$

čo je výraz, ktorý sme už použili pre pohyb kladných iónov v dvojvrstve. Pretože pri ambipolárnej difúzii sú driftové rýchlosti elektrónov v plazme rovnaké ako u kladných iónov, tak vďaka o tri rády menšej hmotnosti je ich kinetická energia zanedbateľná v porovnaní s tepelným pohybom. Preto tentokrát zanedbáme prvý člen:

$$q\varphi + kT \ln \left(\frac{n}{n_0} \right) = \text{konšt.},$$

z čoho ihneď vyplýva Boltzmannov zákon. Vidíme teda, že všetky zákonitosti, ktoré sme doteraz používali na opis komponent plazmy vyplývajú z rovnice pre hybnosť. Preto na najvšeobecnejší opis nehomogénnej plazmy treba používať túto rovnicu. Takto formulovaný problém však naráža na celý rad matematických ťažkostí.

Kapitola 5

Generácia plazmy

Doteraz sme sa zaoberali rôznymi vlastnosťami plazmy bez toho, aby sme skúmali ako plazma vzniká. Problém generácie plazmy je dôležitý aj z dôvodu, že v pozemských podmienkach sa plazma v prírode samostatne nevyskytuje. Na laboratórny výskum si preto musíme byť schopní plazmu vytvoriť na požadovaný čas experimentu. Podobne je tomu aj pri technickom využívaní plazmy. V zásade rozlišujeme dva spôsoby generácie plazmy. Jeden z nich spočíva v ohriatí plynu na vysoké teploty (niekoľko tisíc K), keď nastáva termická ionizácia. Takto vytvorená plazma sa nachádza v stave termodynamической rovnováhy a jej vlastnosti možno opísať metódami štatistickej fyziky. S druhým spôsobom sa stretávame v praxi častejšie a je založený na využití elektrických výbojov. Plazma, ktorá takto vzniká nie je v rovnovážnom stave a jej vlastnosti sa nedajú opísať pomocou termodynamiky. Preto hovoríme, že výbojová plazma je nerovnovážna. Nerovnovážnu plazmu možno exaktne opísať len metódami fyzikálnej kinetiky t.j. pomocou rozdeľovacej funkcie pre rýchlosti nabitých častíc v elektrickom poli. Tvar rozdeľovacej funkcie treba získať riešením kinetickej rovnice.

5.1 Plazma v termodynamической rovnováhe (Sahova rovnica)

Ak zvyšujeme teplotu plynu, narastá kinetická energia molekúl. Pri vzájomných zrážkach môže nastať ich ionizácia. Pritom sa vytvárajú dvojice elektrón a kladný ión a z pôvodného plynu tak vznikne ionizovaný plyn. V rovnovážnom stave však musí existovať aj opačný proces pri ktorom nabité častice zanikajú – elektrón-iónová rekombinácia. Obmedzíme sa na jednoatómové plyny. Vtedy môžeme procesy ionizácie opísať jednoduchou reakciou prvého rádu



kde A označuje atóm plynu, A^+ kladný ión a e voľný elektrón; šípka doprava reprezentuje vznik nabitých častíc ionizáciou a šípka vľavo opisuje vratný dej – elektrón-iónovú rekombináciu. Takých reakcií súčasne prebieha v plyne veľké množstvo; avšak predpokladáme,

že sú navzájom nezávislé. Potom na opis stavu celého systému ionizovaného plynu stačí sledovať podsystem obsahujúci jeden kladný ión a elektrón, ktorý sa môže nachádzať v dvoch stavoch:

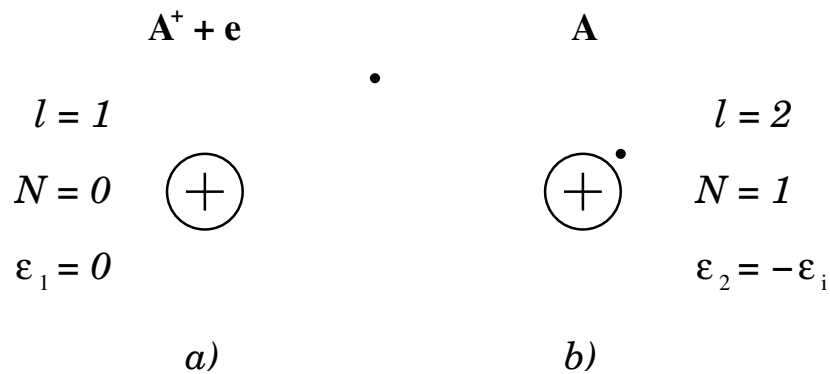
1. elektrón je voľný a z atómu sa vytvoril kladný ión
2. elektrón je viazaný na kladný ión, čo predstavuje atóm v základnom stave.

Tento zjednodušený model zanedbáva viacnásobnú ionizáciu atómov a tiež neuvažuje elektrónovú excitáciu atómu pri vzájomných zrážkach. U molekulových plynov, pri zahrievaní najprv nastáva disociácia molekúl na atómy a až tieto atómy sa následne ionizujú pri zrážkach.

Vráťme sa znova ku kladnému iónu a pokúsme sa zistiť aké sú pravdepodobnosti uvedených dvoch stavov. Pretože zmena energetického stavu podsystemu je doprevádzaná aj zmenou počtu naviazaných elektrónov, použijeme na opis veľkú štatistickú sumu, ktorá je funkciou chemického potenciálu elektrónov μ_- a teploty systému T

$$\mathcal{Z}(\mu_-, T) = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_l \exp \frac{N\mu_- - \varepsilon_l(N)}{kT},$$

kde N opisuje počet elektrónov v podsysteme a ε_l je energia elektrónu v podsysteme. Táto energia môže závisieť od počtu častíc v podsysteme (napr. pri viacelektrónovej ionizácii druhý elektrón leží na nižšej energetickej hladine ako prvý). Ak teda aplikujeme konkrétne podmienky na uvažovaný podsystem, stav $l = 1$ zodpovedá voľnému elektrónu s energiou $\varepsilon_1 = 0$, pričom vtedy $N = 0$ (elektrón nie je v podsysteme) a stav $l = 2$ prislúcha naviazanému elektrónu v kladnom ióne (vznik atómu), keď $N = 1$ a energia $\varepsilon_2 = -\varepsilon_i$, kde ε_i je ionizačná energia atómu pre jednonásobnú ionizáciu. Uvažované dva stavy podsystemu sú schematicky znázornené na obr. 5.1



Obr. 5.1: Možné stavy elektrónu pri termickej ionizácii: a) voľný elektrón; b) viazaný elektrón. Označenie: \bullet pre elektrón a $+$ pre kladný ión

Ak teraz dosadíme za N a ε_l hodnoty z obr. 5.1, tak dostaneme

$$\mathcal{Z}(\mu_-, T) = 1 + \exp \frac{\mu_- + \varepsilon_i}{kT}.$$

V tomto výsledku však nie je započítaná degenerácia uvažovaných stavov. Preto každý sčítanec v štatistickej sume treba ešte vynásobiť jeho štatistickou váhou. V stave $l = 1$ je výsledná štatistická váha daná súčinom štatistickej váhy elektrónu g_- a iónu g_+ . V stave $l = 2$ je jeho degenerácia daná štatistickou váhou atómu v základnom stave g_0 . Voľný elektrón môže zaujať dva rozlíšiteľné stavy podľa orientácie spinu; preto $g_- = 2$. U atómu a iónu je to zložitejšie a štatistickú váhu daného stavu určíme podľa vzťahu

$$g = (2L + 1)(2S + 1),$$

kde L je vedľajšie kvantové číslo pre celkový orbitálny moment hybnosti atómu resp. iónu a S je kvantové číslo pre celkový spin atómu alebo iónu. Čísla L a S možno najstť v spektroskopických tabuľkách, kde sa tieto údaje zvyknú zapisovať v tvare ${}^{\kappa}L_J$ (napr. ${}^2S_{1/2}$, 3P_0 a pod.). Kvantové číslo L je tu reprezentované písmenami $S, P, D \dots$, tak ako je zvykom označovať vedľajšie kvantové číslo. Index κ označuje priamo spinovú multiplicitu termu $2S + 1$.

Započítaním degenerácie pre štatistickú sumu dostaneme výsledok

$$\mathcal{Z}(\mu_-, T) = g_- g_+ + g_0 \exp \frac{\mu_- + \varepsilon_i}{kT},$$

Pravdepodobnosť ionizovaného stavu je potom daná

$$P_+ = \frac{g_- g_+}{\mathcal{Z}} = \frac{g_- g_+}{g_- g_+ + g_0 \exp[(\mu_- + \varepsilon_i)/kT]}.$$

Na druhej strane možno túto pravdepodobnosť vyčíslit pomocou koncentrácie častíc v ionizovanom plyne (na plyn nepôsobia vonkajšie polia, preto je homogénny; v prípade plynu vo vonkajšom poli treba túto skutočnosť započítať do štatistickej sumy). Ak označíme n_+ koncentráciu kladných iónov a n_0 koncentráciu atómov v základnom stave, pravdepodobnosť ionizovaného stavu sa dá napísať v tvare

$$P_+ = \frac{n_+}{n_+ + n_0}.$$

Porovnaním oboch výrazov pre P_+ dostaneme

$$\frac{n_0}{n_+} = \frac{g_0}{g_+ g_-} \exp \frac{\mu_-}{kT} \exp \frac{\varepsilon_i}{kT}.$$

Chemický potenciál vyjadríme pomocou koncentrácie elektrónov n_- nasledovne

$$\mu_- = kT \ln(n_- V_Q),$$

kde

$$V_Q = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_- kT} \right)^{3/2}$$

je kvantový objem (\hbar je Planckova konštanta a m_- hmotnosť elektrónu). Po matematickej úprave dostaneme vzťah

$$\frac{n_+ n_-}{n_0} = \frac{g_+ g_-}{g_0} \left(\frac{m_- kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\varepsilon_i}{kT} \right), \quad (5.1)$$

ktorú nazývame **Sahova rovnica**. V plazme, využijúc podmienku kvázineutrality $n = n_+ = n_-$, dostaneme Sahovu rovnicu v tvare

$$\frac{n^2}{n_0} = \frac{g_+g_-}{g_0} \left(\frac{m_-kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT}\right).$$

Zo Sahovej rovnice vidno, že rozhodujúcim faktorom určujúcim relatívnu koncentráciu nabitých častíc je pomer ε_i/kT . Preto u plynov s menšou ionizačnou energiou dosahujeme vyššie koncentrácie nabitých častíc pri rovnakej teplote.

Niekedy sa zavádza v Sahovej rovnici pre plazmu pravdepodobnosť ionizovaného stavu

$$P_+ = \frac{n}{n + n_0}; \quad \text{resp.} \quad 1 - P_+ = \frac{n_0}{n + n_0},$$

ktorú v tejto súvislosti nazývame **stupeň ionizácie**. Stupeň ionizácie spĺňa podmienku $P_+ \in (0, 1)$; hodnota 1 alebo k nej blízka sa dosahuje v prípade silno ionizovanej plazmy. V opačnom prípade sa jedná o slabo ionizovanú plazmu. Elimináciou n a n_0 , dostaneme

$$\frac{P_+^2}{1 - P_+} = \frac{g_+g_-}{g_0} \frac{1}{n_t} \left(\frac{m_-kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT}\right),$$

pričom pre plazmu, ktorá vznikla z jednoatómového plynu, sme zaviedli koncentráciu ťažkých častíc $n_t = n + n_0$.

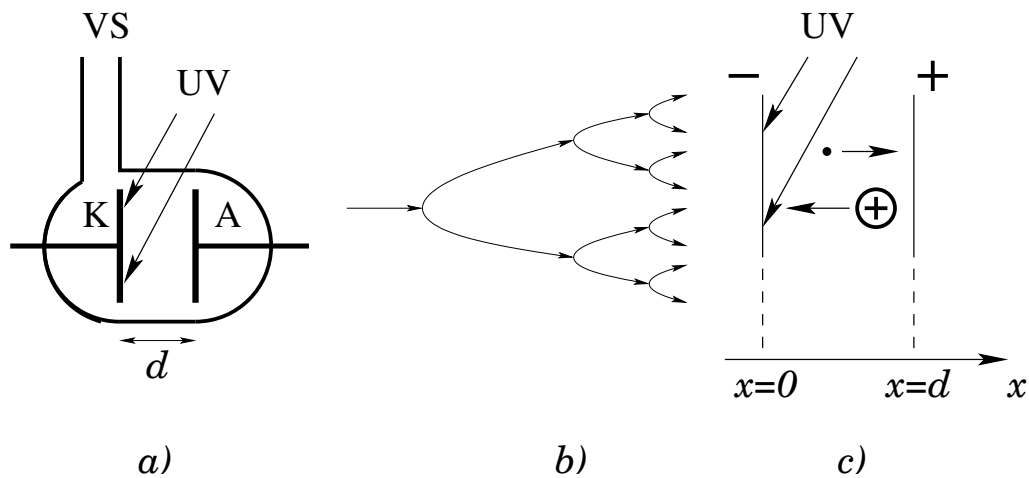
5.2 Zapalovanie výboja – elektrónová lavína

Generácia plazmy pomocou elektrického výboja využíva vznik elektrického poľa v plazme pri prechode prúdu. V elektrickom poli elektróny nadobúdajú kinetickú energiu, ktorou sú schopné ionizovať molekuly plynu a tak kompenzovať úbytok nabitých častíc na povrchoch a v objeme plazmy. Elektrický prúd sa do výboja privádza kovovými elektródami a tak aj procesy na ich povrchu treba zobrať do úvahy. Prv než budeme sa zaoberať rôznymi typmi výbojov, bude užitočné si najprv položiť otázku o fyzikálnych mechanizmoch zodpovedných za vznik výboja.

Predstavme si dve kovové elektródy nachádzajúce sa v plyne. Pripojme na ne dostatočne vysoké napätie. Zo skúsenosti vieme, že ak napätie prekročí určitú veľkosť, tak medzi elektródami sa samovoľne vytvorí elektricky vodivá dráha vo forme výboja. Výboj obvykle identifikujeme podľa svetelných a niekedy i tepelných prejavov. Teraz budeme skúmať aké procesy sú potrebné na vznik výboja. Plyn, ktorý sa nachádza medzi elektródami neobsahuje nabité častice a preto medzi elektródami prúd netečie. Čo sa teda odohrá, že pri prekročení určitého napätia sa vytvorí elektricky vodivé prostredie? Jednou z možných odpovedí je, že pri zosilňovaní elektrického poľa nastane emisía elektrónov z elektródy. Tento mechanizmus sa však nepotvrďuje, pretože polia, pri ktorých výboj zapaluje, nestačia na emisiu elektrónov zo záporne polarizovanej elektródy (katódy). Okrem toho napätie pri ktorom sa výboj zapáli – **zapalovacie napätie**, závisí aj od tlaku

plynu a jeho zloženia. Preto očakávame, že procesy v plyne treba taktiež zahrnúť do úvah. Experimentálne sa zistilo, že kľúčový význam pri zapaľovaní výboja majú elektróny, ktoré v plyne vzniknú pôsobením vonkajších vplyvov, ako je kozmické žiarenie, rádioaktívne žiarenie materiálov použitých pri konštrukcii výbojky a pod. Tieto prvotné elektróny budeme ďalej nazývať **primárne elektróny**.

Zo spomenutých faktov vyplýva nasledujúci model zapaľovania elektrického výboja. Voľný elektrón, ktorý vznikne účinkom kozmického alebo rádioaktívneho žiarenia, nadobúda v elektrickom poli energiu. Ak pole je dostatočne silné, elektrón je schopný ionizovať molekulu plynu, pričom vznikne ďalší voľný elektrón. Tento proces sa opakuje, pričom počet voľných elektrónov sa pri ionizačných zrážkach postupne zdvojnásobuje – hovoríme, že v plyne sa vytvára **elektrónová lavína** (obr. 5.2 b). Takto vzniká medzi elektródami ionizovaný plyn, čo sa prejaví aj navonok nárastom jeho elektrickej vodivosti. Aby sa



Obr. 5.2: Zapaľovanie výboja: a) výbojka na meranie zapaľovacieho napätia: K - katóda, A - anóda, UV - ultrafialové žiarenie zabezpečujúce emisiu primárnych elektrónov, VS - napojenie na vákuový systém; b) elektrónová lavína; c) označenie polohy elektród

dal proces zapaľovania výboja opísať matematicky a výsledky porovnať s experimentom, treba si presne a čo najjednoduchšie definovať geometriu elektród. Preto budeme uvažovať rovinné elektródy, ktoré sú navzájom rovnobežné a vzniká medzi nimi homogénne elektrické pole. Elektródy uzatvoríme do sklenenej výbojky, aby pri experimentoch bolo možné meniť tlak a zloženie plynu (obr. 5.2 a). Obvykle sa dá meniť aj vzdialenosť elektród d . Aby bolo možné exaktne formulovať teóriu a súčasne získať reprodukovateľné hodnoty zapaľovacieho napätia, treba definovať miesto vzniku i množstvo primárnych elektrónov. V opačnom prípade by sa muselo čakať na náhodné kozmické žiarenie, čo by vnášalo do výsledkov merania veľké chyby. V experimentoch sa preto osvetľuje katóda K ultrafialovým žiarením UV, čím získavame ustálený tok primárnych elektrónov nezávisle od kozmického žiarenia.

Teraz budeme skúmať ako závisí ustálený prúd medzi elektródami od intenzity elektrického poľa. Pritom predpokladáme, že ešte nedošlo k zapáleniu výboja (tzv. predprie-

razové štádium). Kladné ióny, vznikajúce pri lavínovej ionizácii, nie sú schopné ionizovať molekuly plynu. Taktiež predpokladáme, že v predprierazovom štádiu ešte koncentrácia nabitých častíc medzi elektródami nevytvára významný priestorový náboj. Preto elektrické pole medzi elektródami je konštantné. Zavedieme súradnicu x , ktorá opisuje polohu medzi elektródami (obr. 5.2 c). Povrch katódy K sa nachádza v mieste $x = 0$ a povrch anódy A v mieste $x = d$. Elektróny sa pohybujú smerom k anóde a vytvorené kladné ióny ku katóde, kde zanikajú. Podobne ako v odseku 4.3.1, môžeme napísať rovnicu kontinuity pre elektróny v jednorozmernej geometrii a v ustálenom stave

$$\frac{dj_-}{dx} = \alpha n_- = \frac{\alpha}{V_-} n_- V_- = \delta j_-, \quad (5.2)$$

kde V_- je driftová rýchlosť elektrónov v elektrickom poli (v homogénnom poli je konštantná) a $\delta = \alpha/V_-$ je **prvý Townsendov koeficient**. Analogická rovnica platí aj pre kladné ióny

$$\frac{dj_+}{dx} = \alpha n_- = \delta j_+. \quad (5.3)$$

Prvý Townsendov koeficient δ má rozmer m^{-1} a označuje počet ionizácií, ktoré vykoná jeden elektrón v smere elektrického poľa na jednotkovej dráhe (na rozdiel od ionizačnej frekvencie α udávajúcej počet ionizácií za jednotku času). Ak rovnice odčítame, dostaneme

$$\frac{d(j_+ - j_-)}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad j_+ - j_- = K = \text{konšt.}$$

Potom hustota elektrického prúdu medzi elektródami $i = e(j_+ - j_-) = eK$ je taktiež konštantná, napriek tomu, že hustoty toku elektrónov a iónov sa menia s polohou x . V homogénnom poli je Townsendov koeficient δ konštantný a preto môžeme rovnice kontinuity ľahko integrovať

$$j_- = C \exp(\delta x); \quad j_+ = C \exp(\delta x) + i/e,$$

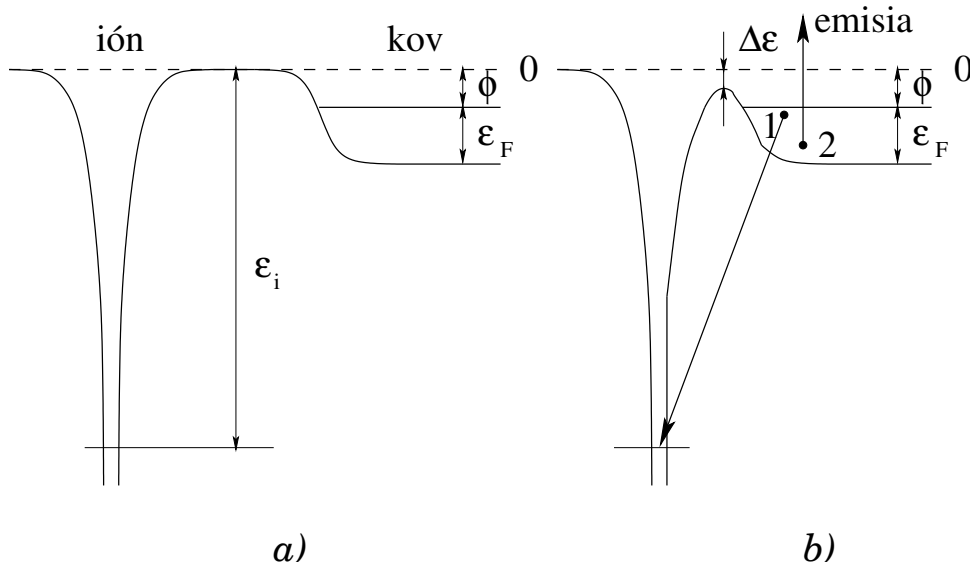
kde C je integračná konštantna. Hodnota tejto integračnej konštanty sa dá určiť z hustoty toku elektrónov na katóde: $C = j_-(0)$. Potom

$$j_- = j_-(0) \exp(\delta x); \quad j_+ = j_-(0) \exp(\delta x) + i/e. \quad (5.4)$$

Problém určenia hustoty toku $j_-(0)$ spočíva v tom, že okrem primárnych elektrónov emitovaných z katódy ultrafialovým žiarením (ich hustotu toku označíme j_0), elektróny emitujú aj dopadajúce kladné ióny. Tento typ emisie sa nazýva **potenciálová emisia**.

5.2.1 Potenciálová emisia

Potenciálová emisia je špecifický druh emisie elektrónov z kovových povrchov pri dopade kladného iónu. Pre tento typ emisie nie je dôležitá kinetická energia dopadajúcej častice, ale hĺbka potenciálovej jamy do ktorej elektrón z kovu padne. Podstatu potenciálovej emisie ilustruje obr. 5.3 na ktorom v časti a) je v energetickom zobrazení znázornený ión



Obr. 5.3: Emisia elektrónu pri dopade kladného iónu na povrch kovu: a) ión je ďaleko od povrchu: ε_i - ionizačná energia atómu, Φ - výstupná práca kovu a ε_F - Fermiho energia; b) kladný ión pri dopade na povrch kovu: 1 - elektrón prechádza na neobsadenú hladinu v ióne, 2 - emitovaný elektrón preberá prebytočnú energiu

ako potenciálová jama s hĺbkou rovnajúcou sa energii ionizácie ε_i . Voľné elektróny v kove sa nachádzajú vo vodivostnom páse so šírkou rovnajúcou sa Fermiho energii ε_F . Úniku elektrónov z kovu bráni potenciálová bariéra od výstupnej práce Φ . Keď sa ión priblíži tesne k povrchu kovu, tak potenciálová bariéra sa zúži a zároveň aj zníži (o hodnotu $\Delta\varepsilon$) ako to vidno na obr. 5.3 b). Vďaka tomu môže niektorý z vodivostných elektrónov pretuňovať bariérou do potenciálovej jamy vytvorenej kladným iónom. Takto vznikne z iónu atóm, ktorý sa nachádza vo vysokom excitovanom stave (tento prípad nie je na obrázku znázornený – pre nás nie je zaujímavý). Ak excitovaný stav nie je metastabilný, tak po krátkom čase prejde elektrón do základného stavu pričom prebytočná energia sa uvoľní vo forme ultrafialového žiarenia. Nás však zaujíma iný prípad, keď elektrón (označený ako 1) po prechode bariérou ihneď odovzdá svoju energiu ďalšiemu elektrónu v kove (označený ako 2) a tak vo vytvorenom atóme zaujme uvoľnenú hladinu odpovedajúcu základnému stavu. Elektrón 2, ak sa pohybuje smerom k povrchu kovu, môže z kovu uniknúť. Tento nežiarivý proces sa nazýva **Augerova emisia**. Pretože pri tomto procese sa neuplatňuje kinetická energia kladného iónu, často sa nazýva aj potenciálová emisia¹. Potenciálová emisia môže nastať, ak maximálna potenciálna energia elektrónu 1 oproti neobsadenej základnej hladine iónu prevyšuje výstupnú prácu kovu

$$\varepsilon_i - \Phi \geq \Phi \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_i \geq 2\Phi.$$

Ak na kovový povrch dopadajú kladné ióny s hustotou toku j_+ , v dôsledku potenciá-

¹Kinetická energia dopadajúcich iónov začne ovplyvňovať emisiu elektrónov až pri energiách nad 1 keV; také energie sa vo výbojoch obvykle nevyskytujú.

lovej emisie opúšťajú povrch elektróny s hustotou toku γj_+ . Koeficient γ reprezentuje výťažok elektrónov pri emisii, ktorý sa často (nelogicky) nazýva koeficient sekundárnej emisie. V teórii zapaľovania výboja sa zvykne nazývať **druhý Townsendov koeficient** (v staršej literatúre aj tretí Townsendov koeficient). Obvykle nadobúda hodnoty $0,1 - 10^{-3}$ (pre ióny veľkých organických molekúl až 10^{-10}).

5.2.2 Townsendov výboj

Teraz sa vrátíme k rovniciam (5.4). Hustotu toku $j_-(0)$ možno totiž napísať ako súčet toku primárnych elektrónov a elektrónov od potenciálovej emisie

$$j_-(0) = j_0 - \gamma j_+(0).$$

Záporné znamienko pred hustotou toku kladných iónov súvisí s orientáciou súradníc, pretože $j_-(x) \geq 0$, $j_0 > 0$ a $j_+(x) \leq 0$. Z (5.4) vyplýva $j_+(0) = j_-(0) + i/e$, čo umožní napísať výslednú hustotu toku elektrónov na katóde

$$j_-(0) = \frac{j_0 - \gamma i/e}{1 + \gamma}.$$

Týmto vzťahom už máme určený súvis medzi hustotami toku nabitých častíc a hodnotami j_0 a hustotou prúdu i . Pripomeňme, že z orientácie osi x vyplýva $i \leq 0$. Kladné ióny – na rozdiel od elektrónov – sa pohybujú smerom ku katóde. Smerom k anóde ich hustota toku by mala klesať. Vzhľadom na to, že anóda neemituje kladné ióny zo svojho povrchu, hustota toku kladných iónov na anóde je nulová: $j_+(d) = 0$. Potom postupne dostaneme nasledujúce vzťahy

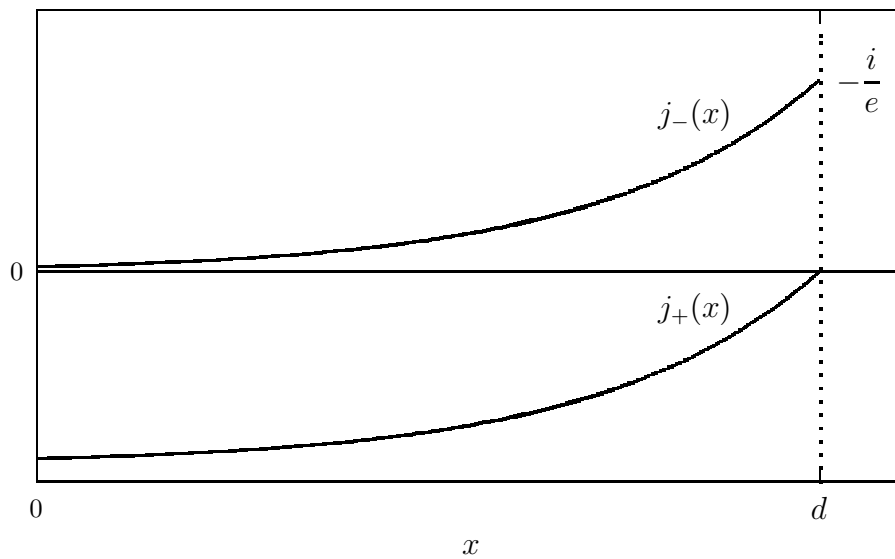
$$j_+(d) = j_-(0) \exp(\delta d) + \frac{i}{e} = \frac{j_0 - \gamma i/e}{1 + \gamma} \exp(\delta d) + \frac{i}{e} = 0.$$

Z posledného vzťahu možno vypočítať hustotu elektrického prúdu

$$i = \frac{i_0 \exp(\delta d)}{1 - \gamma[\exp(\delta d) - 1]}, \quad (5.5)$$

kde $i_0 = -ej_0$ je hustota prúdu prenášaná emitovanými primárnymi elektrónmi z katódy účinkom ultrafialového žiarenia. Priestorové rozloženie hustoty toku nabitých častíc je znázornené na obr. 5.4.

V slabom elektrickom poli elektróny nezískavajú dostatočnú energiu na ionizáciu, preto $\delta = 0$. Vtedy $i = i_0$ – prúd medzi elektródami prenášajú len primárne elektróny od ultrafialového žiarenia. Ak elektrické pole zosilňujeme, zväčšuje sa aj prvý Townsendov koeficient δ a prúd i začne rýchlo narastať. Tento nárast súvisí s lavínovou ionizáciou plynu. Ak však vypneme ultrafialové žiarenie, hustota primárnych elektrónov i_0 klesne na nulu a potom tiež $i = 0$. Lavínová ionizácia sa teda samostatne neudrží. Preto tento typ výboja nazývame **nesamostatný výboj** alebo tiež **Townsendov výboj**. Townsendov výboj je teda predprierazovým štádiom. Pri dostatočne silných poliach sa začne



Obr. 5.4: Priestorové rozloženie hustoty toku kladných iónov j_+ a elektrónov j_- v Townsendovom výboji

uplatňovať výraz v menovateli vzťahu (5.5), ktorý súvisí s procesmi na katóde. Ak sa totiž splní nasledujúca podmienka

$$\gamma [\exp(\delta d) - 1] = 1, \quad (5.6)$$

hustota prúdu i diverguje a stáva sa nezávislá od hodnoty i_0 . Preto práve túto podmienku považujeme za kritérium zapálenia výboja. Hovoríme tiež, že nesamostatný výboj prechádza na **samostatný výboj**. Vtedy totiž kladné ióny dopadajúce na katódu emitujú dostatočný počet elektrónov, ktoré nahradia primárne elektróny od ultrafialového žiarenia. Preto výboj sa už udrží aj vtedy, keď katódu prestaneme ožarovať ultrafialovým žiarením. V samostatnom výboji koncentrácia nabitých častíc prudko narastie, takže priestorový náboj sa začne uplatňovať. Preto vzťah (5.5) už za týchto podmienok neplatí. V niektorých typoch výboja existujú oblasti, kde je aj naďalej prítomná lavínová ionizácia; treba ju už ale opísať rovnicami, ktoré zohľadňujú prítomnosť priestorového náboja.

5.2.3 Paschenov zákon

Podmienka (5.6) ešte nie je priamo použiteľná na určenie zápalného napätia. Táto veličina je totiž schovaná v prvom Townsendovom koeficiente. Preto musíme sa teraz zaoberať problémom závislosti prvého Townsendovho koeficientu δ od intenzity elektrického poľa. Exaktné odvodenie je jedine možné pomocou kinetickej rovnice, k čomu treba ale poznať detailnú závislosť prierezov pre pružné zrážky a pre ionizáciu molekúl elektrónmi. Jednoduchší prístup využíva možnosť priameho merania δ od intenzity elektrického poľa s využitím rovnice (5.5). Prv než uvedieme poloempirické vzťahy, nájdeme zákony podobnosti pre prvý Townsendov koeficient.

Ak vyjadríme frekvenciu ionizácie α pomocou (4.16) a driftovú rýchlosť elektrónov pomocou pohyblivosti $V_- = \mu_- E$, prvý Townsendov koeficient sa dá napísať v tvare

$$\delta = \frac{\alpha}{|V_-|} = \frac{n_g \langle \sigma_i v_- \rangle}{|\mu_- E|}.$$

Formálne môžeme vykonať nasledujúce úpravy

$$V_- = \mu_- E = n_g \mu_- \frac{E}{n_g},$$

kde koeficient $n_g \mu_-$ nezávisí od koncentrácie molekúl plynu n_g (pozri odsek 3.4.3). Stredná hodnota $\langle \sigma_i v_- \rangle$, ktorá určuje schopnosť elektrónov ionizovať molekuly plynu, závisí od energie, ktorú elektrón nadobudne tesne pred zrážkou od elektrického poľa. Táto energia je úmerná práci $e|E|\langle \lambda_- \rangle$, ktorú vykoná elektrické pole na strednej voľnej dráhe elektrónu $\langle \lambda_- \rangle$, čo formálne môžeme zapísať (F_2 je zatiaľ neurčená funkcia)

$$\langle \sigma_i v_- \rangle = F_2(e|E|\langle \lambda_- \rangle) = F_2\left(en_g \langle \lambda_- \rangle \frac{|E|}{n_g}\right).$$

Výrazy $n_g \mu_-$ a $en_g \langle \lambda_- \rangle$ nezávisia od koncentrácie molekúl n_g a teda aj od tlaku plynu. Je zrejmé, že veličiny V_- a α/n_g závisia od E a n_g prostredníctvom pomeru $|E|/n_g$, takže prvý Townsendov koeficient možno napísať

$$\frac{\delta}{n_g} = \Phi\left(\frac{|E|}{n_g}\right),$$

kde Φ je zatiaľ neurčená funkcia. Pomer $|E|/n_g$ je významnou veličinou vo fyzike elektrických výbojov, ktorej rozmer je Vm^2 . Na praktické meranie je to však príliš veľká jednotka. Preto sa zaviedla jednotka **Townsend**

$$1 \text{ Townsend} = 1 \text{ Td} = 10^{-17} \text{ Vcm}^2 = 10^{-21} \text{ Vm}^2.$$

Koncentrácia n_g súvisí s tlakom plynu p prostredníctvom stavovej rovnice $p = n_g k T_g$, kde T_g je teplota plynu. Úmernosť medzi T_g a n_g viedla v staršej literatúre k používaniu pomeru $|E|/p$. Aby sa zohľadnil aj vplyv rôznej teploty plynu T_g , zaviedol sa **redukovaný tlak**

$$p_0 = p \frac{T_0}{T_g},$$

kde T_0 je štandardná teplota 293 K (cca 20 °C). Ako jednotka sa v tomto prípade používa V/cm Torr . Vzájomný vzťah obidvoch jednotiek je nasledovný

$$1 \text{ V/cm Torr} = 3,034 \text{ Td}; \quad \text{resp.} \quad 1 \text{ Td} = 0,3296 \text{ V/cm Torr}.$$

Pomocou pomeru $|E|/p_0$ možno vyjadriť δ v tvare

$$\frac{\delta}{p_0} = F\left(\frac{|E|}{p_0}\right), \quad (5.7)$$

so zatiaľ neznámou funkciou F . Ak si označíme ako δ_z hodnotu prvého Townsendovho koeficientu, ktorý spĺňa podmienku (5.6) (platí $\delta_z d = \ln(1 + 1/\gamma)$), môžeme formálne vyjadriť intenzitu elektrického poľa $|E_z|$ potrebného na zapálenie výboja

$$\frac{|E_z|}{p_0} = F_{inv} \left(\frac{\delta_z}{p_0} \right) = F_{inv} \left[\frac{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}{p_0 d} \right],$$

kde F_{inv} je inverzná funkcia k funkcii F . Z hodnoty elektrického poľa potrebného na zapálenie výboja už ľahko vypočítame aj zápalné napätie

$$U_z = d|E_z| = p_0 d F_{inv} \left[\frac{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}{p_0 d} \right]. \quad (5.8)$$

Z tohoto výsledku možno formulovať uzáver vo forme zákonitosti:

Paschenov zákon – Zápalné napätie U_z je pre daný plyn funkciou súčinu redukovaného tlaku p_0 a vzdialenosti elektród d .

5.2.4 Paschenova krivka

Na výpočet zapalovacieho napätia pre zadané podmienky treba poznať aj tvar funkcie F vo vzťahu (5.7). Túto funkciu možno získať aproximáciou údajov prúdu nameraného v Townsendovom výboji v závislosti od intenzity elektrického poľa pomocou vzťahu (5.5). Pokiaľ výraz v menovateli je blízky jednej, pre pomer hustoty prúdov platí $\ln(i/i_0) = \delta d$. V experimentoch sa používajú aparatúry s možnosťou spojitej zmeny vzdialenosti elektród d . Ak zmenou napätia na elektródach udržujeme konštantnú intenzitu elektrického poľa, tak δ ostáva konštantné a $\ln(i/i_0)$ narastá lineárne s d . Zo smernice tejto závislosti určíme δ . So zväčšujúcou sa vzdialenosťou elektród narastá súčin δd a začne sa uplatňovať aj člen $\exp(\delta d) - 1$ v menovateli. Vďaka tomu sa naruší linearita a $\ln(i/i_0)$ narastá rýchlejšie. Vyhodnotením tejto časti závislosti sa dá získať aj hodnota druhého Townsendovho koeficientu γ .

Na aproximáciu experimentálnych hodnôt sa často používa poloempirický vzťah

$$\frac{\delta}{p_0} = A \exp \left(-\frac{B p_0}{|E|} \right), \quad (5.9)$$

kde hodnoty konštánt možno najstť v tabuľke 5.1 pre rôzne plyny. Tiež je uvedený rozsah hodnôt $|E|/p_0$ pre ktoré je aproximácia (5.9) použiteľná. Inverznou funkciou k funkcii

$$F(x) = A \exp \left(-\frac{B}{x} \right)$$

je funkcia

$$F_{inv}(x) = \frac{B}{\ln(A/x)}.$$

Tabuľka 5.1: Koefficienty A a B pre poloempirický vzťah (5.9) podľa [19]. Posledný stĺpec označuje rozsah hodnôt $|E|/p_0$, v ktorom možno aproximáciu použiť

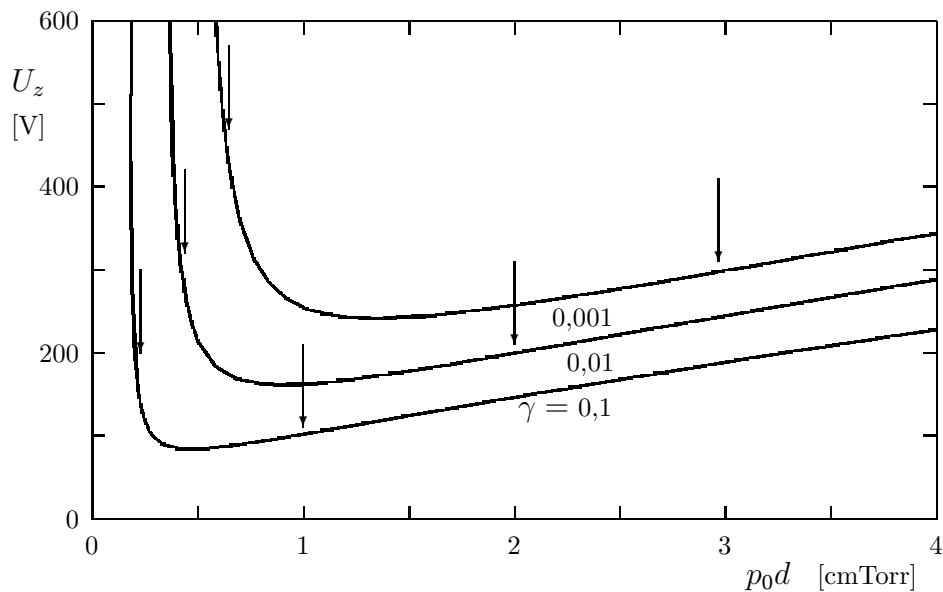
| Plyn | A [cm ⁻¹ Torr ⁻¹] | B [Vcm ⁻¹ Torr ⁻¹] | oblasť $ E /p_0$ [Vcm ⁻¹ Torr ⁻¹] |
|------------------|---|--|---|
| He | 3 | 34 | 20 – 150 |
| Ne | 4 | 100 | 100 – 400 |
| Ar | 14 | 180 | 100 – 600 |
| Kr | 17 | 240 | 100 – 1000 |
| Xe | 26 | 350 | 200 – 800 |
| vzduch | 15 | 365 | 100 – 800 |
| H ₂ | 5 | 130 | 150 – 600 |
| N ₂ | 12 | 342 | 100 – 600 |
| CO ₂ | 20 | 466 | 500 – 1000 |
| H ₂ O | 13 | 290 | 150 – 1000 |
| Hg | 20 | 370 | 200 – 600 |

Použitím tejto funkcie vo vzťahu (5.8) dostaneme

$$U_z = \frac{Bp_0d}{\ln(Ap_0d) - \ln[\ln(1 + 1/\gamma)]} \quad (5.10)$$

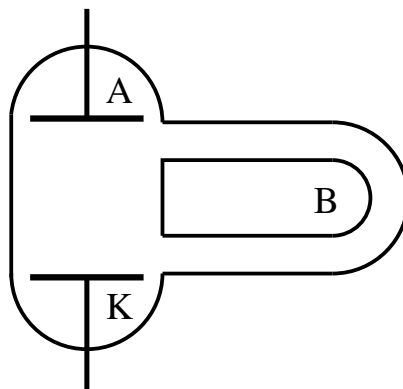
Zápalné napätie U_z ako funkcia p_0d je znázornené na obr. 5.5 pre argón pri troch rôznych hodnotách $\gamma = 0,1, 0,01$ a $0,001$. Vidíme, že zápalné napätie vykazuje minimum U_{zmin} , ktoré nadobúda pri hodnote $(p_0d)_{min}$. V čistých plynoch tieto veličiny obvykle nadobúdajú nasledujúce hodnoty: $U_{zmin} \in (200, 450 \text{ V})$ a $(p_0d)_{min} \in (4, 60 \text{ mmTorr})$. Krivku zápalného napätia nazývame **Paschenova krivka**.

Paschenovu krivku môžeme vysvetliť nasledovne. Ak začneme pri veľkých hodnotách znižovať súčin p_0d , tak sa zväčšuje energia, ktorú elektrón nadobudne na strednej voľnej dráhe, čím sa zápalné napätie znižuje. Po prechode minimom, sa uplatní iný jav, keď v dôsledku malej hodnoty súčinu p_0d elektrónová lavína začína mať obmedzený priestor na svoj rozvoj, v dôsledku zániku elektrónov na anóde. Preto zápalné napätie znova začína narastať. Táto vetva Paschenovej krivky je však nestabilná, pretože výboj si na zapálenie obvykle najde dlhšiu dráhu (pokiaľ tomu nezabrátime vhodnou konštrukciou výbojky). Tento jav možno demonštrovať na výbojke, v ktorej je okrem priestoru medzi elektródami aj bočná dráha s väčšou dĺžkou (obr. 5.6). Ak vo výbojke znížime tlak plynu na takú hodnotu, že so súčinom p_0d sa dostaneme na nestabilnú vetvu Paschenovej krivky, výboj sa nezapáli medzi elektródami, ale na dlhšej dráhe v bočnej rúrke. Ak výbojku vyčerpáme na vysoké vákuum, primárne elektróny pochádzajúce od kozmického žiarenia a rádioaktivity materiálov zanikajú na stenách bez zrážky s molekulami plynu. Preto sa medzi elektródami nemôže rozvinúť elektrónová lavína. Z tohoto pohľadu je



Obr. 5.5: Zápalné napätie U_z výboja v argóne ako funkcia súčinu $p_0 d$ pre rôzne hodnoty druhého Townsendovho koeficientu γ . Medzi zvislými šípkami sa nachádza oblasť hodnôt E/p_0 z tab. 5.1, v ktorej platí vzťah (5.9)

vákuum veľmi dobrým izolátorom. Tento fakt sa aj využíva v praxi na konštrukciu rôznych elektrotechnických súčiastok potrebných pri činnosti vysokonapäťových zariadení. Typickým príkladom sú vákuové kondenzátory v rezonančných obvodoch výkonových vysieláčov alebo priemyselných generátorov pracujúcich na vysokých frekvenciách. Prieraz vo vákuových súčiastkach (patria sem aj elektrónky na vysokonapäťové aplikácie) sa už



Obr. 5.6: Výbojka s bočnou dráhou B na demonštráciu nestability nízkotlakovej vetvy Paschenovej krivky

neriadi zákonitosťami z oblasti fyziky plazmy. Pri $p_0 d < 10^{-3}$ cmTorr elektrón preletí priestor medzi elektródami prakticky bez zrážok a teda nevytvorí sa žiadna lavína. Pôsobením silných elektrických polí však môže nastať autoemisija elektrónov z katódy. Tu

sa uplatňujú najmä mikroskopické nerovnosti a iné defekty povrchu. Pri väčších vzdialenostiach elektród náhodne vzniknuté elektróny – po urýchlení vysokým napätím – pri dopade na anódu generujú röntgenovo žiarenie, ktoré z katódy môže emitovať ďalšie elektróny, čím sa spustí proces, pri ktorom tok elektrónov narastá. V prevádzke vákuových súčiastok s veľkými výkonmi môže nastať lokálne prehriatie povrchu elektród, z ktorých sa uvoľňujú absorbované plyny a pary materiálu elektród. Tak sa naruší v systéme vákuum a medzi elektródami sa zapáli oblúkový výboj, ktorý ohrevom elektród si už sám zabezpečuje ďalšie odparovanie kovu. Tento proces obvykle končí poškodením vákuovej súčiastky. Len na ilustráciu porovnajme elektrickú pevnosť medzery medzi elektródami o veľkosti 1 mm. V prípade vzduchu pri atmosferickom tlaku je prierazné napätie 4,4 kV; ak elektródy umiestnime do vákua, tak napätie stúpne až na 100 kV.

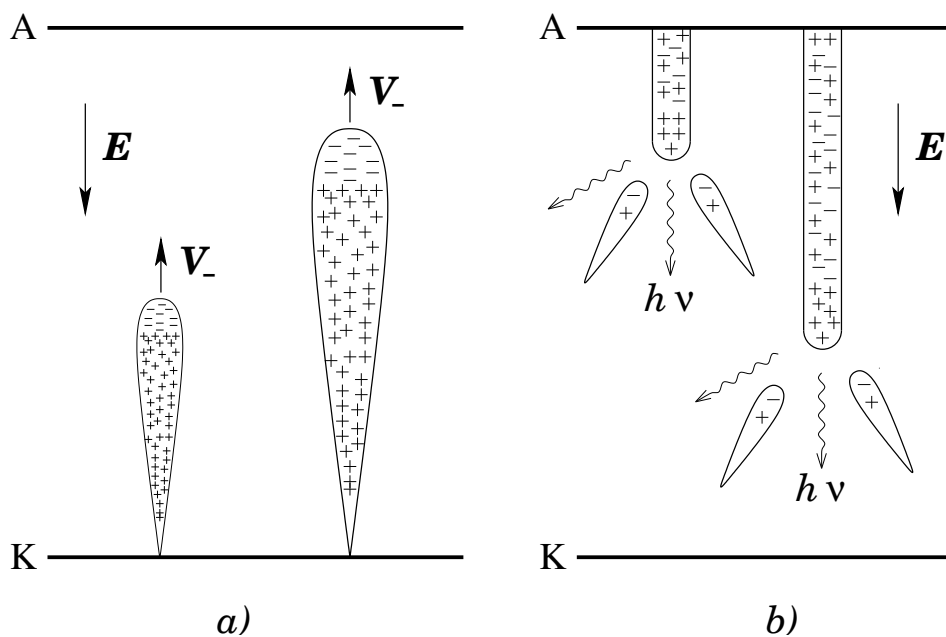
Pri porovnávaní rovnice (5.10) s experimentom sa pozoruje dobrý súhlas v okolí minima, ale pri veľmi malých a príliš veľkých hodnotách p_0d sa už pozoruje nesúhlas. Analyzujeme teraz možné príčiny týchto odchýliek. Prvé obmedzenie presnosti rovnice (5.10) vyplýva z platnosti aproximácie (5.9) (pozri posledný stĺpec tab. 5.1). Na obr. 5.5 sa oblasť platnosti nachádza medzi zvislými šípkami. Toto obmedzenie sa dá ľahko odstrániť použitím dokonalejších aproximácií pre prvý Townsendov koeficient δ .

5.2.5 Teória streamerov

Ani presná znalosť funkcie F vo vzťahu (5.7) neposkytuje správne hodnoty zápalného napätia pre $p_0d > 200$ cmTorr. Zistilo sa totiž, že na zápalné napätie nemá vtedy vplyv materiál katódy (nezávislosť od γ) a zapalovanie výboja nastáva skôr, než kladné ióny stihnú dopadnúť na katódu (pri veľkých hodnotách p_0d by sa čas prierazu mal predĺžiť podľa teórie Townsendovho výboja, či už predĺžením dráhy, ktorú musia nabité častice prekonať, alebo zmenšením ich driftovej rýchlosti pri väčšom tlaku). Ďalšie anomálie sa objavili pri atmosferickom tlaku a veľmi veľkých vzdialenostiach elektród 10 – 30 m, keď vo vzduchu sa pri prieraze pozorovalo stredné elektrické pole 1 – 2 kV/cm. Pri malých vzdialenostiach sa dosahujú polia až 32 kV/cm. Dokonca pri atmosferických tlakoch neplatí ani Paschenov zákon; zápalné napätie závisí od tlaku a vzdialenosti elektród oddelene a nie prostredníctvom ich súčinu. Pochopenie všetkých týchto anomálií si vyžiadalo úplne nové experimentálne prístupy, pri ktorých sa sleduje časový vývoj procesov po naložení napätia na elektródy (teória Townsendovho výboja sa zaoberala ustáleným stavom). Základné zlepšenie v experimente priniesla aplikácia Wilsonovej hmlovej komory a technika na sledovanie rýchlych dejov (rýchlostné kamery a rýchle pamäťové osciloskopy).

Napr. pri aplikácii Wilsonovej hmlovej komory sa elektródy vložia do nádoby komory a vysoké napätie na nich má tvar pravouhlého impulzu (kratší ako $1 \mu\text{s}$). V tom istom okamihu sa zníži tlak v komore a následne nastane kondenzácia pár v miestach výskytu kladných iónov. Zmenou dĺžky trvania impulzu meníme čas vývoja lavíny; po vypnutí vysokého napätia sa totiž šírenie lavíny zastaví. Typická geometria lavíny pri vysokom tlaku, ktorá štartuje z emitovaných elektrónov na katóde, je pre dve dĺžky trvania impulzu vysokého napätia znázornená na obr. 5.7 a. Lavína má tvar rotačného kužeľa s osou kol-

mou na katódu. Elektróny, ktorých pohyblivosť je rádovo väčšia ako pohyblivosť kladných iónov, sú koncentrované v čele lavíny, zatiaľ čo pomalé kladné ióny ostávajú rovnomerne rozložené v miestach svojho vzniku. Lavína sa smerom k anóde rozširuje. Je to spôsobené pričnou difúziou elektrónov, ktoré majú rádovo väčší koeficient difúzie ako kladné ióny (podľa (3.33) je to dôsledok väčšej pohyblivosti elektrónov a aj väčšej strednej energie chaotického pohybu). V neskorších fázach sa na rozširovaní začne podieľať aj priestorový náboj elektrónov. Priemer najširšej časti pri atmosferickom tlaku je 0,1 – 1 mm. Malá driftová rýchlosť kladných iónov má za následok, že potenciálová emisia elektrónov z katódy nemá vplyv na prierez pri veľkých hodnotách p_0d (v experimentoch sa prierez pozoroval skôr, ako na katódu stihli dopadnúť kladné ióny z lavíny). Takto možno vysvetliť prečo prierazné napätie nezávisí od materiálu katódy. S nárastom dĺžky lavíny sa zväčšuje kon-



Obr. 5.7: Procesy prebiehajúce pred prierazom v plyne pri atmosferickom tlaku [13]: a) elektrónová lavína v dvoch po sebe idúcich okamihoch: čelo lavíny sa pohybuje driftovou rýchlosťou elektrónov V_- smerom k anóde; b) šírenie kladného streamera od anódy spolu so sekundárnymi lavínami v blízkosti jeho čela a emitovanými fotónmi $h\nu$

centrácia elektrónov až na také hodnoty, že sa začne uplatňovať aj priestorový náboj. V pričnom smere spôsobuje tento náboj dodatočné rozšírenie lavíny oproti rozšíreniu, ktoré pochádza od difúzie elektrónov. V smere elektrického poľa priestorový náboj oslabuje pole v lavíne a následne ho ale zosilňuje medzi čelom lavíny a anódou. Ak lavína dosiahne ešte predtým anódu, tak efekt priestorového náboja sa výraznejšie neprejaví. V takom prípade nesúlad teórie lavín s experimentom pri $p_0d > 200\text{cmTorr}$ nemožno vysvetliť účinkom priestorového náboja. Na objasnenie prierazu treba použiť iné mechanizmy, v ktorých sa primárne elektróny nezískavajú potenciálovou emisiou z katódy, ale fotoionizáciou plynu v objeme [14, 13]. Tento mechanizmus však ešte si vyžaduje hlbšiu

analýzu na odstránenie niektorých paradoxov.

V prípade, že lavína má pre svoj rozvoj dostatočne dlhú dráhu (pri veľkých medzielektródových vzdialenostiach), tak ešte pred dopadom na anódu sa začne uplatňovať priestorový náboj nabitých častíc v lavíne. Vtedy sa zosilňuje elektrické pole mimo oblasti priestorového náboja lavíny – v blízkosti jej čela. Po príchode k anóde, elektróny zaniknú na nej a pred anódou ostane veľký kladný priestorový náboj. Pole od tohoto náboja sa pripočíta k pôvodnému poľu od elektród, čím sa pole prakticky zdvojnásobí. Súčasne sa v týchto miestach naruší homogenita pôvodného poľa pochádzajúceho od rovinných elektród. V silnom elektrickom poli sa prudko zvýši ionizácia plynu. V čele pôvodnej lavíny, vďaka vysokej koncentrácii elektrónov, sa intenzívne tvoria okrem nabitých častíc aj excitované atómy a ióny. Tieto pri deexcitácii emitujú fotóny s vysokou energiou, ktoré fotoionizáciou vytvárajú v okolí sekundárne lavíny (obr. 5.7b). Sekundárne lavíny sa potom šíria smerom ku kladnému priestorovému náboju – pozostatku primárnej lavíny. Elektróny sekundárnych lavín tak kompenzujú kladný náboj od primárnej lavíny, čím sa vytvára plazma a elektrické pole sa lokálne zoslabí pri súčasnom presune oblasti silného poľa smerom ku katóde. Takto sa šíri, smerom ku katóde, po pôvodnej dráhe primárnej lavíny nový útvar obsahujúci plazmu, ktorý nazývame **streamer**². Špeciálne, streamer šíriaci sa smerom ku katóde sa nazýva **kladný**. Priemer streamera je porovnateľný s polomerom čela primárnej lavíny, t.j. 0,1 – 1 mm.

Vidíme, že streamer zmení pôvodnú geometriu homogénneho elektrického poľa na pole nehomogénne, kde ionizačné procesy prebiehajú oveľa rýchlejšie. Vyžarované energetické fotóny zabezpečujú, že čelo streamera sa pohybuje ku katóde rádovo rýchlejšie ako čela lavín, ktorých rýchlosť sa rovná driftovej rýchlosti elektrónov. Tento proces ionizácie nazývame **ionizačná vlna**. Vplyv priestorového náboja teda zásadne mení pôvodné predpoklady Townsendovej teórie, pričom vznikajú komplikované väzby medzi elektrickým poľom a rozložením koncentrácie nabitých častíc, ktoré sa veľmi rýchlo rozvíjajú v čase. Pretože absorpcia energetických fotónov v plyne je náhodný proces, náhodne vznikajú aj sekundárne lavíny v okolí čela streamera. Tak sa môže stať, že počas pohybu čela streamera maximum koncentrácie vytvorených elektrónov mení svoju polohu náhodne, čo sa navonok prejaví lomeným charakterom dráhy streamera. Keď čelo kladného streamera sa priblíži ku katóde, vytvára sa medzi ním a povrchom elektródy silné elektrické pole. Súvisí to s tým, že v kanáli streamera sa nachádza plazma. Jej vodivosť je síce ešte veľmi malá, ale predsa sa len správa ako vodič s veľkým odporom. Preto potenciál čela streamera je blízky potenciálu anódy. To znamená, že rozdiel potenciálov medzi čelom streamera a katódou je rovnaký ako medzi anódou a katódou. Pole, ktoré sa v medzere vytvorí je podstatne silnejšie ako pôvodné pole medzi elektródami. Samozrejme tento uzáver je správny len vtedy ak úbytok napätia na streamere v dôsledku pretekajúceho prúdu je relatívne malý oproti napätiu medzi elektródami. Ak sa prúd cez streamer, ktorý pochádza od elektrónov prenikajúcich do jeho čela zo sekundárnych lavín a od kapacitného prúdu medzi čelom streamera a katódou, postupne zväčšuje, narastajúce elektrické pole

²Používame pôvodný anglický termín – v slovenčine zatiaľ nemáme ekvivalent.

v kanáli streamera zvyšuje energiu chaotického pohybu elektrónov, ktoré potom ďalej ionizujú plyn a s narastajúcou koncentráciou elektrónov sa znižuje odpor kanála.

V okamihu dotyku katódového streamera s povrchom katódy elektrické pole je také silné, že elektróny vytrhnuté z katódy, resp. od fotoionizácie sa rozmnožujú s obrovskou rýchlosťou. Takto sa vytvorí zárodok kanálu s vysokou elektrickou vodivosťou, ktorý sa šíri veľkou rýchlosťou (nameraná rýchlosť rádovo 10^9 cm/s) naspäť k anóde. Takto vznikne **spätná vlna** za čelom ktorej sa vytvára plazma s vysokou vodivosťou. Podobne ako u katódového streamera dochádza medzi spätnou vlnou a anódou k narastaniu poľa a následne k intenzívnej ionizácii. Keď takto vytvorený tenký elektrický kanál dosiahne anódu, prudko sa zvýši prúd, ktorý vyvolá intenzívnu ionizáciu a ohrev plynu v kanáli, ktorý prudko expanduje, čo v plyne vygeneruje rázovú vlnu. Navonok to počujeme ako ostrý zvuk, sprevádzaný silným zábleskom. V podstate sa jedná o oblúkový výboj, ktorý prakticky skratuje obidve elektródy. Nahromadená energia v kapacite elektród a v kondenzátoroch zdroja vysokého napätia sa odčerpá a následne elektrický oblúk zhasne. Oblúkový výboj s krátkou dobou trvania nazývame iskra³.

Ak podmienky pri šírení primárnej lavíny sú také, že kritická koncentrácia elektrónov sa dosiahne skôr ako čelo lavíny dosiahne anódu, tak lavína sa zmení na streamer v priestore medzi elektródami. V tomto mieste sa elektrické pole v plazme oslabí a naopak, v okolí sa pole zosilní, čím sa vytvoria podmienky pre rozvoj kladného streamera, o ktorom sme už hovorili. Teraz ale, ionizácia plynu môže postupovať aj – v pôvodnom smere – k anóde. Tak spolu s kladným streamerom vzniká aj streamer pohybujúci sa k anóde – **záporný streamer**. V tomto prípade sekundárne lavíny sú opačne orientované vzhľadom na čelo streameru (zachovávajú si svoju orientáciu vzhľadom na smer poľa) a kladné ióny z nich kompenzujú záporný priestorový náboj pred čelom streamera. Ionizáciu prostredia teraz zabezpečujú elektróny unikajúce priamo z čela streameru. Preto na rozdiel od kladného streamera, vznik sekundárnych lavín pri šírení záporného streamera nie je potrebný.

Po vysvetlení mechanizmu prerazu na základe streamerovej teórie, treba ešte najst' podmienku prechodu primárnej lavíny na streamer. Z toho čo sme hovorili je zrejmé, že k vzniku streamera treba v primárnej lavíne prekročiť určitú kritickú koncentráciu elektrónov, aby z ionizovaného plynu vznikla plazma. Na tento účel sa používa kritérium, keď pole priestorového náboja sa práve rovná nenarušenému poľu medzi elektródami. Spracovanie rozsiahleho experimentálneho materiálu pre rôzne plyny pri atmosferickom tlaku a vzdialenostiach elektród 1 – 10 cm, nakoniec viedlo k poznatku, že pri vzniku streameru by lavína mala obsahovať približne 10^9 elektrónov, čo možno napísať aj ako (podmienku formuloval Meek; E_k je potrebná intenzita poľa)

$$\alpha(E_k)d \approx 20.$$

Špecifický problém vzniká pri mnohometrových vzdialenostiach medzi elektródami. Tu sa už najčastejšie nejedná o homogénne elektrické polia. V okolí elektród je pole najsilnejšie a tu sa z lavín vytvárajú streamery. Ich dĺžka, v dôsledku malej elektrickej vodivosti,

³Doba trvania výboja nesúvisí s procesmi v plazme, ale závisí od charakteru zdroja vysokého napätia.

je obmedzená na niekoľko metrov. Preto streamer nie je schopný preklenúť veľkú vzdialenosť medzi elektródami. Napriek tomu však k prierazom tu dochádza pri elektrických poliach, ktoré na preklopenie vzdialenosti streamerom nestačia. Experimentálne sa totiž pozoroval vznik tenkého kanálu, ktorého elektrická vodivosť je o niekoľko rádov vyššia ako u streamera. Podľa súčasných poznatkov tieto útvary s veľkou vodivosťou vznikajú spájaním väčšieho počtu streamerov podobne, ako z väčšieho počtu sekundárnych lavín vzniká streamer. Kanál s veľkou vodivosťou prenáša potom potenciál anódy, v okolí ktorej vznikol, do miest s malou intenzitou elektrického poľa. Na konci kanálu, vďaka silnému poľu, sa z veľkého počtu lavín neustále tvoria streamery a následne z nich zasa nový úsek vodivého kanálu. Tento sa rýchlo predlžuje (rýchlosťou $2 \cdot 10^6$ cm/s) aj do oblastí, kde elektrické pole je slabé a kde streamer by sa už nemohol inak vytvoriť. Po dosiahnutí katódy sa pozdĺž vodivého kanálu rozvinie spätná vlna z ktorej vznikne iskra podobne, ako sme už o tom hovorili. Práve silne vodivý kanál vysvetľuje, prečo pri veľkých vzdialenostiach elektród býva priemerné elektrické pole rádovo slabšie ako pri vzdialenostiach malých. Typickým príkladom dlhých výbojov sú blesky, ktoré vznikajú počas búrky v prírode.

Všeobecne možno povedať, že teória prierazu plynov pri veľkých hodnotách p_0d nie je ešte uzatvorená a na jej doplnenie bude potrebné vynaložiť mnoho úsilia v experimentálnej i teoretickej oblasti.

5.3 Výboje v plynoch

Po dosiahnutí prierazu sa medzi elektródami rozvinie výboj, ktorého charakter závisí nielen od tlaku plynu a zloženia, ale v oveľa väčšej miere od tvaru elektród a vlastností zdroja napätia. Výboj v ustálenom stave môže existovať len vďaka toku elektrického prúdu cez prostredie výboja. Elektrickým prúdom sa do výboja neustále dopĺňa energia, ktorá sa z neho odvádza do okolia vo forme tepla a svetla. Po prerušení prúdu výboj rýchlo zaniká, pričom nabité častice pri vzájomných zrážkach zrekombinujú. V zásade rozoznávame tri základné druhy výboja

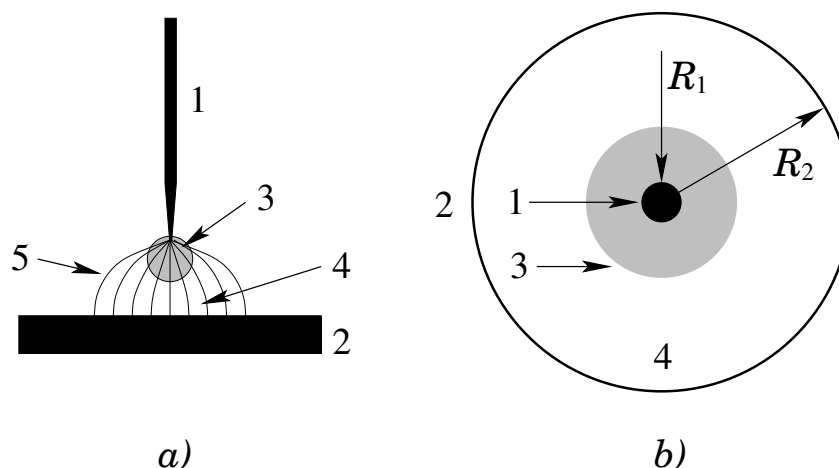
- korónový výboj
- tlecí výboj
- oblúkový výboj.

U týchto výbojov predpokladáme, že sú napájané jednosmerným prúdom. Na napájanie výboja však možno používať aj striedavé prúdy. Pri nízkych frekvenciách (napr. frekvencia siete) charakter výboja sa zachováva; periodicky sa mení len polarita elektród a následne poloha jednotlivých častí výboja. Zvyšovaním frekvencie sa postupne menia vlastnosti budených výbojov, čo sa potom objaví aj v ich názve: vysokofrekvenčné, mikrovlnné a optické výboje. Príslušné frekvencie ležia v pásmach jednotky až stovky megahertzov, 1 – 100 GHz a v pásme viditeľného svetla na frekvenciách výkonových laserov. Týmito výbojmi sa nebudeme bližšie zaoberať; podrobnosti možno najstť napr. v [13].

Opis stacionárnych výbojov sa zásadne odlišuje od procesov, ktoré dominujú pri zapáľovaní výboja, preto príslušné poznatky, o ktorých sme doteraz hovorili, sú aplikovateľné len obmedzene.

5.3.1 Korónový výboj

Korónový výboj (skrátene koróna) môže existovať iba v nehomogénnom elektrickom poli a pri tlakoch väčších ako 1 kPa. V homogénnom poli nie je stabilný, pretože ihneď prechádza do inej formy výboja (tlecí alebo oblúkový výboj). Nehomogénne pole vytvárame tak, že jedna z elektród má malý polomer krivosti. Pri takej elektróde môže vzniknúť elektrické pole dostatočné na lokálny prierez napriek tomu, že napätie medzi elektródami ešte nedosahuje hodnotu potrebnú na prierez priestoru medzi elektródami. Túto elektródu potom nazývame **korónujúca elektróda**. V praxi korónujúca elektróda máva najčastejšie tvar ihly alebo tenkého drôtu (obr. 5.8). V jej okolí je silné elektrické pole, v ktorom vznikajú elektrónové lavíny. Tieto však sa nemôžu rozšíriť do celého priestoru medzi elek-



Obr. 5.8: Korónový výboj v dvoch typických geometriách: a) hrot–rovina; b) koaxiálne usporiadanie valcových elektród. V týchto geometriách je: 1 – korónujúca elektróda (s malým polomerom krivosti); 2 – elektróda s veľkým polomerom krivosti; 3 – ionizačná vrstva; 4 – vonkajšia oblasť výboja; 5 – elektrické siločiar. Polomery vo valcovej geometrii sú označené R_2 a R_1 (pre korónujúcu elektródu)

tródami, pretože vďaka nehomogenite je tu pole podstatne slabšie, takže hodnota prvého Townsendovho koeficientu tu klesá na nulu. Oblasť ionizácie je tak viazaná len na okolie korónujúcej elektródy. Nazývame ju **korónujúca vrstva** alebo **ionizačná vrstva**. Vizuálne je pozorovateľná ako slabo svietiaci obal korónujúcej elektródy. Ostatnú časť, v ktorej nedochádza k ionizácii, nazývame **vonkajšia oblasť** korónového výboja. Pri zvyšovaní napätia medzi elektródami, rozmery korónujúcej vrstvy postupne narastajú, až vonkajšia oblasť úplne zanikne. Vtedy korónujúca vrstva dosiahne elektródu s veľkým polomerom krivosti a v priestore sa rozvinie iný druh výboja; tlecí alebo oblúkový –

podľa voltampérovej charakteristiky zdroja napätia. Podľa tohoto by sa dalo usudzovať, že koróna je ešte predprierazovým štádiom. Na druhej strane ale treba povedať, že je už samostatným výbojom – i keď sa podobá na Townsendov výboj – pretože po zapálení existuje aj bez vonkajšieho zdroja primárnych elektrónov.

Podľa polarít korónujúcej elektródy rozlišujeme **kladnú korónu** (na korónujúcej elektróde je pripojený kladný pól zdroja) alebo **zápornú korónu** (ak sa polarita elektród zamení). Vo všetkých plynch však stabilne existuje len kladný korónový výboj. Záporný korónový výboj je stabilný iba v elektronegatívnych plynch t.j. v plynch, ktorých molekuly sú schopné zachytiť elektrón a tak vytvoriť záporný ión (napr. kyslík, halogény). Tento jav možno názorne vysvetliť tak, že v prípade kladnej koróny, elektróny z elektrónovej lavíny driftujú smerom ku korónujúcej elektróde a teda neprenikajú do vonkajšej oblasti (sem sa dostanú iba kladné ióny). V prípade záporného korónového výboja do vonkajšej oblasti prenikajú elektróny z lavín a tu môžu spolupôsobením nárastu priestorového náboja, prípadne inými efektami narušujúcimi symetriu, vyvolať nestabilitu korónujúcej vrstvy, ktorá sa tak rozšíri až na anódu. Ak korónu zapálime v elektronegatívnom plyne, tak vo vonkajšej oblasti, kde pole je slabé, sa uplatní záchyt elektrónov a vytvorené záporné ióny majú rádovo menšiu driftovú rýchlosť a nie sú schopné ionizovať plyn, čím sa hranica korónujúcej vrstvy stabilizuje. Je zrejmé, že vo vonkajšej oblasti sa nachádza len jeden druh nabitých častíc, ktorých náboj má rovnakú polaritu ako je polarita korónového výboja. Ionizovaný plyn v koróne teda buď plazmou vôbec nie je alebo ňou môže byť len v korónujúcej vrstve. Môžeme sa stretnúť aj s prípadom, keď obidve elektródy, vzhľadom na ich vzdialenosť, majú malé – ale porovnateľné – polomery krivosti. Vtedy sú obidve elektródy korónujúce a teda pri jednej z nich je kladný a pri druhej záporný korónový výboj. Tento typ výboja nazývame **bipolárny korónový výboj**.

Kritérium pre nehomogenitu elektrického poľa potrebnú na existenciu koróny, možno ľahko získať pre koaxiálne usporiadanie elektród (obr. 5.8 b), keď z podmienky stability hranice korónujúcej vrstvy, dostaneme

$$\frac{R_2}{R_1} > \epsilon \approx 2,718 \dots,$$

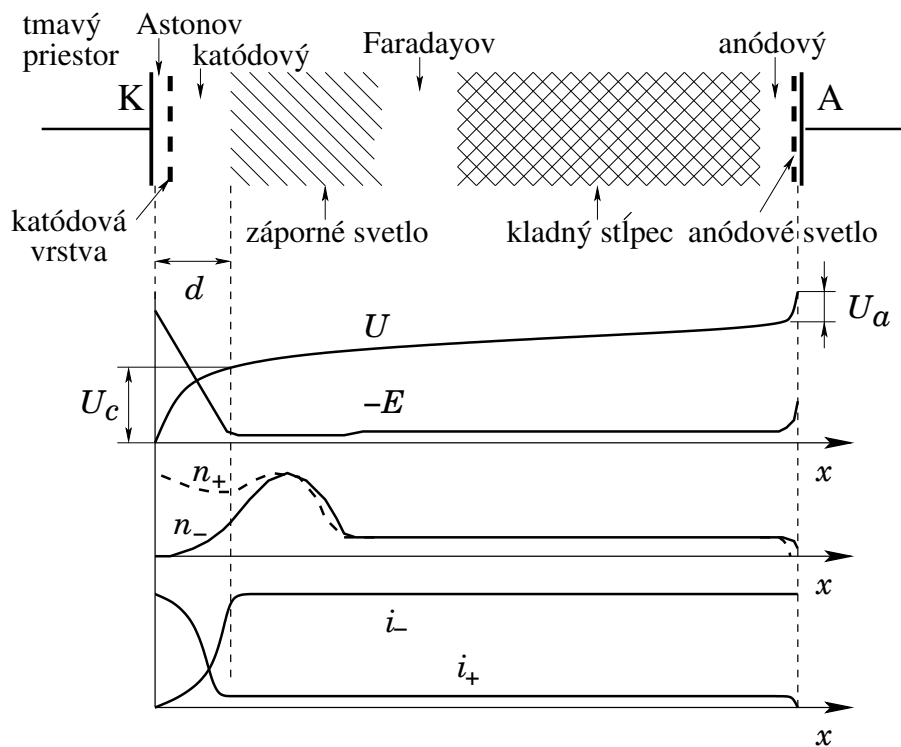
kde ϵ je Eulerovo číslo. Pri praktických odhadoch sa kritérium používa v zjednodušenom tvare: $R_2/R_1 > 3$.

V energetike sa s korónovým výbojom stretávame ako s nežiadúcim javom v okolí vodičov vedení vysokého napätia, ktorý spôsobuje pri prenose energie straty. Korónujúcimi elektródami sú v tomto prípade fázové vodiče vedenia. Druhou elektródou je okolitá pôda nad ktorou je vedenie postavené. Pretože všetky vedenia zabezpečujú prenos energie v trojfázovej sústave, medzi jednotlivými fázovými vodičmi je združené napätie, ktoré je $\sqrt{3}$ krát väčšie ako napätie fázové. Preto energetické straty medzi dvoma fázovými vodičmi sú podstatne väčšie ako medzi fázovým vodičom a okolitou pôdou. Pretože priemery troch fázových vodičov sú rovnaké, horí medzi nimi bipolárna koróna. Ďalej si treba uvedomiť, že na korónujúcej elektróde je striedavé napätie, preto koróna mení na vodiči v každej polperióde svoju polaritu (tzv. striedavá koróna). Energetické straty na jednom

vodiči o priemere 25 mm dosahujú hodnotu 1 kW/km pri napätí 320 kV ak je slnečné počasie a pri napätí 220 kV pri slabom daždi. Aby sa tieto straty obmedzili, každá fáza v rozvodoch pre 440 kV pozostáva z troch paralelne vedených vodičov (sú uložené vo vrcholoch rovnostranného trojuholníka). Týmto opatrením sa zväčší efektívny polomer korónujúcej elektródy, takže intenzita elektrického poľa v okolí vodičov sa zmenší.

5.3.2 Tlecí výboj

Tento typ výboja horí pri tlakoch 1 – 10 000 Pa a prúdoch 0,1 – 100 mA. Pri atmosferickom tlaku ho možno udržať iba pri dostatočne malých prúdoch, aby sa elektródy veľmi nezahrievali. V opačnom prípade by totiž prešiel do výboja oblúkového. Preto typické tlecie výboje horia v sklenených výbojkách, s vákuotesne zatavenými prívodmi ku katóde a anóde, pri napätí niekoľko sto voltov a prúdoch desiatky mA. Štruktúra tlecieho výboja je pomerne zložitá, ako to vidno na obr. 5.9. Tlecí výboj pozostáva z častí jasne svietiacich (najvýraznejšie sú záporné svetlo a kladný stĺpec) a z častí menej vy-



Obr. 5.9: Štruktúra tlecieho výboja a priebehy pozdĺžneho poľa E , potenciálu U , koncentrácie nabitých častíc n_+ a n_- a hustoty prúdu kladných iónov a elektrónov i_+ a i_-

žarujúcich, ktoré označujeme ako tmavé priestory. Z praktického hľadiska má najväčší význam kladný stĺpec, pretože intenzívne svieti a jeho dĺžku možno zväčšovať prakticky neobmedzene predlžovaním výbojky. Dĺžky ostatných častí tlecieho výboja sú dané druhom a tlakom plynovej náplne a teda sa nemenia pri zmene dĺžky výbojovej trubice. Na

obr. 5.9 sú znázornené aj pozdĺžne priebehy potenciálu U , elektrického poľa E , koncentrácie nabitých častíc n_- a n_+ a hustôt elektrického prúdu i_- , resp. i_+ . Elektrické pole je najsilnejšie pri katóde a potom lineárne klesá až po hranicu záporného svetla. Túto vzdialenosť d nazývame **hrúbka katódového spádu** a nárast potenciálu U_c pozdĺž tejto hrúbky sa volá **katódový spád potenciálu**. V ďalších častiach výboja je už elektrické pole približne konštantné, čomu prislúcha pozvoľný lineárny nárast potenciálu. Iba tesne pred anódou zasa nastáva zosilnenie elektrického poľa, čomu odpovedá aj strmý nárast potenciálu U_a , ktorý sa nazýva **anódový spád potenciálu**. Deje odohrávajúce sa v katódovom a anódovom spáde patria do kategórie interakcie plazmy s povrchom a tieto oblasti sú vlastne elektrickými dvojvrstvami cez ktoré tečie elektrický prúd (prípád 2. na začiatku odseku 4.1). Vznikajú tu miesta s nadbytkom kladného (pri katóde) alebo záporného náboja (pri anóde), čím sa významne narušuje kvázineutralita. Dôvodom je fakt, že katóda emituje elektróny iba v obmedzenej miere (ďalší nárast ich počtu zabezpečuje až lavínová ionizácia v objeme) a anóda kladné ióny vôbec neemituje (vznikajú až ďalej od anódy ionizáciou elektrónmi).

V oblasti kladného stĺpca a čiastočne aj v zápornom svetle sú koncentrácie elektrónov a kladných iónov rovnaké – je tu splnená podmienka kvázineutrality. Kladný stĺpec je plazmou, na ktorú možno aplikovať výsledky Schottkyho teórie s obmedzeniami odseku 4.4 (ambipolárna difúzia tu prebieha v radiálnom smere). Preto ak v laboratóriu potrebujeme získať slabo ionizovanú plazmu, často na tento účel využívame práve kladný stĺpec tlecieho výboja. Ako vidíme z grafu, v katódovom tmavom priestore koncentrácia kladných iónov je podstatne vyššia ako koncentrácia elektrónov, čo sa tu prejavuje aj vo veľkej prúdovej hustote kladných iónov. Mimo túto oblasť je hustota elektrického prúdu prenášaná elektrónmi podstatne väčšia, čo umožňuje formulovať záver, že vedenie elektrického prúdu v tlecom výboji zabezpečujú elektróny (čo je v súlade s odsekom 3.6) s výnimkou oblasti katódového spádu, kde naopak dominujú kladné ióny. I keď v zásade rozumieme štruktúre tlecieho výboja, stále ešte existujú tu určité detaily, ktoré neboli jasne pochopené.

Teraz si položíme dôležitú otázku: ktorá časť tlecieho výboja je najdôležitejšia pre jeho existenciu? Experimentálne sa zistilo, že pri posúvaní anódy sa mení iba dĺžka kladného stĺpca, ak ostatné parametre výboja, ako je prúd a tlak ostávajú konštantné. Ak postupne približujeme anódu ku katóde, tak sa kladný stĺpec skracuje, pričom napätie medzi elektródami sa pomaly znižuje. Pri určitej polohe anódy kladný stĺpec úplne zanikne. Pri ďalšom približovaní elektród sa začnú skracovať aj tie časti výboja, ktoré dovtedy svoju dĺžku nemerili: Faradayov tmavý priestor a potom záporné svetlo, až anóda sa dostane do vzdialenosti d od katódy, t.j. sa nachádza práve na mieste, kde sa predtým začínalo záporné svetlo. Až do tohoto okamihu napätie, počas približovania elektród, stále klesalo. V tejto polohe sa práve rovná katódovému spádu napätia U_c ⁴. Ak ešte ďalej priblížime anódu ku katóde, tak napätie medzi elektródami začne narastať. Toto interpretujeme tak, že začíname likvidovať časť tlecieho výboja, ktorá je pre jeho existenciu dôležitá a aby

⁴Týmto spôsobom sa aj meria veľkosť katódového spádu potenciálu U_c .

sa výbojový prúd zachoval, treba zvýšiť energiu elektrónov, čím ionizáciou narastie aj produkcia nabitých častíc, ktoré skrátením výboja sa v potrebnej miere už nevytvárali. Môžeme teda povedať, že pre existenciu tlecieho výboja je životne dôležitý katódový tmavý priestor s prilahlými časťami pri katóde.

Hodnota katódového spádu závisí od druhu plynu a od materiálu katódy; nadobúda hodnoty 80 – 400 V. Celkové napätie na výbojke obvykle dosahuje stovky voltov. Hrúbka katódového spádu d nezávisí od prúdu v širokom intervale, ale mení sa nepriamo úmerne s tlakom p , čiže súčin pd je konštantný. V závislosti od druhu plynu a materiálu katódy tento súčin leží v intervale 0,2 – 2 cmTorr. Podrobnejší výskum ukázal, že nabité častice pozdĺž katódového spádu sa tvoria lavínovou ionizáciou, podobne ako pri Townsendovom výboji, avšak teraz elektrické pole nie je homogénne, lebo treba zohľadniť aj vplyv priestorového náboja. Katódový spád je potom určený podmienkou pre zapálenie výboja v tvare

$$\exp\left(\int_0^d \delta(x) dx\right) = 1 + \frac{1}{\gamma},$$

kde γ je druhý Townsendov koeficient, charakterizujúci vlastnosti katódy. Táto podmienka je analógiou k (5.6) pre prípad nehomogénneho elektrického poľa. Podmienku možno získať z podobnej rovnice ako bola rovnica (5.5), s uvážením závislosti prvého Townsendovho koeficientu δ od polohy. Túto závislosť treba zohľadniť pri integrácii rovníc (5.2) a (5.3). Potom dostaneme

$$i = \frac{i_0 \exp\left(\int_0^d \delta(x) dx\right)}{1 - \gamma \left[\exp\left(\int_0^d \delta(x) dx\right) - 1\right]},$$

z čoho pre nulový menovateľ, dostaneme predchádzajúcu rovnicu. Možno teda povedať, že potenciálová emisia s lavínovou ionizáciou v oblasti katódového tmavého priestoru je mechanizmom udržania tlecieho výboja.

Fakt, že hodnota katódového spádu je daná druhom plynovej náplne a materiálom katódy, ktorá nezávisí od prúdu a tlaku (v určitom intervale) sa v elektrotechnike využívala na konštrukciu výbojkových stabilizátorov napätia (v súčasnosti sa na tento účel používajú Zenerove diody).

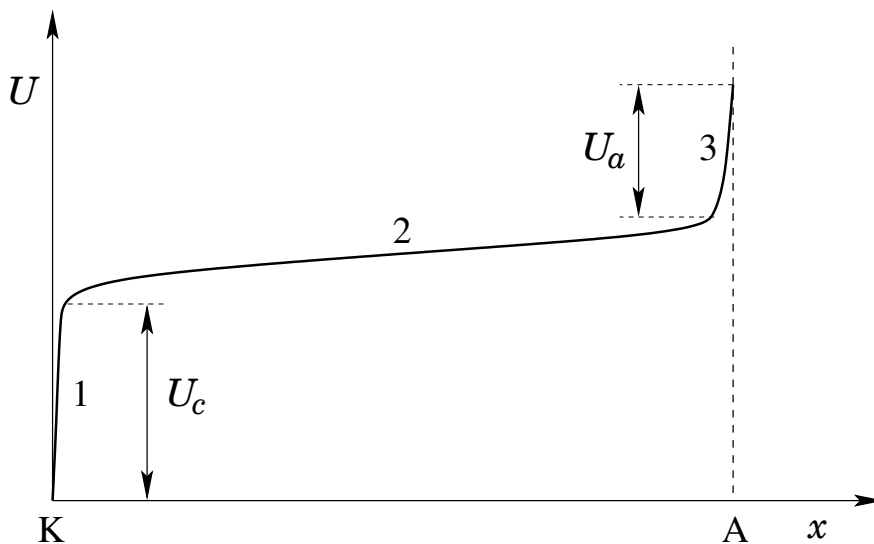
Vo Faradayovom tmavom priestore a v zápornom svetle koncentrácie elektrónov a iónov sú prakticky rovnaké. Napriek tomu tieto časti nepovažujeme za plazmu, pretože u elektrónov ešte prevláda usmernovaný pohyb od silného elektrického poľa v katódovom tmavom priestore. Dokonalá termalizácia v pohybe nabitých častíc nastáva až v kladnom stĺpci, ktorý – ako sme to už spomenuli vyššie – považujeme za plazmu. Kladný stĺpec tiež nemusí byť vždy homogénnou plazmou, ale môže nadobudnúť vrstevnatú štruktúru. Najľahšie možno pozorovať **stojace vrstvy**, keď kladný stĺpec nadobudne periodickú štruktúru pozostávajúcu zo svetlých a tmavých vrstiev. Ešte častejšie sa vyskytujú v kladnom stĺpci **pohyblivé vrstvy**, ktoré vizuálne nevidno, ale použitím vhodnej techniky (rotujúce zrkadlo, video kamera a pod.) ich možno zaregistrovať.

Nakoniec pri zvyšovaní tlaku a prúdu nastáva kontrakcia kladného stĺpca, keď pri spojitom zvyšovaní prúdu výboja, skokom sa zmenší polomer plazmy. Pritom sa na osi objaví jasne svietiaci povrazec, keď ostatná časť výbojky stemnie. Súčasne sa skokom zmenší pozdĺžne elektrické pole v plazme. Hlavné mechanizmy kontrakcie spočívajú v lokalizácii ionizácie molekúl plynu v blízkosti osi výbojky a súčasne začne prevládať rekombinácia nabitých častíc v objeme nad ich rekombináciou na stenách výbojky. Ukončená teória kontrakcie kladného stĺpca zatiaľ nebola formulovaná.

Pri zvyšovaní prúdu cez tlecí výboj sa zahrieva katóda pod vplyvom dopadajúcich kladných iónov. Takto sa môže stať, že potenciálovú emisiu elektrónov z katódy nahradí termoemisia alebo autoemisia. Prejaví sa to výrazným poklesom katódového spádu a tlecí výboj prejde do oblúkového výboja.

5.3.3 Oblúkový výboj

Oblúkový výboj (skrátene oblúk) horí počínajúc vákuom až po tlaky rádovo MPa a pri prúdoch väčších ako cca 1 A (presná hodnota závisí od druhu a tlaku plynu, ako i materiálu elektród). V zásade nepoznáme hornú hranicu tlaku a ani prúdu pre jeho existenciu. Je to zrejme spôsobené tým, že už neexistuje ďalšia forma výboja do ktorej by bolo oblúkovému výboju výhodné prejsť. Iný mechanizmus emisie elektrónov z katódy a veľká elektrická vodivosť plazmy oblúka spôsobuje, že napätie na oblúku je v porovnaní s tlecím výbojom rádovo menšie: na úrovni desiatok voltov. Charakteristický priebeh potenciálu pozdĺž oblúka vidno na obr. 5.10. Tento relatívne jednoduchý tvar zodpovedá aj priesto-



Obr. 5.10: Priestorové rozloženie potenciálu U v oblúkovom výboji ako funkcia polohy x medzi katódou K a anódou A: 1 – katódový spád potenciálu o veľkosti U_c ; 2 – kladný stĺpec; 3 – anódový spád potenciálu U_a

rovej štruktúre oblúka, ktorá pozostáva z katódového spádu, kladného stĺpca a anódového

spádu potenciálu.

Kladný stĺpec oblúka má pri nízkych tlakoch (1 – 10000 Pa) rovnaké vlastnosti ako kladný stĺpec tlecieho výboja. Pri zvyšovaní tlaku nastáva kontrakcia stĺpca a objavuje sa radiálny gradient teploty nabitých častíc i molekúl plynu. V plnom rozsahu tu platia poznatky o plazmovom stĺpci zobrazené na obr. 4.6. Pri atmosferických a vyšších tlakoch všetky zložky plazmy kladného stĺpca majú rovnaké teploty a sú v stave blízkom stavu termodynamickkej rovnováhy. Preto možno na výpočet koncentrácie nabitých častíc použiť Sahovu rovnicu. Vďaka kontrakcii oblúk pri atmosferickom tlaku nepotrebuje horieť vo výbojke. Názorne to vidíme pri zváraní kovov elektrickým oblúkom; výboj si vytvorí úzky kanál medzi elektródami. Dĺžka kladného stĺpca a teda aj dĺžka oblúka nie je ohraničená a závisí od vzdialenosti elektród a od dostatočne veľkého napätia elektrického zdroja. Ak elektródy približujeme k sebe, kladný stĺpec sa postupne skraca, až úplne zanikne a ostane len katódový a anódový spád.

Katódový spád potenciálu je najdôležitejšou časťou oblúkového výboja, podobne ako tomu bolo pri tlecom výboji. Namiesto potenciálovej emisie sa u oblúka môže uplatňovať termoemisia elektrónov z katódy. Pri veľkých prúdoch, dopadajúce kladné ióny katódu zahrievajú na také vysoké teploty, že termická emisia začne prevládať nad emisiou potenciálovou. Efektívnosť termoemisie je rádovo väčšia ako efektívnosť potenciálovej emisie. U potenciálovej emisii pripadá jeden emitovaný elektrón na 10 – 1000 dopadajúcich kladných iónov. Pri termoemisii pripadá na 1 dopadajúci kladný ión 2 – 9 emitovaných elektrónov [13]. Preto katódový spád môže poklesnúť na 10 – 20 V. Pretože hrúbka katódového spádu je veľmi malá, približne 200 nm, tak elektrické pole pri povrchu katódy nadobúda hodnoty do 10^8 V/m.

Mechanizmus termoemisie sa však môže uplatňovať iba u katód z ťažko taviteľných materiálov ako je volfrám, molybdén, tantal, uhlík a pod. Experimentálne poznatky však naznačujú, že katódový spád podobnej veľkosti existuje aj u ľahko taviteľných kovov ako je meď a železo. Tieto kovy majú podstatne nižší bod varu, takže sa intenzívne z katódy odparuje materiál, pričom sa kov ochladzuje. Preto u týchto kovov sa nedá dosiahnuť výrazná termoemisia. Namerané údaje naznačujú, že významnú úlohu tu hrá **autoemisia**, čiže voľné elektróny v kove prekonávajú výstupnú prácu kovu pôsobením silného vonkajšieho elektrického poľa. Toto pole vzniká od priestorového náboja v plazme, ktorá sa tesne pri povrchu koncentruje do malej oblasti s kolosálnymi prúdovými hustotami 10^8 A/cm² (pri termoemisii sú prúdové hustoty o tri rády menšie). Vizuálne toto miesto možno pozorovať na katóde ako intenzívne žiariacu plošku o rozmeroch rádovo 10 μm, ktorú nazývame **katódová škvrna**. Ak sa prúd cez oblúk zvyšuje, postupne sa skokom vytvárajú škvry ďalšie. To znamená, že na každú škvru pripadá maximálna hodnota prúdu od 1 A (ortuťová katóda) až 300 A (u volfrámu, ak sa neuplatní termoemisia). Katódová škvrna nie je zafixovaná na jednom mieste, ale obvykle sa premiestňuje po povrchu veľkými rýchlosťami (10 – 100 cm/s). Hrúbka katódového spádu nad škvrou je menšia ako 10 nm a intenzita elektrického poľa na povrchu dosahuje hodnoty až 10^{10} V/m. Súčasne s emitovanými elektrónmi z katódovej škvry sa intenzívne odparuje aj materiál katódy,

pričom približne na 10 emitovaných elektrónov pripadá 1 atóm [13]. Definitívna teória katódovej škrvny zatiaľ neexistuje, pretože sa jedná o veľmi komplikovanú problematiku, ktorá vyžaduje spoločný prístup fyziky kondenzovanej fázy s poznatkami o povrchových, medzifázových, plazmových, elektrických a tepelných procesoch a to všetko v podmienkach vysokých teplôt.

Anódový spád potenciálu v oblúkovom výboji má podobné vlastnosti ako v prípade tlecieho výboja. Pretože prúdy cez oblúk bývajú o niekoľko rádov väčšie, tak ohrev anódy od dopadajúcich elektrónov je veľmi silný, čo sa využíva napr. aj pri zvaraní kovových materiálov. Pri oblúkovom výboji horiacom pri nízkych tlakoch môže anódový spád nadobúdať aj záporné hodnoty. To znamená, že elektróny sú pred dopadom na anódu pribrzdené.

Doteraz sme o vzniku oblúkového výboja hovorili v súvislosti s inými druhmi výboja, ktoré pri zvyšovaní výbojového prúdu prešli do oblúka. V praxi tento spôsob zapalovania je veľmi neekonomický, pretože vyžaduje mať k dispozícii zdroj schopný súčasne dodať aj veľké napätie aj veľký prúd. Tento problém možno vylúčiť tak, že oblúk zapalujeme krátkodobým skratom medzi elektródami. Vtedy stačí použiť zdroje s napätím do 70 V alebo i menej. V niektorých technických aplikáciách (napr. žiarivky) je potrebné udržiavať oblúkový výboj pri menších prúdoch (0,2 A) ako je hodnota potrebná na zabezpečenie termoemisie z elektródy. V takom prípade je možné zapáliť a udržať oblúk pomocou kysličníkovej katódy žeravenej z externého zdroja.

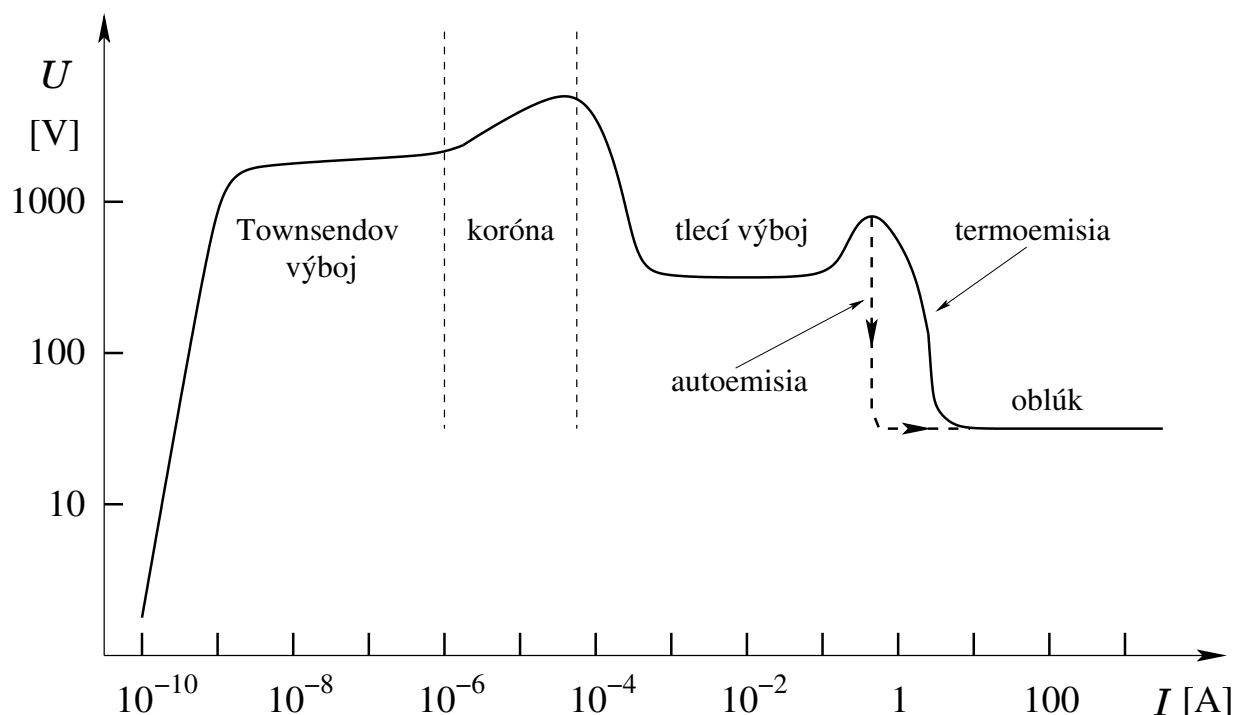
Na záver ešte spomenieme oblúkový výboj horiaci vo vákuu – **vákuový oblúk**. V skutočnosti však tento typ oblúka horí v parách kovových elektród medzi ktorými sa oblúk zapáli. V mieste katódovej škrvny odparujúci sa kovový materiál uniká do vákuu a tak sa vytvára oblak pár, v ktorom potom oblúk horí.

5.4 Evolúcia výboja

Aby bolo možné si urobiť všeobecnú predstavu o výbojoch, zobrazíme si napätie medzi elektródami ako funkciu výbojového prúdu. Pritom predpokladáme, že ostatné parametre (tlak plynu, tvar elektród a pod.) sú pre existenciu daného typu výboja zvolené optimálne. Výsledok takého zobrazenia je na obr. 5.11, kde na vodorovnej osi je vynesovaný dekadický logaritmus výbojového prúdu a na zvislej osi dekadický logaritmus napätia medzi elektródami. Tieto hodnoty sú samozrejme len orientačné odhady, pretože závisia aj od ostatných parametrov, ktoré tu nie sú konkretizované.

Sledujme teda elektrický prúd medzi dvoma elektródami, ktoré sú uložené v plynovej náplni, v závislosti od napätia na elektródach. Primárne elektróny od kozmického žiarenia a rádioaktívneho znečistenia materiálov výbojky začnú generovať elektrónové lavy medzi elektródami, čím sa rozvinie nesamostatný (Townsendov) výboj s prúdmi na úrovni do 10^{-8} A, pričom sa už pohybujeme s napätiami na úrovni niekoľko tisíc voltov. Ďalšie zvyšovanie napätia už spôsobí prechod k samostatnému výboju. Ak sú splnené podmienky pre korónový výboj, zapáli sa najprv tento. V opačnom prípade sa zapáli

tlecí výboj alebo rovno oblúkový výboj. Nárastom napätia na koróne sa rozširuje korónujúca vrstva, až nastane prechod do tlecieho výboja⁵, prípadne – najmä pri atmosferickom



Obr. 5.11: Oblasti existencie jednotlivých typov výbojov a evolúcia medzi nimi

tlaku – do oblúkového výboja. Pritom napätie na elektródach výrazne poklesne a pri ďalšom náraste ostáva približne konštantné (závisí to od dĺžky kladného stĺpca; čím je kratší, tým sú zmeny napätia menšie, pretože napätie sa približuje k hodnotám katódovému spádu). Konštantné napätie sa zachováva až do hodnôt prúdu rádu 0,1 A. Potom začne katódový spád narastať (tlecí výboj prechádza od normálneho k abnormálnemu) a pri prúdoch blízky k 1 A nastáva postupný prechod do oblúkového výboja. Postupný priebeh pozorujeme pri ťažko taviteľných katódach, keď sa uplatňuje termická emisía. U ľahko taviteľných materiálov, prechod od tlecieho výboja k oblúku sa odohráva skokom (na obr. 5.11 vyznačené čiarkovane). Napätie na oblúku pri náraste prúdu sa už výrazne nemení.

Ak podrobnejšie analyzujeme priebeh voltampérovej charakteristiky, vidíme jej kladný charakter iba po korónový výboj. Potom už výboje nadobúdajú zápornú voltampérovú charakteristiku. Tento fakt si treba uvedomiť pri práci s výbojmi: vyžadujú napájanie z prúdových zdrojov! Ak prúdový zdroj nie je k dispozícii, tak ho simulujeme napäťovým zdrojom so sériovým zaradením dostatočne veľkého odporu do obvodu s výbojom. Zaradený odpor obmedzí nadmerný nárast prúdu a tak stabilizuje pracovný bod výboja.

⁵Predpokladáme, že výboj napájame z prúdového zdroja.

Kapitola 6

Diagnostika plazmy

Diagnostika plazmy je experimentálnou metódou na určovanie parametrov plazmy. Za najdôležitejšie parametre plazmy považujeme najmä tieto:

- koncentrácia nabitých častíc
- stredná kinetická energia nabitých častíc (teplota)
- chemické zloženie plazmy – druhy a koncentrácie iónov
- druhy a koncentrácie excitovaných stavov molekúl a iónov
- intenzita elektrického a magnetického poľa v plazme.

Diagnostika plazmy predstavuje samostatný odbor vo fyzike plazmy, ktorý má svoje vlastné metódy i teóriu. V rámci prednášky sa budeme zaoberať iba základnými metódami:

- elektrostatická (Langmuirova) sonda
- bezkontaktné metódy (optická a vysokofrekvenčná diagnostika)
- korpuskulárna diagnostika.

Okrem údajov, ktoré možno získať diagnostikou plazmy často v teórii treba poznať údaje o účinných prierezoch pre pružné zrážky a pre nepružné zrážky (ionizácia, excitácia a disociácia molekúl). Tieto údaje umožňujú určiť tvar rozdeľovacej funkcie, pohyblivosti nabitých častíc, zrážkové i ionizačné frekvencie a pod. Problematika merania a počítania zrážkových prierezov úzko súvisí experimentálne i teoreticky s fyzikou atómov i molekúl. S týmito problémami sa nebudeme podrobnejšie zaoberať. V odbornej literatúre sa s nimi často stretávame pod názvom **elementárne procesy v plazme**.

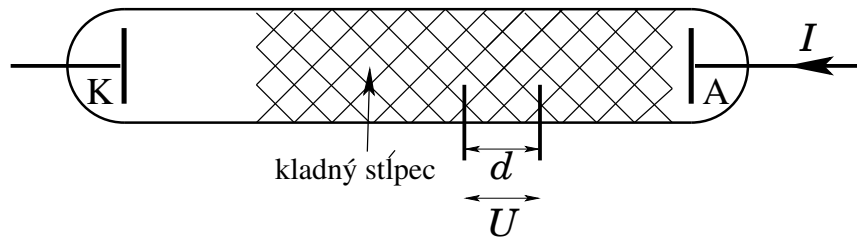
6.1 Určovanie koncentrácie elektrónov z výbojového prúdu

Metódu si objasníme na prípade kladného stĺpca tlecieho výboja v podmienkach, keď platí Schottkyho teória. Na vedení elektrického prúdu v plazme kladného stĺpca sa podieľajú

hlavne elektróny. Prúd môžeme vypočítať z prúdovej hustoty $i(r)$, pomocou pohyblivosti elektrónov μ_- , nasledovne

$$I = \int_0^R i(r) 2\pi r dr = 2\pi e \int_0^R n(r) \mu_-(E) E r dr,$$

kde za $n(r)$ dosadíme profil koncentrácie (4.15) podľa Schottkyho teórie. Intenzitu axiálneho elektrického poľa E možno určiť zmeraním pozdĺžneho gradientu potenciálu U pomocou dvoch elektród na plávajúcom potenciáli podľa obr. 6.1. Zo známej vzdialenosti



Obr. 6.1: Meranie pozdĺžneho spádu potenciálu U v plazme tlecieho výboja pomocou dvoch rovnakých elektród, ktoré sa nachádzajú na plávajúcom potenciáli

elektród d dostaneme: $E = U/d$. Pre takto určenú intenzitu poľa zistíme v literatúre pohyblivosť elektrónov $\mu_-(E)$ (pohyblivosť elektrónov závisí od poľa). Zavedieme označenie

$$K = 2\pi \int_0^R J_0\left(\varrho_B \frac{r}{R}\right) r dr = 2\pi R^2 \frac{J_1(\varrho_B)}{\varrho_B},$$

kde $J_1(\varrho)$ je Besselova funkcia prvého rádu, pričom $J_1(\varrho_B) = 0,5191 \dots$. Potom predchádzajúca rovnica nadobudne tvar

$$I = en_0 \mu_-(E) EK.$$

Z poslednej rovnice už ľahko určíme koncentráciu nabitých častíc na osi výbojky n_0 .

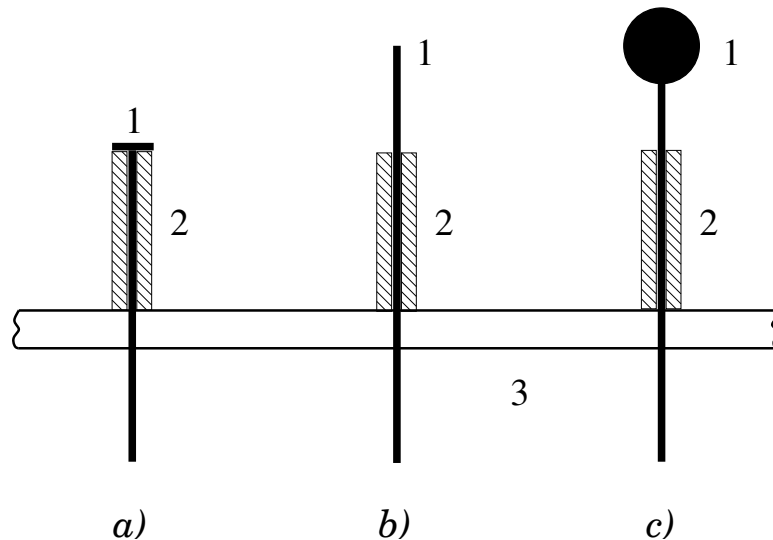
6.2 Elektrostatická (Langmuirova) sonda

Elektrostatická sonda je kovová elektróda, vložená do plazmy, ktorej potenciál možno meniť zapojením do elektrického obvodu. Na obr. 6.2 sú znázornené tri druhy sond: rovinná, valcová (cylindrická) a guľová (sférická). V praxi sa najčastejšie stretávame so sondou valcovou, pretože je technicky najľahšie realizovateľná – vo forme volfrámového alebo molybdénového (niekedy i platínového) drôtu o priemere¹ 0,1 – 1 mm. Malé rozmery

¹Čím tenší drôt zvolíme, tým menej sonda narušuje plazmu – tečie však na ňu aj menší prúd.

sondy umožňujú merať parametre plazmy v mieste, kde sa sonda nachádza. Elektrostatická sonda je relatívne veľmi jednoduché zariadenie, ale teória potrebná na vyhodnotenie nameraných údajov je zložitá.

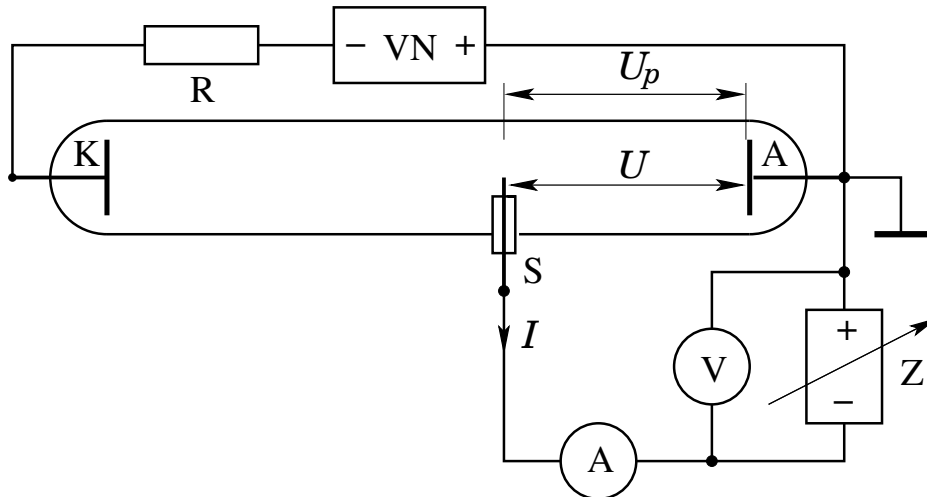
Meranie so sondou vyžaduje poznať prúd I , ktorý tečie na ňu v závislosti od potenciálu sondy U . Aby sme mohli potenciál sondy meniť, musíme ju zapojiť do vhodného



Obr. 6.2: Konštrukcia elektrostatickej sondy: a) rovinná sonda; b) cylindrická sonda; c) guľová sonda. 1 – sonda, 2 – izolátor, 3 – stena výbojky zo skla

elektrického obvodu. Na vytvorenie uzavretého obvodu treba mať v plazme okrem sondy ešte ďalšiu – tzv. **referenčnú** – elektródu. Ako referenčná elektróda sa obvykle používa anóda alebo katóda výbojky, prípadne ďalšia sonda vložená do plazmy v blízkosti prvej sondy. Posledné usporiadanie sa nazýva **dvojitá sonda**. Elektrický obvod na meranie so sondou v tlecom výboji je na obr. 6.3, kde referenčnou elektródou je anóda výbojky. Na udržanie výboja slúži zdroj vysokého napätia VN so sériovým odporom R na stabilizáciu výbojového prúdu. Napätie na sonde U možno meniť zdrojom premenného napätia Z . Úlohou obvodu je získať závislosť prúdu I od napätia na sonde U , ktorú nazývame (**volt-ampérová**) **charakteristika sondy**. Jej typický tvar je znázornený na obr. 6.4 a.

Predpokladajme najprv, že zmenou napätia U nastavíme nulový prúd sondy. Vtedy potenciál sondy je rovnaký ako v prípade, keď sonda nie je zapojená do vonkajšieho obvodu; t.j. nachádza sa na plávajúcom potenciáli U_f . Podobne ako pri izolovanej stene, aj v okolí povrchu sondy vznikne elektrická dvojrivrstva. Predpokladajme, že dvojrivrstva je bezzrážková, takže môžeme na ňu aplikovať výsledky z odseku 4.5 a hustotu toku kladných iónov môžeme vypočítať pomocou (4.18): $j_+ = n_+ V_b$. Veličina n_+ je koncentrácia kladných iónov na hranici medzi plazmou a dvojrivrstvou. Ak rýchlosť iónového zvuku vyjadríme pomocou vzťahu (4.22) a veľkosť povrchu sondy označíme ako S , prúd prenášaný



Obr. 6.3: Zapojenie na sondové merania v tlecom výboji (anóda A je referenčnou elektródou): S – sonda, VN – zdroj vysokého napätia na budenie výboja, R – sériový odpor na stabilizáciu výbojového prúdu, Z – zdroj premenného napätia, V a A – voltmeter a ampérmeter, I – sondový prúd, U – napätie medzi sondou a anódou, U_p – potenciál neporušenej plazmy v mieste sondy voči anóde (plazmový potenciál)

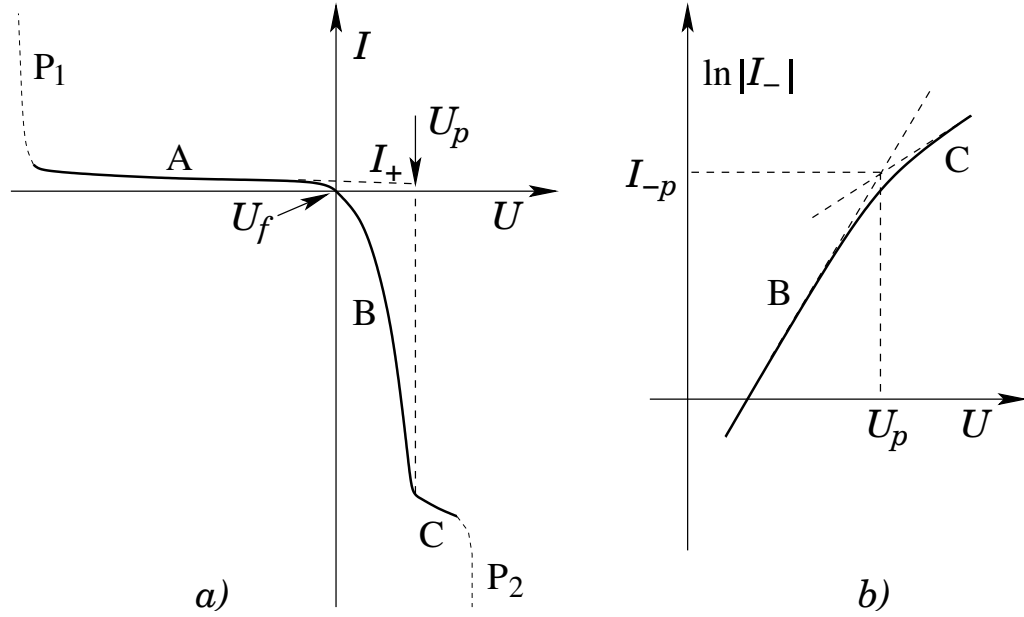
kladnými iónmi je

$$I_{+f} = e j_+ S \approx e n_+ S \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}}. \quad (6.1)$$

V práve uvažovanom prípade, tok elektrónov na sondu je rovnaký ako tok kladných iónov. Ak teraz potenciál sondy zmenšíme, sonda nadobudne zápornejší potenciál oproti plazme a tok elektrónov klesne; cez sondu teda začne tiecť kladný prúd prenášaný kladnými iónmi. Pri ďalšom zmenšovaní potenciálu elektróny prestanú úplne dopadať na sondu a prúd prenášajú výlučne iba kladné ióny; preto túto časť charakteristiky nazývame iónová vetva sondového prúdu (na obr. 6.4 označená ako A). Nárast prúdu v tejto oblasti je pomalý, čo súvisí s kladným priestorovým nábojom v elektrickej dvojvrstve okolo sondy, ktorý odtieňuje elektrické pole sondy. Ak však sonda nadobudne príliš vysoký záporný potenciál oproti plazme, prúd začne lavínovou ionizáciou narastať² (prerušovaná čiara označená ako P₁) a sonda preberie funkciu katódy. Prudký nárast sondového prúdu spôsobí jej silné ohriatie, čo obvykle vedie k zničeniu sondy.

Ak sondové napätie U mierne zväčšíme nad hodnotu plávajúceho potenciálu U_f , počet elektrónov schopných prekonať brzdiace elektrické pole vzrastie a teda zvýši sa tok elektrónov na sondu, čo sa prejaví záporným sondovým prúdom. Tak sa dostaneme na elektrónovú vetvu sondovej charakteristiky (označenú ako B), keď prúd narastá exponenciálne s U dovedy, až všetky elektróny prestanú byť brzdené elektrickým poľom sondy. Tento stav nastane, ak potenciál sondy U sa rovná potenciálu plazmy v okolí sondy U_p , čo sa prejaví na charakteristike zlomom pri prechode do oblasti nasýteného prúdu C.

²Primárne elektróny pochádzajú od potenciálovej emisie z povrchu sondy pri dopade kladných iónov.



Obr. 6.4: Charakteristika sondy v tlecom výboji: a) – lineárna mierka: A – iónová vetva I_+ , B – elektrónová vetva I_- sondového prúdu I , C – oblasť nasýteného elektrónového prúdu, v úsekoch P₁ a P₂ na sondu zapaľuje výboj, U_p – plazmový potenciál a U_f – plávajúci potenciál sondy; b) – semilogaritmické zobrazenie elektrónovej vetvy charakteristiky: I_{-p} – nasýtený elektrónový prúd

Očakávame, že nasýtený prúd by mal byť konštantný. V skutočnosti ale narastá, čo súvisí s tým, že nie všetky elektróny, ktoré preniknú do elektrickej dvojvrstvy dopadnú aj na povrch sondy. Elektróny totiž môžu mať nenulový orbitálny moment vzhľadom na os alebo bod symetrie sondy. V bezzrážkovej dvojvrstve sa elektróny nezrážajú a tak nemôžu energiu odovzdať molekulám plynu. Veľký vplyv na tvar charakteristiky v oblasti nasýteného prúdu má preto aj geometria sondy. Najmenej sa vplyv orbitálneho momentu uplatňuje u rovinnej sondy.

Pretože elektróny sa v elektrónovej vetve charakteristiky nachádzajú v brzdiacom poli, prevláda ich tepelný pohyb nad usmerneným pohybom. Potom elektrónovú zložku prúdu možno napísať s využitím poznatkov odseku 4.5.2 nasledovne

$$I_- = -\frac{1}{4}eSn_{-s}\langle c_- \rangle = -\frac{1}{4}eSn_- \sqrt{\frac{8kT_-}{\pi m_-}} \exp\left[\frac{e(U - U_p)}{kT_-}\right] = I_{-p} \exp\left[\frac{e(U - U_p)}{kT_-}\right], \quad (6.2)$$

kde n_{-s} je koncentrácia elektrónov pri povrchu sondy a n_- je koncentrácia elektrónov v plazme. Symbol I_{-p} označuje nasýtený elektrónový prúd pri plazmovom potenciáli $U = U_p$

$$I_{-p} = -\frac{1}{4}eSn_- \sqrt{\frac{8kT_-}{\pi m_-}}. \quad (6.3)$$

Predstavu o relatívnej veľkosti prúdov v iónovej a elektrónovej vetve, získame z pomeru

nasýtených prúdov

$$\frac{I_{+f}}{|I_{-p}|} = \sqrt{\frac{2\pi m_-}{m_+}} < 0,058,$$

takže iónový prúd je rádovo menší ako elektrónový.

6.2.1 Určenie teploty elektrónov

Ak zlogaritmujeme absolútnu hodnotu elektrónového prúdu v rovnici (6.2), dostaneme

$$\ln |I_-| = \ln |I_{-p}| + \frac{e(U - U_p)}{kT_-}.$$

Ak teda zobrazíme elektrónový prúd v semilogaritmickej mierke ako funkciu U , tak dostaneme priamku, ktorej smernica e/kT_- poskytne teplotu elektrónov (obr. 6.4 b). Ak v zobrazení nie je priamkový úsek, rozdeľovacia funkcia má tvar odlišný od Maxwellovho rozdelenia. Existujú metódy vyhodnotenia (relatívne zložité), pomocou ktorých sa dá určiť aj tvar rozdeľovacej funkcie.

Ústredným problémom sondových meraní je určiť závislosť elektrónového a iónového prúdu od potenciálu sondy. Tieto veličiny nie sú priamo merateľné – merať vieme totiž len ich súčet

$$I(U) = I_-(U) + I_+(U).$$

Preto v praxi postupujeme tak, že iónový prúd v okolí plávajúceho potenciálu U_f určujeme extrapoláciou iónovej vetvy až po plazmový potenciál U_p .³ Presný matematický tvar extrapolácie vyplýva z teoretickej závislosti iónového prúdu I_+ od rozdielu potenciálov $U - U_p$. My sa teraz obmedzíme na najjednoduchší prípad lineárnej extrapolácie, ktorá je na obr. 6.4 a označená čiarkovane (pod symbolom I_+). Pomocou takto určených hodnôt $I_+(U)$ už ľahko vypočítame elektrónový prúd $I_-(U) = I(U) - I_+(U)$, ktorý následne zobrazíme v semilogaritmickej mierke (obr. 6.4 b).

6.2.2 Určenie koncentrácie nabitých častíc

Akonáhle poznáme teplotu elektrónov, vrátime sa k vzťahu (6.3), z ktorého vyjadríme koncentráciu elektrónov

$$n_- = \frac{4|I_{-p}|}{eS} \sqrt{\frac{\pi m_-}{8kT_-}}.$$

Hodnotu nasýteného prúdu $|I_{-p}|$ odčítame zo zlomu lineárnej závislosti na obr. 6.4 b. Na určenie koncentrácie kladných iónov treba poznať iónový prúd I_{+f} vo vzťahu (6.1). Určíme ho z hodnoty extrapolovaného iónového prúdu v bode $U = U_f$. Potom platí

$$n_+ = \frac{I_{+f}}{eS} \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}}.$$

³Ďalej už iónový prúd rýchlo klesá na nulu, lebo ióny sa nachádzajú v brzdiacom poli.

Takto teda získame koncentrácie elektrónov i iónov, ktoré sa obvykle od seba líšia. Neznamená to však porušenie kvázineutrality plazmy, ale naznačuje to obvykle chyby v meraní oboch veličín. Najčastejším zdrojom chýb je na jednej strane približný charakter práve opísanej teórie a na strane druhej treba spomenúť chyby merania pochádzajúce najčastejšie od nestabilit v plazme, ktoré generujú šumy a oscilácie sondového prúdu.

6.3 Vysokofrekvenčná diagnostika

Vysokofrekvenčná diagnostika je bezkontaktnou metódou na určovanie koncentrácie elektrónov v plazme. Metódu označujeme za bezkontaktnú preto, že pri nej nevkladáme do plazmy žiadne pomocné elektródy, ktoré môžu lokálne narušovať plazmu. Princíp metódy spočíva v interakcii slabého vysokofrekvenčného poľa s elektrónmi plazmy.⁴

Východzím vzťahom pre vysokofrekvenčnú diagnostiku je rovnica (3.40)

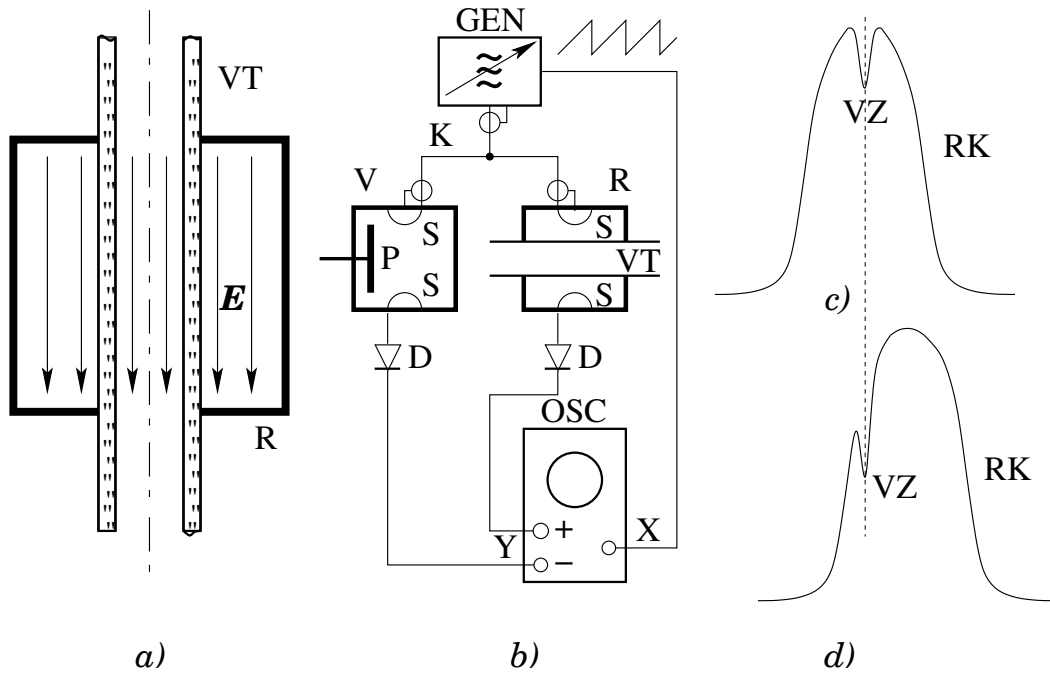
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 - j\nu_-/\omega)} \right],$$

kde pri aplikáciach predpokladáme $\nu_- \ll \omega$, takže útlm elektromagnetickej vlny pri prechode cez plazmu je zanedbateľný.

Jeden z možných spôsobov využitia tohoto vzťahu spočíva v stanovení kritickej frekvencie pre prechod elektromagnetickej vlny cez plazmu tak, ako sme už o tom hovorili v odseku 3.6.1. Kritická frekvencia sa rovná plazmovej frekvencii v mieste s maximálnou koncentráciou nabitých častíc. Touto metódou teda určujeme maximálnu hodnotu koncentrácie v plazme. Nevýhodou metódy je, že musíme mať široko preladiateľný zdroj vysokofrekvenčného signálu, čo býva technicky náročné. Pri generácii impulzných výbojov sa môže použiť aj jedna frekvencia, keď sa zaregistruje okamih prekročenia koncentrácie nad kritickú hodnotu na základe zaniknutia signálu v prijímači. Naopak pri zaniknutí plazmy sa zasa zaznamená okamih, keď koncentrácia poklesne pod kritickú hodnotu. V tomto prípade teda nepoznáme maximálne dosiahnutú koncentráciu, ale vieme zistiť, že určitá hodnota bola dosiahnutá spolu s časovým údajom keď sa tak stalo.

Veľmi citlivou metódou na meranie malých koncentrácií je **rezonátorová metóda**. Jej princíp spočíva v interakcii vysokofrekvenčného poľa v dutinovom rezonátore s elektrónmi v plazme. Prítomnosť plazmy sa tak prejaví rozladením rezonátora. Časť výbojky je v tomto prípade uložená v dutine rezonátora ako to vidno na obr. 6.5 a. Zvolený mód v rezonátore má zabezpečiť aby elektrické pole dosahovalo maximum v miestach, kde sa nachádza plazma a jeho tvar má byť čo najjednoduchší na výpočty. Taktiež sa prihliada na to, aby zvolený mód poskytoval čo najväčšiu kvalitu rezonátora, pretože od kvality výrazne závisí citlivosť metódy. Vlastné meranie prebieha tak, že si zobrazíme rezonančnú krivku RK rezonátora R na osciloskope OSC (obr. 6.5 b) pomocou frekvenčne rozmiataného mikrovlnného generátora GEN. Na frekvenčnú moduláciu sa obvykle pou-

⁴Kladné ióny so svojou veľkou hmotnosťou sa prakticky neuplatňujú, pretože elektrická vodivosť iónového plynu je rádovo menšia ako plynu elektrónového.



Obr. 6.5: Meranie koncentrácie elektrónov pomocou mikrovlnného rezonátora: *a)* – uloženie výbojky VT v cylindrickom rezonátore R, \mathbf{E} – siločiarly vF poľa; *b)* – blokové zapojenie aparátúry: GEN – mikrovlnný generátor s frekvenčnou moduláciou, K – koaxiálne vedenie, V – dutinový vlnomer s ladiacim piestom P, S – väzobné slučky, D – detekčné diody, OSC – osciloskop s diferenciálnym vstupom Y, X – horizontálny vstup s pripojeným pílovým modulačným napätím; *c)* – rezonančná krivka RK dutinového rezonátora pri vypnutom výboji, VZ – značka od vlnomeru; *d)* – posun rezonančnej krivky RK v prítomnosti plazmy

žíva napätie s pílovým priebehom. Vybudené elektrické pole v rezonátore väzobnou slučkou S sa detekuje pomocou ďalšej väzobnej slučky a diodou D sa usmerní. Po usmernení možno signál pozorovať na osciloskope v tvare rezonančnej krivky RK. Na obr. 6.5 *c)* je rezonančná krivka RK v prípade, keď vo výbojke nie je plazma. Na identifikáciu rezonančnej frekvencie možno použiť dutinový vlnomer V, ktorý doladíme pohyblivým piestom P tak, aby rezonančná krivka vlnomeru VZ splývala s maximom krivky rezonátora. Keď zapálime vo výbojke výboj, elektróny v plazme posunú rezonančnú frekvenciu rezonátora smerom k vyšším frekvenciám (plazma má permitivitu menšiu ako vákuum) ako to vidno na obr.6.5 *d)*. Rozladenie rezonátora potom určíme preladovaním vlnomeru V.

Rozladenie rezonátora závisí od permitivity a objemu plazmy v rezonátore. Súvis medzi permitivitou plazmy a koncentráciou elektrónov možno získať z predchádzajúceho vzťahu pri zanedbaní útlmu od zrážkovej frekvencie ν_-

$$n_- = \frac{\omega^2 m_-}{e^2} (\epsilon_0 - \epsilon) \quad (6.4)$$

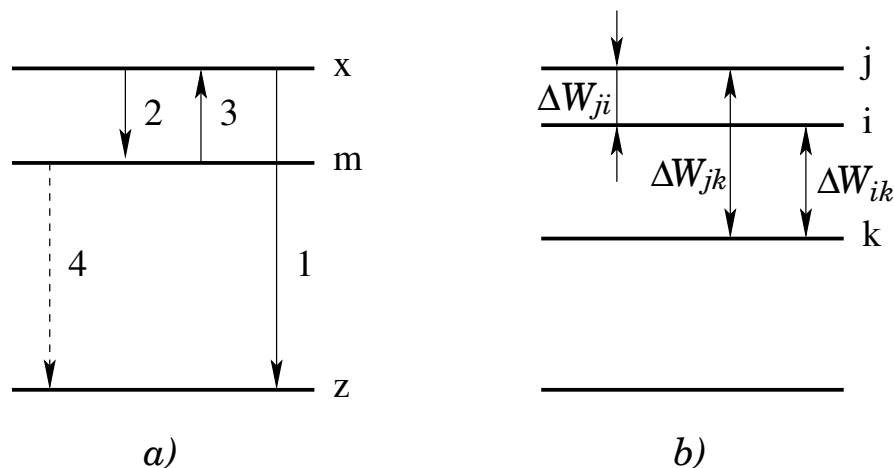
Výpočet rozladenia komplikuje skutočnosť, že elektrické pole ale i plazma v rezonátore sú

nehomogénne rozložené. Preto výpočet treba urobiť pre každé usporiadanie experimentu. Dokonca treba zobrať do úvahy aj geometriu a dielektrické vlastnosti skla výbojky. Zrážky elektrónov s molekulami plynu sa prejavujú – ako sme už o tom hovorili v odseku 3.6 – v imaginárnej časti permitivity. Následne sa to prejaví v poklese kvality rezonátora. Preto je v princípe možné rezonátorovou metódou merať okrem koncentrácie elektrónov aj ich zrážkovú frekvenciu s molekulami plynu ν_- . Postupujeme pritom tak, že okrem zmeny rezonančnej frekvencie, meriame pomocou vlnomeru aj pološírku rezonančnej krivky, z čoho potom určíme kvalitu rezonátora.

V praxi používame frekvencie 3 – 9 GHz (výnimočne až 30 GHz) pri ktorých bývajú podmienky $\omega \gg \omega_p$ a $\omega \gg \nu_-$ obvykle dobre splnené. Nevýhodou vysokofrekvenčnej diagnostiky je, že nemeria koncentráciu elektrónov lokálne ako je tomu v prípade sondy.

6.4 Optická diagnostika

Rovnicu 6.4 možno použiť na určovanie koncentrácie elektrónov aj v pásme optických frekvencií. Na tento účel používame optické rezonátory a interferometre. Vzhľadom na frekvenčnú závislosť však už tieto metódy sú menej citlivé ako u vysokofrekvenčných metód. Preto ich hlavne využívame pri meraní väčších koncentrácií elektrónov. Pod optickou diagnostikou však rozumieme najmä diagnostiku, ktorá využíva žiarenie plazmy vo viditeľnej časti spektra, prípadne aj v infračervenej a ultrafialovej oblasti. Využívame teda vyžarovanie atómov a iónov (príp. i molekúl) pri prechode z excitovaného stavu do nižších energetických stavov, resp. do základného stavu. S týmito diagnostickými metódami sa stretávame aj pod súborným názvom **spektroskopia plazmy**. Obmedzíme sa len na prípady, keď pri vyžarovaní plazmy prevláda čiarové spektrum. Potom z relatívnej inten-



Obr. 6.6: Energetické hladiny v atóme: *a*) – prechody medzi hladinami: *z* – základný stav, *x* – excitovaný stav s krátkou dobou života, *m* – metastabilný stav; *b*) – energetické rozdiely medzi hladinami

zity žiarenia možno určovať relatívne koncentrácie excitovaných stavov s krátkou dobou života ($< 100 \text{ ns}$; na obr. 6.6 *a* označené ako x). Okrem stavov s krátkou dobou života sú v plazme prítomné aj excitované atómy s dlhou dobou života ($> 1 \mu\text{s}$), z ktorých najvýznamnejšiu úlohu hrajú **metastabilné stavy** atómov (na obr. 6.6 *a* označené ako m). U metastabilných stavov sú zakázané výberovými pravidlami prechody s dipólovým vyžarovaním (na obr. označený ako 4). Atómy v metastabilnom stave v plazme nevyžarujú a preto ich možno detekovať len pomocou absorpcie žiarenia z externého zdroja (odpovedajúci prechod 3). Spektroskopiu plazmy však možno využiť aj na určenie chemického zloženia častíc v plazme podľa výskytu charakteristických spektrálnych čiar.

Na diagnostické účely nie sú všetky prechody rovnako vhodné. Konkrétne prechod 1 do základného stavu na obr. 6.6 *a* je sprevádzaný **rezonančným žiarením**, ktoré podlieha silnej absorpcii v plyne a obvykle leží v ultrafialovej oblasti. Obidva fakty predstavujú nepohodlnú komplikáciu v prístrojovom vybavení i pri vyhodnocovaní. Preto sa snažíme vybrať také prechody medzi hladinami, ktorým prislúcha žiarenie vo viditeľnej oblasti a kde sa nevyskytuje samoabsorpcia. Na obr. 6.6 *a* týmto požiadavkám odpovedá prechod označený ako 2.

6.4.1 Určenie teploty z intenzity spektrálnych čiar

Teraz pristúpime k formulácii základných zákonitostí vyžarovania svetla v plazme. Označme ako I_{ik} tok energie elektromagnetického žiarenia dopadajúceho na detektor v spektrálnom zariadení (spektrograf, monochromátor a pod.) pre prechod z hladiny i na hladinu k , ktorému prislúcha frekvencia f_{ik} spĺňajúca podmienku $hf_{ik} = \Delta W_{ik}$ (obr. 6.6 *b*), kde h je Planckova konštanta. Za predpokladu, že v plazme nenastáva absorpcia emitovaného žiarenia (plazma je **opticky tenká**), tok energie vyžarovaného svetla môžeme vyjadriť

$$I_{ik} \propto N_i A_{ik} h f_{ik},$$

kde A_{ik} je Einsteinov koeficient pre spontánnu emisiu a N_i je počet excitovaných atómov, z ktorých zachytávame žiarenie do spektrálneho zariadenia. Explicitne neuvedený bezrozmerný koeficient úmernosti opisuje geometrické faktory (napr. priestorový uhol z ktorého dopadá žiarenie na vstupnú štrbinu spektrografu) a ďalej citlivosť detektora. Ak by sme poznali všetky tieto parametre, boli by sme schopní určiť aj absolútne hodnoty koncentrácie atómov v príslušnom excitovanom stave. Taký prípad označujeme v diagnostike plazmy ako meranie **absolútnej intenzity čiar**. Je to náročná metóda, ktorá vyžaduje poznať geometriu žiariacej oblasti, vykonať presnú kalibráciu aparatury a pod.

Častejšie však v diagnostike plazmy pracujeme len s relatívnymi veličinami. Vtedy si zvolíme väčší počet skúmaných čiar v spektre. Zvoľme si teda ďalšiu čiaru v spektre s frekvenciou f_{jk} podľa obr. 6.6 *b*. Tok energie na detektor od tejto čiaru možno analogicky napísať ako

$$I_{jk} \propto N_j A_{jk} h f_{jk},$$

pričom predpokladáme, že geometrické faktory a citlivosť detektora sú aj na tejto frekvencii rovnaké ako v predchádzajúcom prípade. Potom pre pomer toku energií dostaneme

(v rovnakom pomere sú aj intenzity čiar)

$$\frac{I_{jk}}{I_{ik}} = \frac{N_j}{N_i} \frac{A_{jk}}{A_{ik}} \frac{f_{jk}}{f_{ik}}. \quad (6.5)$$

Hodnoty frekvencií a Einsteinových koeficientov možno získať zo spektroskopických tabuliek. Neznámy je však pomer N_j/N_i , ktorý určuje relatívnu obsadenosť hladín j a i v atómoch. Pretože excitáciu atómov vykonávajú elektróny pri nepružných zrážkach, tak obsadenie hladín súvisí s rozdeľovacou funkciou pre energiu elektrónov v plazme. Ak sa plazma nachádza v stave termodynamickej rovnováhy s teplotou T , tak pravdepodobnosť obsadenia hladín v atóme podlieha Gibbsovmu rozdeleniu

$$K g_i \exp\left(-\frac{\Delta W_{ik}}{kT}\right),$$

kde K je normovacia konštanta a g_i je štatistická váha stavu i . Potom pomer obsadenia excitovaných stavov i a k je

$$\frac{N_i}{N_k} = \frac{g_i}{g_k} \exp\left(-\frac{\Delta W_{ik}}{kT}\right),$$

čo je známe Boltzmannovo rozdelenie.

V našom prípade však požadujeme, aby žiarenie použité na diagnostiku sa v plazme neabsorbovalo, čo znamená, že nemôže byť v termodynamickej rovnováhe s časticami v plazme. Experimentálne merania ukazujú, že aj v takom prípade sa môže dosiahnuť Boltzmannovo rozdelenie obsadenia excitovaných hladín. Podmienkou je, aby zrážky elektrónov s molekulami hrali dominantnú úlohu pri prerozdeľovaní energie medzi energetickými hladinami v atóme. Vtedy elektróny znižujú deficit v obsadení vyšších vzbuđených hladín, ktorý vzniká nedostatočnou fotoexcitáciou v dôsledku úniku príslušných fotónov z plazmy, ktorá je priehľadná. Za takých podmienok aj keď žiarenie emitované z atómov voľne opúšťa plazmu, čím prestáva byť rovnovážnym, obsadenie excitovaných hladín ostáva aj naďalej Boltzmannovo. O takej plazme hovoríme, že sa nachádza v stave **lokálnej termodynamickej rovnováhy**. Potom teda pomer obsadenia stavov i a k aj naďalej opisuje predchádzajúca rovnica. Analogicky aj pre stavy j a k dostaneme

$$\frac{N_j}{N_k} = \frac{g_j}{g_k} \exp\left(-\frac{\Delta W_{jk}}{kT}\right),$$

z čoho pre pomer N_j/N_i vyplýva

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} \exp\left(-\frac{\Delta W_{jk} - \Delta W_{ik}}{kT}\right) = \frac{g_j}{g_i} \exp\left(-\frac{\Delta W_{ji}}{kT}\right),$$

V súlade s obr. 6.6 b sme zaviedli označenie $\Delta W_{ji} = \Delta W_{jk} - \Delta W_{ik}$.

Ak tento výsledok dosadíme do rov. (6.5), dostaneme

$$\ln\left(\frac{I_{jk}}{I_{ik}} \frac{A_{ik}}{A_{jk}} \frac{f_{ik}}{f_{jk}} \frac{g_i}{g_j}\right) = -\frac{\Delta W_{ji}}{kT}.$$

Všetky hodnoty na ľavej strane sú známe. Na pravej strane poznáme hodnotu ΔW_{ji} , takže sme schopní vypočítať teplotu T (presnejšie povedané teplotu elektrónov, pretože tieto excitujú atómy). V praxi je však výhodnejšie používať údaje pre väčšie množstvo spektrálnych čiar. Namerané hodnoty potom spracujeme tak, že ľavé strany, pre rôzne kombinácie prechodov, vynášame v závislosti od príslušných hodnôt ΔW_{ji} do grafu. Ak v plazme sa obsadzovanie hladín v atómoch riadi Boltzmannovým zákonom, ležia body na priamke so sklonom $-1/kT$. Takto teda určíme teplotu elektrónov presnejšie a zároveň testujeme platnosť Boltzmannovho zákona pre obsadzovanie excitovaných hladín v atómoch. Pri meraní sa snažíme pokryť čo najširší rozsah hodnôt ΔW_{ji} v rozsahu citlivosti spektrálneho zariadenia. Ak body neležia na priamke a ak možno vylúčiť chyby merania, tak to signalizuje, že plazma sa nenachádza v lokálnej termodynamickovej rovnováhe.

Praktické skúsenosti ukazujú, že lokálnu termodynamickú rovnováhu možno dosiahnuť pri relatívne vysokých koncentráciách elektrónov, ktoré sa vyskytujú v oblúkovom výboji pri atmosferických tlakoch. Tak napríklad v [26] sa uvádzajú prúdy oblúka > 10 A v argóne a > 200 A v héliu. Vtedy je výmena energie medzi elektrónmi a molekulami plynu taká intenzívna, že teplota elektrónov je už blízka teplotám ťažkých častíc v plazme. V prípade tlecích výbojov sa nedosahujú také vysoké koncentrácie elektrónov a preto určovanie teploty elektrónov metódou relatívnych intenzít nie je použiteľné.

6.4.2 Určovanie parametrov plazmy z tvaru a šírky spektrálnych čiar

V dôsledku princípu neurčitosti a rôznych rušivých vplyvov okolia, vyžarovanie excitovaných atómov neprebíha na jednej frekvencii f_0 , ale v úzkej oblasti frekvencií s jedným maximom toku energie žiarenia pri frekvencii f_0 . Závislosť toku energie I od frekvencie f , resp. vlnovej dĺžky λ , nazývame profil čiar. Ak by sme skúmali vyžarovanie excitovaného atómu, ktorý sa nepohybuje a je izolovaný, tak šírka spektrálnych čiar je veľmi malá a je daná princípom neurčitosti (na úrovni 10 MHz resp. 10^{-5} nm, s Lorentzovým profilom). Excitované atómy a ióny v plazme sa pohybujú tepelným pohybom a neustále sa zrážajú navzájom alebo s ostatnými časticami, čo sa prejaví dodatočným zväčšením šírky vyžarovaných spektrálnych čiar.

Tepelný pohyb excitovaných atómov alebo iónov spôsobí, že pozorovateľ vníma frekvenciu vyžarovaného svetla posunutú v dôsledku Dopplerovho javu. Ak v je zložka rýchlosti zdroja v smere k pozorovateľovi (vtedy $v > 0$), pozorovanú frekvenciu možno napísať

$$f = \frac{f_0}{1 - v/c} \approx f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right),$$

kde f_0 je frekvencia v systéme spojenom so zdrojom a c je rýchlosť svetla. Použitá aproximácia je platná pri splnení podmienky $|v| \ll c$, čo je v prípade nízkoteplotnej plazmy a dokonca i v prípade vysokoteplotnej plazmy splnené. Náhodný charakter tepelného pohybu atómov alebo iónov spôsobí spojité rozmazanie čiar v závislosti od rozdeľovacej funkcie pre rýchlosti pohybu. Ak T je teplota a m hmotnosť vyžarujúcich častíc,

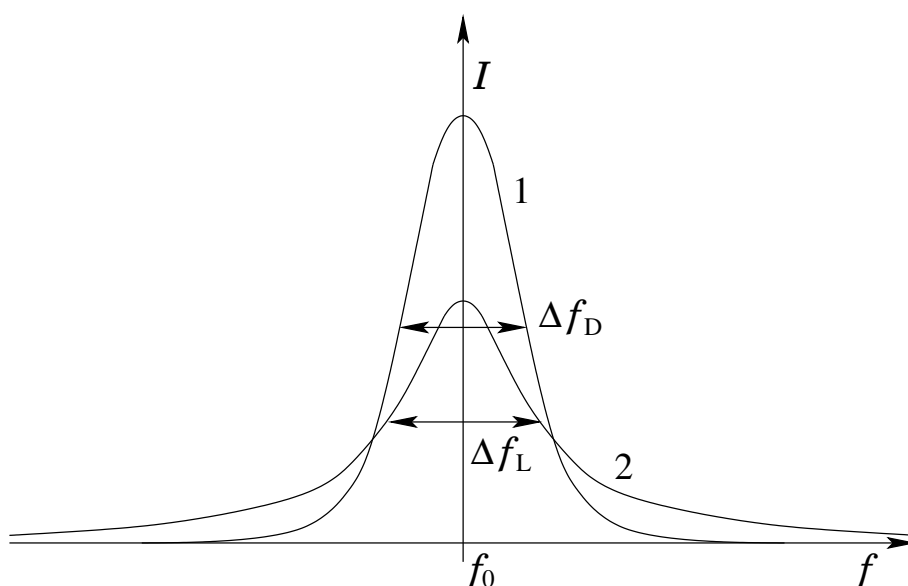
tak rozdeľovacia funkcia pre rýchlosť v smere k pozorovateľovi je daná jednorozmerným Maxwellovým rozdelením

$$A \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right),$$

kde A je normovacia konštanta. Ak vylúčime rýchlosť pomocou predchádzajúceho vzťahu, dostaneme normovaný Gaussov profil čiary (plocha pod krivkou profilu čiary je jednotková)

$$\frac{c}{f_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left[-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{f - f_0}{f_0}\right)^2\right].$$

Tento profil je na obr. 6.7 označený číslom 1. Rozšírenie charakterizujeme jedným parametrom, ktorý predstavuje šírku čiary v polovičnej výške Δf_D , resp. $\Delta\lambda_D$. Šírku čiary



Obr. 6.7: Normované profily spektrálnych čiar: 1 – Gaussov profil pre Dopplerovo rozšírenie; 2 – Lorentzov profil

pri Dopplerovom rozšírení vypočítame podľa vzťahu

$$\frac{\Delta f_D}{f_0} = \frac{\Delta\lambda_D}{\lambda_0} = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 7,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}},$$

kde do posledného výrazu dosadzujeme teplotu v K a M je atómová hmotnosť. Ak sledujeme Dopplerovo rozšírenie iónových čiar, môžeme určiť aj teplotu kladných iónov.

Dopplerovo rozšírenie na bežných spektrálnych zariadeniach nemožno pozorovať a preto treba používať prístroje s vysokou rozlišovacou schopnosťou (na ilustráciu uveďme, že v prípade atómu kyslíka pri teplote 10 000 K šírka má veľkosť 0,013 nm, pričom prístroje strednej triedy dosahujú rozlišovaciu schopnosť na úrovni 0,01 nm). Doteraz sme predpokladali, že atómy alebo kladné ióny majú zanedbateľnú driftovú rýchlosť. V opačnom

prípade sa Dopplerov jav prejavuje aj posunutím maxima čiar. Tento jav možno využiť aj na určovanie driftovej rýchlosti iónov v elektrickom poli plazmy alebo na určenie rýchlosti prúdenia plynu. Ak narastá tlak plynu, zvyšuje sa počet zrážok excitovaného atómu s molekulami plynu, čo sa prejavuje taktiež rozšírením spektrálnych čiar. Čiara má teraz Lorentzov profil (obr. 6.7), ktorý v normovanom tvare sa dá vyjadriť ako

$$\frac{2}{\pi} \frac{1}{\Delta f_L} \frac{1}{1 + [2(f - f_0)/\Delta f_L]^2},$$

kde Δf_L je šírka čiary v polovičnej výške.

Vplyv na čiary má aj elektrické pole v plazme pochádzajúce od nabitých častíc, keď sa uplatňuje Starkov jav. Vonkajšie elektrické pole totiž potlačí degeneráciu a rozštiepi energetické úrovně atómu. Tento jav sa najviac prejavuje v atóme vodíka, keď rozštiepenie hladín je úmerné intenzite elektrického poľa. U väčšiny ostatných atómov je Starkov jav slabší a rozštiepenie závisí kvadraticky od poľa. Preto pri diagnostike postupujeme tak, že do vyšetrovanej plazmy primiešame malé množstvo vodíka. Na diagnostiku je najvhodnejšia čiara H_β Balmerovej série (486,1 nm). Elektrické pole v plazme pochádza od okolitých nabitých častíc. Vplyv elektrónov je výraznejší ako vplyv kladných iónov, pretože okrem elektrického poľa prispievajú k rozšíreniu čiar aj nárazy elektrónov na atóm. Vplyv nárazov je asi 4 krát väčší ako vplyv samotného elektrického poľa. Podrobná teória uvedených javov je značne zložitá. Výsledkom teórie je presná znalosť profilu čiar, z čoho možno najšš šírku čiary H_β pre Starkovo rozšírenie

$$\Delta\lambda_S \approx (1,8 - 2,3) \cdot 10^{-11} n_-^{2/3} \text{ nm},$$

pričom koncentráciu elektrónov n_- dosadzujeme v cm^{-3} ; číselný faktor v zátvorke sa mierne mení s teplotou a koncentráciou elektrónov. Limitujúcim faktorom pri určovaní koncentrácie elektrónov pomocou Starkovho rozšírenia čiary je Dopplerov jav. Ak porovnáme obidve rozšírenia pri teplote 10^4 K pre čiary H_β , tak pri koncentrácii $n_- = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ je $\Delta\lambda_D = 0,035 \text{ nm}$ pre Dopplerovo rozšírenie a $\Delta\lambda_S = 0,043 \text{ nm}$ pre Starkovo rozšírenie. Pri typickej teplote plazmy 10^4 K teda za dolnú hranicu koncentrácie elektrónov považujeme hodnotu 10^{15} cm^{-3} , keď Starkovo rozšírenie je približne 6 násobkom Dopplerovej šírky.

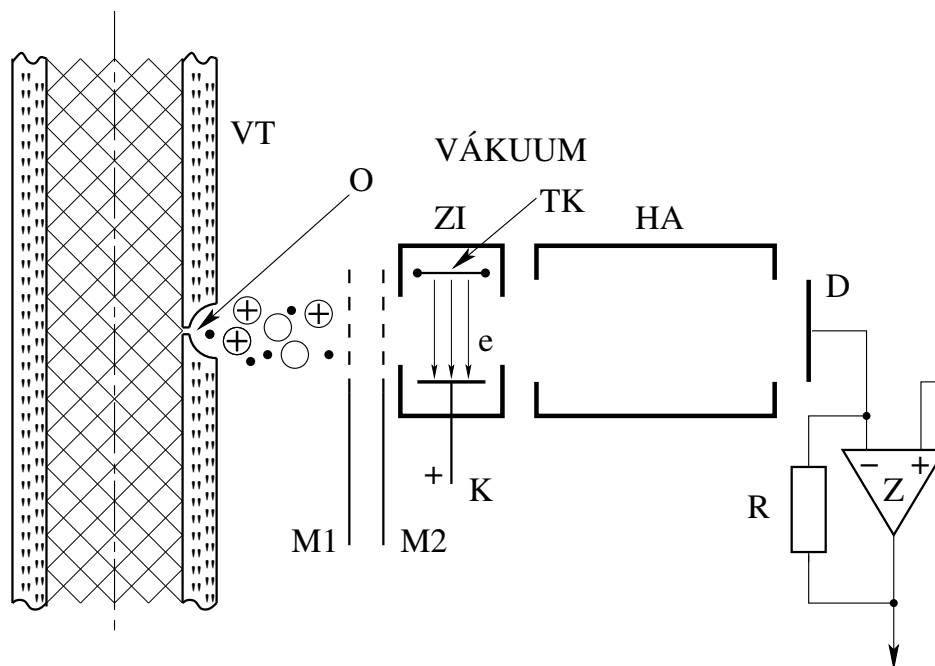
Poznámka 1. Optická diagnostika, o ktorej sme doteraz písali, je založená na existencii čiarového spektra vyžarovaného výbojom. Preto je vhodná na diagnostiku tlecieho výboja a oblúkového výboja pri tlakoch menších až porovnateľných s tlakom atmosferickým. Pri vysokých tlakoch, ako napr. vo vysokotlakových výbojkách, už sú čiary od vzájomných zrážok molekúl veľmi rozšírené, takže pri vyžarovaní plazmy prevláda spojité spektrum. Tu treba metódy modifikovať na vyhodnocovanie spojitého spektra.

Poznámka 2. Významnou aplikáciou spektroskopie plazmy je astronómia. Pomocou spektroskopie určujeme chemické zloženie slnečnej atmosféry a hviezdnych atmosfér. Ur-

čujeme teplotu povrchu Slnka a hviezd. Na Slnku využitím Dopplerovho posunutia spektrálnych čiar vieme určiť aj zložky rýchlosti prúdenia slnečnej hmoty smerom k pozorovateľovi. S využitím Zeemanovho javu možno získať poznatky o intenzite magnetických polí na povrchu Slnka. Veľký význam má spektroskopia plazmy vo vesmíre pri určovaní červeného posuvu pochádzajúceho od expanzie vesmíru.

6.5 Korpuskulárna diagnostika

Korpuskulárnu diagnostiku používame na zistenie chemického zloženia častíc plazmy. Na tento účel sa často používa aj spektroskopia plazmy. V porovnaní so spektroskopiou je korpuskulárna diagnostika experimentálne oveľa náročnejšia, ale na druhej strane umožňuje detekovať aj také kladné ióny, ktoré nemožno spektroskopicky zaznamenať. Princíp tejto diagnostiky spočíva v extrakcii častíc plazmy do vysokého vákuua, kde ich možno identifikovať pomocou hmotnostnej spektroskopie. Blokové zobrazenie aparatury vidno na obr. 6.8. V tomto prípade skúmame plazmu tlecieho výboja v sklenenej výbojke VT,

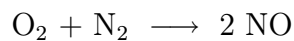


Obr. 6.8: Aparatúra na korpuskulárnu diagnostiku: VT – výbojka, O – efúzny otvor v stene výbojky, M1 a M2 – elektródy na odseparovanie nabitých častíc, ZI – zdroj iónov, TK – žeravená katóda na emisiu elektrónov, e – elektrónový zväzok, K – kolektor, HA – hmotnostný analyzátor, D – detektor nabitých častíc, Z – zosilňovač na meranie malých prúdov, R – vysokoohmový odpor

ktorá má v stene urobený malý otvor (priemer $10 \mu\text{m}$). Cez otvor prúdi plyn do vysokého vákuua a spolu s ním aj ostatné častice plazmy. Vo vysokom vákuu sa častice pohybujú už

bez zrážok. Aby sme mohli rozlíšiť nabité častice od nenabitých, za otvorom je umiestnená sústava kovových mriežok M1 a M2, na ktoré možno naložiť vhodný potenciál. Ak napríklad na M1 dáme dostatočne veľký záporný potenciál, zabrzdíme všetky elektróny z výboja. Kladným potenciálom na M2 zasa odstránime zo zväzku častíc aj kladné ióny. Potom do ďalšej aparatúry sa dostanú len neutrálne molekuly z výbojky. Ich analýzu v hmotnostnom analyzátore HA zabezpečíme tak, že ich ionizujeme nárazom elektrónov v zdroji iónov ZI. Takto vytvorené kladné ióny, po prechode analyzátorom, detekujeme na detektore D (kolektor alebo násobič elektrónov). Po zosilnení prúdu v zosilňovači Z máme k dispozícii elektrický signál, ktorého veľkosť je úmerná toku príslušného druhu častíc z výboja. Ak chceme skúmať zloženie kladných iónov, zrušíme kladný potenciál na elektróde M2, čím umožníme iónom vstúpiť do hmotnostného analyzátoru HA. V tomto prípade je elektrónový zväzok v iónovom zdroji vypnutý, takže nenabité častice sa neionizujú a tieto teda nedetekujeme. U nabitých častíc obvykle sledujeme, okrem ich hmotnosti, aj kinetickú energiu, ktorou efundujú z plazmy do vysokého vákua. Táto energia nesie informáciu o veľkosti ambipolárneho poľa, o hodnote plávajúceho potenciálu, ale aj o zrážkach vykonaných v elektrickej dvojvrstve pred tým, než častice sa dostanú do vysokého vákua.

Na ilustráciu uvedieme niektoré výsledky v prípade plazmy budenej v inertných plynoch (jednoatómové molekuly plynu) a v dusíku (dvojatómová molekula). V inertných plynoch sa okrem atómových iónov potvrdila existencia molekulových iónov. Napr. v prípade neónu Ne^+ a Ne_2^+ a podobne aj v ostatných inertných plynoch. V dusíkovej plazme je výskyt iónov bohatší. Okrem ionizovanej molekuly N_2^+ , pozorujeme aj ióny N^+ , N_3^+ a v driftových trubiciach pri slabých poliach je prítomný aj ión N_4^+ . Ak pridáme k dusíku aj prímes kyslíka (napr. použijeme vzduch ako náplň výbojky), tak možno pozorovať aj chemickú reakciu



podľa prítomnosti iónov NO^+ a pri analýze neutrálnych molekúl aj priamo NO.

Kapitola 7

Aplikácie plazmy

Rozsah aplikácií v posledných desaťročiach lavínovite narastá. Kým začiatkom minulého storočia sa priemyselne využívala iba výroba ozónu na dezinfekciu pitnej vody, v súčasnosti existujú rozsiahle aplikácie v strojárstve, mikroelektronickom priemysle, energetike, textilnom i chemickom priemysle a v spotrebnej elektronike. Prehľad aplikácií rozdelíme na nasledujúce celky

1. Aplikácie výbojov
2. Plazmochémia
3. Plazmové technológie
4. Riadená termonukleárna syntéza.

Toto rozdelenie je veľmi hrubé, pretože aj ďalšie tri celky sú veľmi úzko prepojené s výbojmi, pomocou ktorých aj v týchto prípadoch plazmu generujeme.

7.1 Aplikácie výbojov

Mnoho aplikácií výbojov v plyne súvisí s faktom, že výboje sú intenzívnymi zdrojmi svetla a tepla.

7.1.1 Zdroje svetla

Oblúkový výboj sa na osvetlenie používal už pred vynálezom žiarovky. Samozrejme bol to zdroj svetla iba na špeciálne účely a nebol teda vhodný na všeobecné používanie. Uhlíkové elektródy, medzi ktorými oblúk horel, počas prevádzky na vzduchu oxidovali a tak sa postupne skracovali, čo spôsobovalo nestabilitu prúdu cez oblúk, prípadne zhasnutie oblúka. Neskôr sa vyvinuli špeciálne uhlíkové elektródy obalené kovovým obalom, ktoré sa vkladali do posúvacieho systému, ktorý automaticky podľa napätia na oblúku udržiaval konštantnú medzielektrodovú vzdialenosť. Tieto systémy sa hojne využívali v kinematografii pri osvetľovaní scény počas nakrúcania filmov (najmä farebných), ale tiež aj pri premietaní filmov v kinách. Zdrojom svetla tu nebol samotný oblúk, ale škrvna na povrchu uhlíkovej anódy (teplota cca 4200 K), z ktorej pochádzalo až 85 % svetelného toku.

Výhodou tohoto zdroja svetla je spektrálne zloženie blízke slnečnému žiareniu. Neskôr sa na uvedené účely začali používať vysokotlakové výbojky a halogénové žiarovky. Vo výbojkách z kremenného skla, naplnené xenónom alebo parami ortuti na extrémne prevádzkové tlaky 3,5 – 7 MPa, žiari samotná plazma, pričom spektrálne čiary sú nárazmi molekúl plynu rozšírené do takej miery, že výsledné spektrum je spojité. Plazma je pri veľkých koncentráciách molekúl plynu opticky hrubá a preto spektrálne rozdelenie energie žiarenia je podobné ako pri čiernom telese.

Na všeobecné aplikácie sú vhodnejšie ortuťové výbojky, v ktorých horí oblúkový výboj

Tabuľka 7.1: Niektoré plazmové zdroje svetla a ich porovnanie s klasickými tepelnými zdrojmi. V stĺpci „účinnosť“ údaje v zátvorke sa vzťahujú na samotnú výbojku bez pomocných elektrických obvodov

| Číslo | Zdroj svetla | Príkon [W] | Účinnosť [lm/W] | Životnosť [h] | Poznámka |
|-------|------------------------------------|------------|----------------------|---------------|---------------------------------|
| 1 | žiarovka | 100 | 13,5 | 1000 | dusíková náplň |
| 2 | halogénová žiarovka ¹ | 1000 | 22 | 1000 | ϕ 12 × 190 mm |
| 3 | žiarivka | 40 | 53 (65) | 5000 – 12000 | ϕ 38 × 1200 mm |
| 4 | kompaktná žiarivka | 20 | 60 (80) ² | 8000 – 15000 | menič 40 kHz |
| 5 | vysokotlaková ortuťová výbojka | 400 | 52 (55) | 8000 | luminofor ³ |
| 6 | vysokotlaková halogenidová výbojka | 2000 | 90,5 (95) | 4000 | prímes halogenidov ⁴ |
| 7 | vysokotlaková sodíková výbojka | 400 | 105 (115) | 12000 | korundová výbojka ⁵ |

¹naplnená zmesou halogénov a ich zlúčenín na potlačenie odparovania volfrámu
²orientačná hodnota
³na odstránenie deficitu v červenej oblasti spektra
⁴halogénové zlúčeniny thália, india, sodíku a pod. na lepšiu reprodukciu farieb
⁵výboj horí v korundovej výbojke, ktorá je uložená vo vákuu v sklenenej banke

pri nižšom tlaku 0,5 – 0,8 MPa v malých kremenných bankách (č. 5 v tab. 7.1). Prímes inertného plynu uľahčuje zapalovanie výboja studenej výbojky. Tieto vyžarujú okrem ultrafialového žiarenia pod 370 nm aj spojité spektrum v celej viditeľnej oblasti, pričom vykazujú aj bez ďalších opatrení značnú svetelnú účinnosť. Nevýhodou ale je, že svetlo má malý podiel červenej farby. Preto sa tieto výbojky uzatvárajú do väčšej sklenenej banky naplnenej dusíkom (tlak ~ 50 kPa), na ktorej je z vnútornej strany nanosený povlak lu-

miniscenčnej látky (luminoforu), prevádzajúcej ultrafialové žiarenie do červenej oblasti. Na osvetľovanie pri snímaní farebného televízneho obrazu a v polygrafii sú určené vysokotlakové halogenidové výbojky s lepšou reprodukciou farieb (č. 6 v tab. 7.1). V podstate sú to opäť ortuťové výbojky s prímiesou halogénových zlúčenín thália, india a sodíka. Pre najnáročnejšie aplikácie sa ešte pridávajú aj zlúčeniny dysprózia. Keďže žiarenie plazmy má požadované spektrálne zloženie, luminofor sa už nepoužíva.

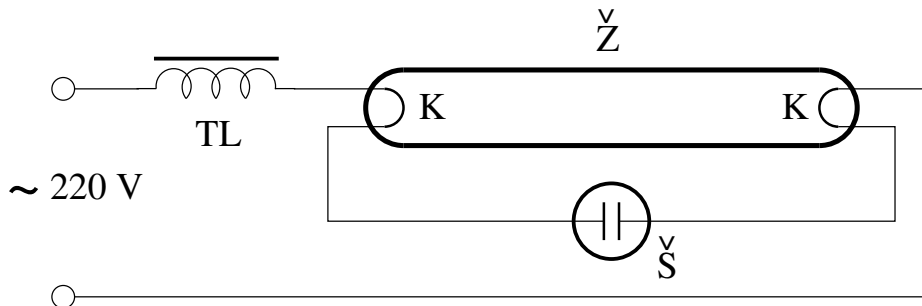
Najvyššiu účinnosť v súčasnosti dosahujú vysokotlakové sodíkové výbojky (č. 7 v tab. 7.1). Svetlo vzniká vo výbojke z priesvitného korundu, ktorá obsahuje inertný plyn, pary ortuti a sodíku. Aby bola výbojka chránená pred okolitými, najmä teplotnými vplyvmi, uzatvárajú sa do sklenených baniek. Zlatobiele sfarbenie svetla je použiteľné na osvetlenie komunikácií, parkovísk, priemyslových hál a pod.

Všetky vysokotlakové výbojky sa napájajú zo siete so zaradenou sériovou tlmivkou na obmedzenie prúdu cez výboj. Striedavá modulácia výbojového prúdu spôsobuje moduláciu vyžarovaného svetla s dvojnásobnou frekvenciou siete, čo môže spôsobiť stroboskopický jav pri práci na točivých strojoch. Preto na takých pracoviskách tieto zdroje sa buď nepoužívajú alebo pri väčšom počte svietidiel sa zapájajú na rôzne fázy elektrickej siete, čím sa stroboskopický jav zoslabuje.

Ako zdroj svetla možno využiť aj kladný stĺpec tlecieho výboja. Vďaka nízkemu tlaku, emitované svetlo má výlučne čiarové spektrum, ktoré závisí od druhu plynu vo výbojke. Tento zdroj svetla sa často používa na reklamné účely, keď výbojka je tvarovaná vo forme písmen alebo nápisov. Časti výboja v blízkosti elektród sa umiestňujú do pozadia, takže ich nevidno. Farba vyžarovaného svetla závisí od plynovej náplne. Monochromatický charakter svetla je nevhodný na osvetlenie. Snaha získať úsporný zdroj svetla viedla k intenzívnemu výskumu v prvej polovici minulého storočia. Ako plynová náplň sa použili pary ortuti. Tento výboj vyžaruje v ultrafialovej oblasti spektra, takže priamo na osvetlenie nie je vhodný. Na získanie viditeľného svetla sú nanosené luminiscenčné látky na vnútornú stenu výbojky vo forme tenkej vrstvy. Táto vrstva konvertuje ultrafialové žiarenie výboja na viditeľné svetlo. Aby svetlo malo charakter denného svetla, kombinuje sa viac druhov luminoforov (obvykle tri druhy). Účinnosť konverzie je veľmi vysoká (až 80 %). Aby sa dosiahla čo najvyššia účinnosť premeny elektrickej energie na svetlo a aby výboj bolo možné zapáliť a prevádzkovať priamo zo siete bez vysokonapäťových transformátorov, je výhodné zmenšiť úbytok napätia na výbojke. Dosahuje sa to použitím žeravených katód, čím sa veľkosť katódového spádu zníži o jeden rád. Tlecí výboj tak prejde do nízkotlakového oblúka. Ako katóda sa používa wofrámový drôt v tvare špirály, ktorý je pokrytý emisnou vrstvou zo smesi oxidov bária a stroncia podobne, ako sa používajú na katódy v elektronkách. Oxidová katóda je schopná dosiahnuť potrebný emisný prúd pri teplotách okolo 1000 K. Takéto výbojky nazývame **žiarivkami** (č. 3 v tab. 7.1).

Na obr. 7.1 je jedno z možných zapojení elektrického obvodu, ktorý zabezpečuje prevádzku a zapálenie výboja v žiarivke. Tlmivka TL zaradená do série s výbojom slúži ako bezstratový odpor na obmedzenie striedavého výbojového prúdu. Pretože smer prúdu sa periodicky mení so sieťovou frekvenciou, obidve elektródy žiarivky musia byť schopné

termoemisie (sú konštruované ako katódy; počas horenia výboja teda každá z elektród striedavo plní funkciu katódy a anódy). Obidva konce každej elektródy sú vyvedené, čo umožňuje prechodom prúdu zahriať ich na optimálnu teplotu pre termoemisiu. Samotné sieťové napätie nie je schopné zapáliť výboj. Preto je každá žiarivka doplnená pomoc-



Obr. 7.1: Zapojenie žiarivky: Ž – žiarivka, K – žeravené katódy, TL – tlmivka na obmedzenie prúdu, Š – štartér na zapálenie výboja

nou výbojkou Š, ktorú nazývame štartér (niekedy i zapaľovač). Po zapnutí žiarivky na sieť sa najprv zapáli výboj v štartéri. Jedna z elektród štartéra je vyhotovená z bimetalu. Po krátkom čase (1 – 2 s) sa bimetal od výboja zahreje, čím sa zdeformuje tak, že elektródy sa spoja. Vtedy začne tiecť prúd cez obidve elektródy, ktoré sa rozžeravia na teplotu $> 1000\text{ K}$. Počas tejto fáze bimetal v štartéri chladne a následne sa rozpojí. V tom okamihu, rozpojením prúdového obvodu, na tlmivke TL vznikne samoindukciou vysoké napätie, ktorým sa v žiarivke zapáli výboj, ktorý ihneď prechádza do oblúka, vďaka emitujúcim elektródam. Po zapálení výboja, teplotu elektród automaticky udržiavajú dopadajúce kladné ióny počas polperiody, keď elektróda má záporný potenciál. Od tohoto okamihu už štartér ostáva nefunkčný, pretože napätie na oblúku v žiarivke je menšie ako zápalné napätie štartéra. Aj u žiariviek sa uplatňuje, už vyššie spomínaný, stroboskopický jav.

Na osvetlenie v domácnostiach, kanceláriach, obchodoch a podobných priestoroch sa používajú **kompaktné žiarivky** (č. 4 v tab. 7.1). Pracujú na podobnom princípe ako žiarivky, avšak priemer i dĺžka výbojky sú menšie. Rozmerná a ťažká sériová tlmivka je nahradená tranzistorovým meničom napätia, ktorý zabezpečuje štart i napájanie výbojky. Aj v tomto prípade sa výbojka napája striedavým napätím s pracovnou frekvenciou meniča – obvykle 40 kHz. Výhodou vysokej napájacej frekvencie je, že u kompaktných žiariviek sa neuplatňuje stroboskopický jav. Ďalšou výhodou v porovnaní so žiarovkami je viac ako štvornásobne vyššia účinnosť a teda i podstatne menšia spotreba elektriny a menšia produkcia tepla v svetidle (na svetlo sa premení až 23 % energie privedenej na elektródy výbojky). No a konečne, treba zdôrazniť aj viac ako osemnásobnú životnosť výbojky v porovnaní so žiarovkou. Prednosťou je tiež jednoduchá montáž, pretože žiarivky sa montujú do rovnakej objímky ako žiarovky (E27). Všetky tieto výhody výrazne kompenzujú vyššiu cenu kompaktných žiariviek.

7.1.2 Plazmové obrazovky

Vývoj v oblasti využitia elektrického výboja na účely zobrazovania sa začal od roku 1960. Predchodcom plazmových obrazoviek (už v päťdesiatych rokoch) bol **plazmový displej** s najjednoduchšou geometriou na zobrazovanie číslíc v elektronických meracích prístrojoch a kalkulačkách. Jednotlivé číslice vytvarované z kovovej sieťky boli katódami v tlecom výboji, pričom anóda bola pre všetky znaky spoločná. Miestom vyžarovania je záporné svetlo tlecieho výboja (malá vzdialenosť medzi elektródami bráni vzniku kladného stĺpca).

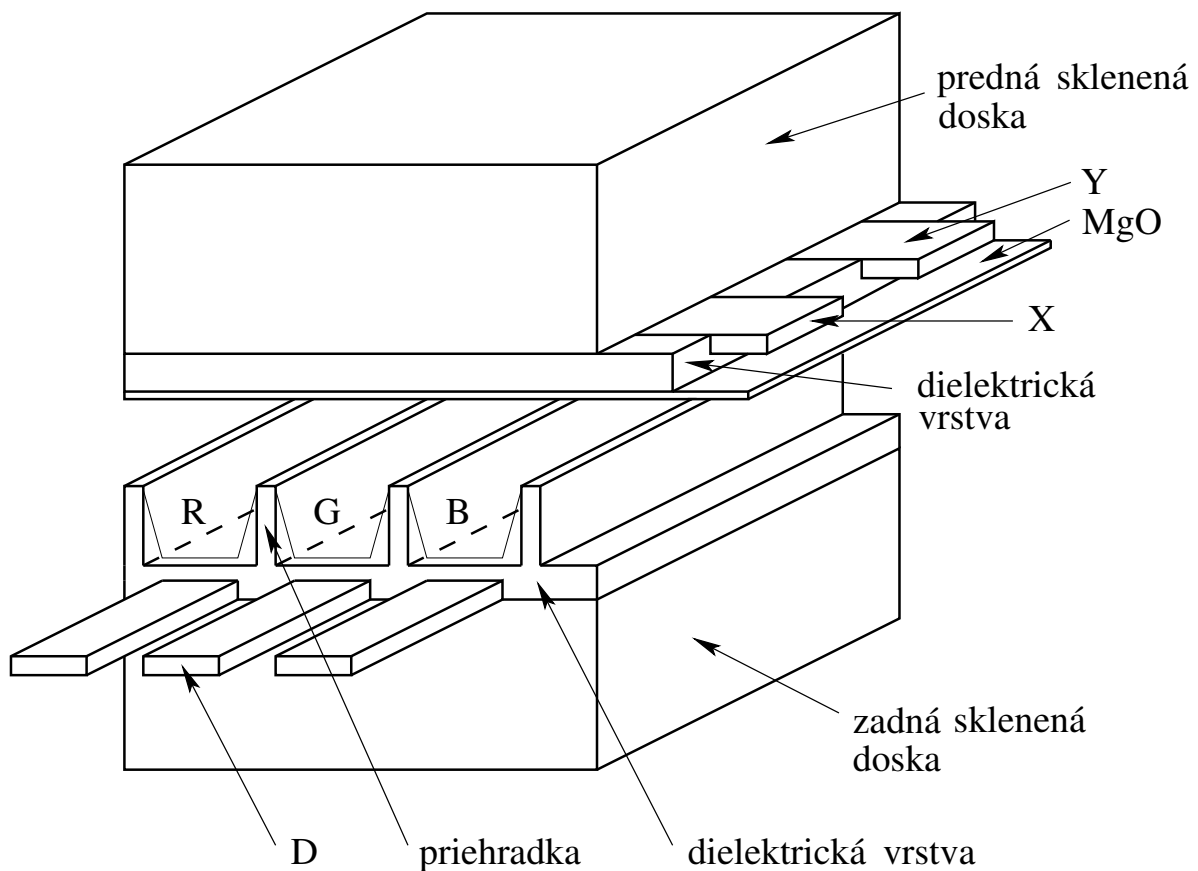
Na zobrazovanie ľubovoľných znakov a obrázkov (grafický displej) sa zasa používali matice bodov rovnomerne rozložených na ploche displeja. Grafický displej pozostával z dvoch rovnobežných sklenených platní s mezerou okolo 1 mm, ktoré mali na vnútornom povrchu vytvarovanú sieť navzájom rovnobežných elektród, ktoré na prednej platni boli orientované kolmo voči elektródam na platni zadnej. Elektródy na prednej platni zhotovené z SnO_2 boli priehľadné. Celý tento systém je vákuotesne uzatvorený. Medzi platňami tak vznikla štruktúra veľkého počtu výbojových dráh – svietiacich buniek v miestach priesečiek elektród, v ktorých možno individuálne zapáliť výboj. Plynová náplň pozostávajúca zo zmesi argónu a neónu s malou prímесou dusíka zabezpečuje požadovanú svietivosť každého bodu plazmového displeja. V zásade je možné jednosmerné i striedavé napájanie výboja i keď druhý prípad sa uprednostňuje. Pri striedavom napájaní sú elektródy nanosené z vonkajšej strany, čo zodpovedá kapacitnej väzbe na plazmu. Adresovanie jednotlivých buniek sa uskutočňuje impulzami na elektródach, v priesečiku ktorých sa nachádza požadovaná bunka. Aj v tomto prípade sa využíva žiarenie katódového svetla.

Kvalitatívna zmena nastala v roku 1996, keď sa pokusne začali vyrábať moderné plazmové obrazovky určené pre monitory a televízne prijímače. Odvtedy produkcia plazmových obrazoviek prudko narastá. Aj plazmové obrazovky pozostávajú z dvoch sklenených platní medzi ktorými je medzera o hrúbke niekoľkých desiatín milimetra, ktorá je vyplnená zmesou inertných plynov – obvykle Ne s prímесou 5 – 10 % Xe. Prímес xenónu zvyšuje intenzitu žiarenia plazmy vo vákuovej ultrafialovej oblasti,¹ čo je potrebné na efektívnu excitáciu luminoforov troch základných farieb, pri farebnom zobrazovaní. Úlohou neónu je zmenšiť prierazné napätie vďaka veľkej hodnote druhého Townsendovho koeficientu γ . Optimálny tlak z hľadiska zapaľovania výboja vyplýva zo súčinu $pd = 5 \text{ cmTorr}$, čo poskytuje pri vzdialenosti 0,1 mm tlak plynovej náplne na úrovni 500 Torr.

Grafický charakter zobrazovania vyžaduje, aby celá plocha obrazovky bola rozdelená na dostatočný počet bodov, ktoré možno nezávisle adresovať a nastavovať v nich jas. Geometrické usporiadanie farebnej obrazovky je znázornené na obr. 7.2. Na zadnej sklenenej platni sú vyrobené zvislé drážky o hĺbke približne 0,1 mm. Vnútorne steny drážok sú pokryté luminoforom striedavo tak, že sa opakujú farby červená, zelená a modrá. Priehradky medzi drážkami tvoria zároveň oporné plochy pre prednú sklenenú platňu. Za každou drážkou je uložená vertikálna elektróda D, ktorá je aktívna pri adresovaní

¹Xenón okrem rezonančnej čiary 147 nm spojitě vyžaruje aj v oblasti 150 – 180 nm, čo prislúcha žiareniu excitovanej molekuly Xe_2^* tzv. exciméru.

obrazovky, keď sa zadávajú dáta o jase každej bunky. Na prednej sklenenej platni sú nanosené vodorovné elektródy v tvare pásov X a Y (tzv. koplanárne elektródy). Všetky tri elektródy (X, Y a D) sú od výboja odizolované tenkou dielektrickou vrstvou. Na dielektrickej vrstve je ešte nanosená tenká vrstva oxidu MgO (≈ 500 nm) (len na prednej platni). Výhodou vrstvy MgO je veľký druhý Townsendov koeficient γ , ktorý dosahuje hodnotu pre neón až 0,5, čo sa pozitívne prejavuje v znížení zápalného napätia (u čistého Xe je $\gamma = 0,05$). Na každý riadok obrazu pripadá jedna dvojica vodorovných elektród X a Y. Pretože tieto elektródy sa nachádzajú na prednej sklenenej platni obrazovky, robia sa zo zmesi kysličníkov cínu a india (ITO), ktorá je priehľadná a elektricky vodivá. Jeden zobrazovací bod (pixel) je definovaný priesečíkom vodorovnej dvojice elektród X



Obr. 7.2: Štruktúra plazmovej obrazovky (vidno jeden zobrazovací bod – pixel): R, G a B – drážky s naneseným lumínoforom pre červenú (red), zelenú (green) a modrú (blue) farbu, X a Y – priehľadné vodorovné elektródy, D – zvislé (adresovacie) elektródy

a Y so zvislou trojicou dátových elektród D a pozostáva teda z troch buniek pre tri základné farby: červenú, zelenú a modrú (RGB). Počet zobrazovaných bodov je daný súčinom počtu riadkov a stĺpcov, čo pre štandardnú televíznu obrazovku predstavuje hodnotu $852 \times 480 = 408\,960$ bodov. Pre televíziu s vysokým rozlíšením (HDTV) alebo pri kvalitných počítačových monitoroch počty bodov dosahujú hodnoty od 1 000 000 do

1 920 000 bodov s najmenšími rozmermi $0,3 \times 0,3$ mm.

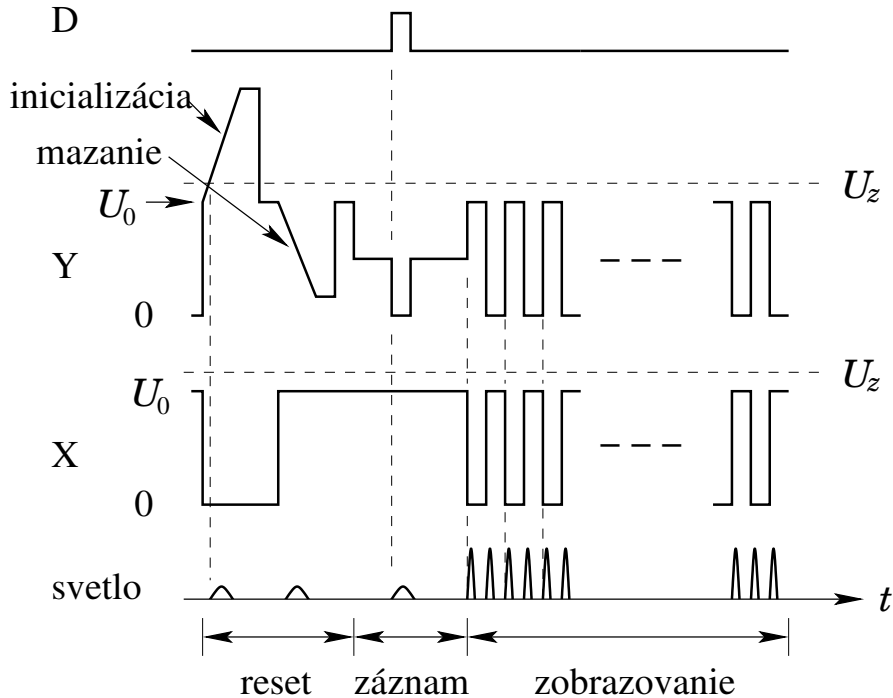
Takto konštruovaná plazmová obrazovka s odizolovanými elektródami je určená na napájanie striedavým napätím. Prednosťou striedavého napájania je dosiahnutie pamäťového efektu, keď vytvorený obraz sa zapamätá bez potreby obnovovania informácie, ako je tomu u obrazoviek s elektrónovým lúčom. Pri jednosmernom napájaní sa izolácia na elektródach uplatňuje ako sériový kondenzátor, ktorý sa počas niekoľkých desiatok nanosekúnd nabije a výboj zhasne.²

Činnosť plazmovej obrazovky možno rozložiť do troch módov. Najdôležitejším z nich je **zobrazovanie**, keď striedavé napätie privedené medzi koplanárne elektródy X a Y udržuje výboj v jednotlivých bunkách (obr. 7.3). Vyberme si náhodne jeden zobrazovací bod a v ňom jednu bunku (napr. zelenú). Predpokladajme najprv, že na izolačných povrchoch v bunke nie sú žiadne náboje. Ak začneme zvyšovať napätie medzi koplanárnymi elektródami X a Y, tak táto zmena sa prenáša aj na vnútorné povrchy bunky. Ak hodnota napätia dosiahne zápalné napätie U_z (obvykle ≈ 150 V), tak sa v bunke zapáli výboj a medzi elektródami začne tiecť elektrický prúd. Náhradnú schému tohoto obvodu si môžeme predstaviť ako výbojku, ktorá je pripojená na zdroj jednosmerného napätia cez sériový kondenzátor. Prechádzajúcim prúdom sa kondenzátor postupne nabíja, pričom napätie na ňom sa odpočítava od napätia zdroja. Po určitom čase klesne napätie na výboji pod hodnotu minimálneho napätia na udržanie výboja U_m a výboj následne zhasne. Tým prestane tiecť cez kondenzátor elektrický prúd a napätie na kondenzátore ostane konštantné. Ak teraz zmeníme polaritu zdroja, tak napätie na kondenzátore sa v absolutnej hodnote pripočíta k napätiu zdroja a teda výsledné napätie medzi elektródami bude väčšie než je zápalné napätie. Preto sa zasa zapáli výboj a celý dej sa opakuje. V praxi sa na elektródy privádza impulzné napätie o veľkosti U_0 s frekvenciou desiatky kHz, ktoré sa získava spínacími tranzistormi zo zdroja jednosmerného napätia. Čas horenia výboja závisí od kapacity kondenzátora a obvykle trvá 50 – 100 ns. Počas výboja vznikajúce ultrafialové žiarenie vygeneruje na luminofore krátky záblesk svetla, v našom prípade zelenej farby. Ak striedavé impulzné napätie je zapnuté trvalo, svetelné záblesky sa pravidelne opakujú s dvojnásobnou frekvenciou striedavého napätia a naše oko vníma zeleno svietiaci bod na obrazovke.

Čo sa stane ak amplitúdu impulzov zvolíme o niečo menšiu ako je zápalné napätie U_z ? Ak na začiatku nie sú prítomné povrchové náboje, tak napätie na kondenzátore v náhradnom obvode je nulové a preto sa výboj nezapáli. To znamená, že náboj na kondenzátore sa ani následne nebude meniť a teda výsledné napätie v každej polperióde ostane menšie ako zápalné napätie a výboj v bunke nebude vôbec horieť. Ak však na povrchoch pred elektródami vytvoríme povrchový náboj, tak v náhradnej schéme sa to prejaví ako nabitie sériového kondenzátora na určité napätie U_k . Potom ak $U_0 + |U_k| > U_z$, výboj sa zapáli a v ďalších periódach zobrazovacieho módu už bude horieť. Práve na vytvorenie pomocného náboja slúži mód **záznamu** (obr. 7.3), keď medzi adresovou elektródou

²Ak by elektródy neboli pokryté izolačnými vrstvami, v princípe by bolo možné používať aj jednosmerné napájanie. Výhodou by bola jednoduchšia modulácia jasu obrazovky, ale nevýhodou by bolo intenzívne rozprašovanie elektród výbojom a strata spomínaného pamäťového efektu.

D a elektródou Y sa zapáli pomocný výboj v adresovanej bunke, ktorý po 50 – 100 ns zhasne, pričom vytvorí pred elektródou Y povrchový náboj, ktorý iniciuje v zobrazovacom móde horenie výboja.³ Pretože každá bunka v riadku má svoju adresovaciu elektródu D,



Obr. 7.3: Pracovné módy plazmovej obrazovky: inicializácia – zapálenie výboja vo všetkých bunkách nárastom napätia elektród Y; mazanie – ukončenie výboja pri nulovom povrchovom náboji v každej bunke; záznam – generácia povrchového náboja v bunkách, ktoré majú svietiť v zobrazovacom móde

môžeme naraz zaznamenať informáciu do celého riadku. Výber adresovaného riadku sa vykoná znížením napätia elektródy Y na nulovú hodnotu, pričom elektródy Y prislúchajúce ostatným riadkom sú na potenciáli $\frac{1}{2}U_0$, čím sa napätie medzi elektródami Y a D zníži pod zápalnú hodnotu. Na adresovanie jednotlivých buniek sa teda využíva časová koincidencia napätí na elektródach Y a D, pričom napätie v bunke ležiacej na priesečíku uvedených elektród narastie nad hodnotu U_z . Počas adresovania jedného riadku výboj v ostatných riadkoch nehorí, pretože impulzné napätie v zobrazovacom móde by vyvolalo nežiadúce adresovanie tmavých buniek, čo by skreslovalo obrazovú informáciu. Adresovanie všetkých buniek obrazovky sa teda vykonáva riadok za riadkom, pričom v tomto čase je obrazovka tmavá. Adresovanie jedného riadku trvá približne niekoľko mikrosekúnd.

³Exaktne možno podmienku ovládateľnosti výboja formulovať nasledovne

$$\frac{1}{2}(U_z + U_m) < U_0 < U_z,$$

pričom ak platí $|U_k| < U_z - U_0$, výboj nehorí a v opačnom prípade ak $|U_k| > U_z - U_0$, výboj sa v bunke zapáli.

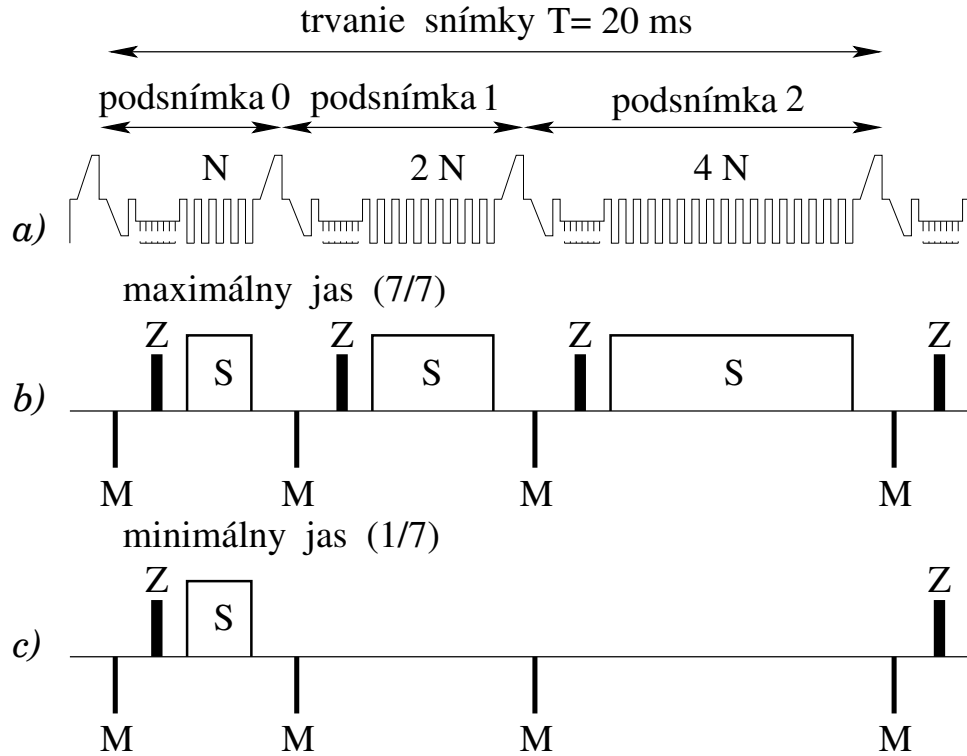
Tento čas je v podstate daný kompromisom medzi možnosťami elektronických obvodov na budenie plazmovej obrazovky, ich cenou a odoberaným výkonom. Preto neočakávame podstatné skrátenie času adresovania.

Tretí mód – **mazací** – slúži na zhasnutie výboja v bunke. Zhasnutie výboja sa vykoná narušením symetrie jednej, napr. zápornej polperiody. V tomto prípade sa náboj v sériovom kondenzátore už nestihne obnoviť s opačnou polaritou, ale jeho hodnota ostane v blízkosti nulovej hodnoty, takže v zobrazovacom móde výboj prestane horieť. Mazací mód nemaže jednotlivé bunky, ale naraz celý riadok, resp. celú obrazovku. Mazací mód sa obvykle spája s tzv. **inicializačným** výbojom, ktorý sa krátkodobo zapáli medzi elektródami X a Y vo všetkých bunkách jedného riadku. Táto kombinácia inicializačného a mazacieho výboja je na obr. 7.3 označená ako “reset”. Úlohou tejto kombinácie je – podobne ako v procesoroch – dosiahnuť presne definovaný začiatok pri zobrazovaní, zabezpečením rovnakých podmienok vo všetkých bunkách riadku pred záznamom. Na vysvetlenie uvedme známy fakt, že zápalné napätie v ľubovoľnej výbojke sa znižuje, ak výboje nasledujú v krátkom čase za sebou. Súvisí to s prítomnosťou excitovaných stavov s dlhou dobou života (napr. metastabilné stavy) alebo i voľných radikálov. Spomínané častice môžu emitovať elektróny na povrchoch i v objeme, čo podporuje rozvoj elektrónovej lavíny. Ak by sa inicializačný výboj vynechal, tak v bunkách v ktorých dlhšie nehorel výboj, nemusel by sa počas záznamu zapáliť, čo by spôsobilo nežiadúce výpadky v obraze.

Opísané ovládanie plazmovej obrazovky umožňuje realizovať len dva stupne jasu pre každú základnú farbu v jednom zobrazovacom bode, t.j. v bunke výboj svieti alebo nesvieti. V praxi by to znamenalo len dve úrovne bielej: svetlo alebo tma. Pri farebných odtieňoch by sme tak mali k dispozícii len šesť farieb. Vytvorenie šedej stupnice je teda ústredným problémom plazmových obrazoviek. Z princípu činnosti plazmovej obrazovky vyplýva, že ako jediný spôsob regulácie jasu pripadá do úvahy regulácia trvania zobrazovacieho módu, čiže modulácia šírky zobrazovacieho impulzu. Aby sa tento princíp aplikoval efektívne, využíva sa **impulzne kódovaná modulácia** (PCM). Každú snímku rozdelíme na určitý počet **podsnímok** s trvaním, ktoré možno vyjadriť ako mocninu čísla 2. Tak pomocou ôsmich podsnímok,⁴ s relatívnymi dĺžkami trvania 1, 2, 4, 8, 16, . . . , 128 (intenzita svetla vyžarovaná z danej bunky je úmerná trvaniu subsnímky), možno sčítaním získať ľubovoľné číslo z intervalu $\langle 0, 255 \rangle$, čo zodpovedá 256 úrovniam jasu každej základnej farby, rovnakému počtu hladín šedej stupnice a $256^3 \approx 16,7$ milióna farebných odtieňov. Na obr. 7.4 je impulzné kódovanie znázornené kvôli prehľadnosti len pre tri podsnímky, čo predstavuje 8 relatívnych úrovní jasu každej bunky: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Na obrázku vidíme, že adresovanie každého riadku počas jednej snímky sa nevykonáva raz, ale 3 krát (u reálnej obrazovky 8 krát) záznamovými impulzami Z. Svietenie každého riadku sa preto pravidelne prerušuje mazacími impulzami M a následné adresovanie zabezpečí, že trvanie zobrazovacieho módu existuje v troch možných relatívnych dĺžkach: $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$ a $\frac{4}{7}$. Výberom vhodnej kombinácie z týchto troch možností sa dá realizovať 8 úrovní jasu pre každú základnú farbu (poskytne to 8 úrovní šedej a 512 rôznych farebných kombinácií).

⁴Počet, ktorý sa v praxi používa.

Dôležitým parametrom pri monitoroch i televíznych prijímačoch je **blikanie obrazu** snímkovou frekvenciou. U vákuových obrazoviek je to spôsobené sériovým spôsobom prenosu obrazovej informácie vo forme sledu impulzov, ktorých amplitúda je úmerná jas konkrétneho miesta obrazu, usporiadaných do riadkov, ktoré potom tvoria jednu snímku obrazu. Snímková frekvencia v Európe je 50 Hz. Nad každým bodom obrazovky sa elektrónový lúč zdrží kratšie ako $0,1 \mu\text{s}$. Dosvit použitých luminoforov síce záblesk svetla



Obr. 7.4: Princíp impulzne kódovanej modulácie jasu plazmovej obrazovky: a) – priebeh napätia na elektróde Y pre tri podsnímky, N – počet cyklov zobrazovacieho módu; b) – aktivácia všetkých troch podsnímok poskytne maximálny jas, M – mazanie, Z – záznam a S – zobrazovanie; c) – aktivácia najkratšej podsnímky poskytne minimálny jas; žiadnej aktivácii podsnímky prislúcha úroveň čiernej

rádovo predlžuje, ale pri farebných obrazovkách časová konštanta býva na úrovni mikrosekúnd. Preto sa táto impulzná modulácia jasu svetla prejavuje blikaním celého obrazu so snímkovou (u televízora polsnímkovou) frekvenciou 50 Hz. Toto blikanie sa prejavuje aj u stacionárneho obrazu, ktorý sa v čase nemení. U plazmovej obrazovky môže teoreticky existovať stacionárny obraz bez poltónov nepretržite bez akejkoľvek modulácie jasu. Pri zobrazení s poltónmi a pri prenose pohyblivých obrazov však treba obrazovku periodicky adresovať so snímkovou frekvenciou 50 Hz. Čas potrebný na záznam jedného riadku t_a a maximálny čas T_z , ktorý ostane k dispozícii na zobrazovanie spĺňajú nasledujúcu rovnicu

$$8t_a N_L + T_z = T,$$

kde T je perióda snímky (20 ms pri 50 Hz) a N_L je počet riadkov. Pre $t_a = 2,6 \mu\text{s}$ a $N_L = 480$ pri snímkovej frekvencii 50 Hz čas potrebný na adresovanie jednej podsímky je 1,25 ms a pre celú snímku 10 ms. Polovica času pripadajúca na jednu snímku sa teda spotrebuje na adresovanie a druhá polovica (10 ms) sa využije na zobrazenie najjasnejších častí obrazu, čo je o štyri rády dlhší čas ako v prípade vákuovej obrazovky s elektrónovým lúčom. Treba ešte zdôrazniť, že svetlo a tma sa nestriedajú pravidelne, ale vďaka ôsmim podsúmkom sa striedajú častejšie ako je snímková frekvencia a navyše s nepravidelnosťou, ktorá je daná moduláciou PCM. Preto blikanie sa ešte menej uplatňuje. U bodov s menším jasom je síce čas svetelného impulzu kratší, ale tieto sa vizuálne pri blikaní uplatňujú v menšej miere. Navyše, žiarenie počas zobrazovania má konštantnú intenzitu, kdežto pri vákuových obrazovkách jas luminoforu po excitácii elektrónovým lúčom sa zoslabuje podľa exponenciálneho zákona.

Už len z tohoto krátkeho opisu vidno, že ovládanie plazmovej obrazovky je pomerne zložitá. Na zabezpečenie všetkých pracovných módov slúži komplikovaná a drahá elektronika. Práve elektronika predstavuje, popri samotnej obrazovke, široké pole na zdokonalenie funkcie plazmových obrazoviek z pohľadu rôznych výrobcov.

Na záver zosumarizujeme výhody plazmových obrazoviek.

- možnosť dosiahnutia veľkých rozmerov – uhlopriečka až 163 cm (informačné tabule sa vyrábajú aj s rozmerom 3×4 m)
- poskytuje kvalitný obraz s vysokou ostrosťou a bez blikania
- obraz je plochý bez zakrivenia
- poskytuje rýchlu časovú odozvu
- obrazovka má malú hĺbku (cca 8 cm)
- relatívne malá hmotnosť (cca 45 kg/m^2)
- obraz možno pozorovať pod veľkým uhlom (vodorovne i zvisle 160°)
- obraz nie je citlivý na magnetické pole
- výroba nie je náročná na extrémne vysokú čistotu prostredia a používa relatívne lacné technológie

K nevýhodám patria

- vysoká cena (4 000 – 15 000 \$ v roku 2003)
- relatívne malá účinnosť 1 lm/W a veľká spotreba energie (650 W/m^2)
- veľká zložitosť elektroniky, ktorá musí na výstupe pracovať s veľkými napätiami

Problematika plazmových obrazoviek sa rýchlo vyvíja a preto možno očakávať ďalšie zlepšovanie parametrov a znižovanie ceny. Jedným z hlavných problémov je už spomenutá nízka energetická účinnosť 1 lm/W . Hlbšia analýza ukazuje, že tieto malé hodnoty sú výsledkom viacerých faktorov. Účinnosť premeny elektrickej energie v plazme na ultrafialové žiarenie je nízka asi 10 %. Na luminofor z tohoto žiarenia dopadne len 40 %. Konverzia ultrafialového žiarenia na viditeľné svetlo sa vykonáva len s 25% účinnosťou. No a konečne, z viditeľného žiarenia sa z obrazovky dostane von len 40 %. Výsledná premena elektrickej

energie na viditeľné svetlo dosahuje teda len 0,4%. Zdá sa, že tu existuje veľký priestor na optimalizáciu. Tak napríklad zvýšenie intenzity ultrafialového žiarenia na dvojnásobok, zlepšenie zachytenia tohoto žiarenia na luminafore 1,25× a zvýšenie účinnosti premeny na luminafore o faktor 2, by poskytla 5 násobné zvýšenie celkovej účinnosti na hodnotu 5 lm/W, čím by sa plazmové obrazovky stali bezkonkurenčnými v príkone.

Z pohľadu fyziky plazmy je zaujímavá nízka výťažnosť UV žiarenia. Bližšia analýza ukazuje, že dôvodom je krátky alebo úplne chýbajúci kladný stĺpec, ktorý je práve efektívnym zdrojom UV žiarenia v žiarivkách. Asi 50% energie pripadá na urýchlenie kladných iónov k elektródam a na steny, kde sa ich kinetická energia mení na teplo. Jednou z možností je zvyšovanie súčinu pd nad hodnotu 5 cmTorr. Nevýhodou tejto možnosti je, že spomaľuje adresovanie buniek. Elegantným riešením by bolo využitie vysokofrekvenčného výboja v zobrazovacom móde. Tento výboj môže totiž horieť aj v prípadoch, keď nenastáva emisia elektrónov z elektród pri dopade kladných iónov. Preto nevzniká katódový spád potenciálu vďaka čomu kladné ióny už nebudú získavať toľko kinetickej energie. Tým sa zvýši rýchlosť excitácie až na trojnásobok, čo sa pozitívne prejaví aj v účinnosti. Žiaľ vysokofrekvenčné budenie by si vyžiadalo prerobenie celej koncepcie elektroniky a navyiac by sa zvýšilo vyžarovanie rušivých elektromagnetických signálov do okolia.

Aktuálne informácie a ďalšie prehľadné poznatkov o plazmových obrazovkách možno získať v literatúre [37, 38].

7.1.3 Xerografia

Korónový výboj ako zdroj nabitých častíc je súčasťou zariadení na kopírovanie textu alebo obrazov, pričom sa využíva citlivosť polovodivých vrstiev (selén, amorfný kremík) na svetlo. Polovodivá vrstva je nanosená na uzemnenom kovovom valci, ktorý sa rovnomerne otáča. Na jeho povrch dopadajú nabité častice (obvykle kladné ióny) z korónového výboja horiaceho v koaxiálnej výbojke uloženej rovnobežne s povrchom valca. Pokiaľ sa povrch nachádza v tme, správa sa ako izolant a teda sa na ňom rovnomerne rozloží kladný náboj. S otáčaním valca sa synchronne posúva aj papier s textom, ktorý sa má kopírovať (v moderných prístrojoch sa posúva čiarový zdroj svetla), pričom sa pomocou optickej sústavy premieta úzky riadok textu na povrch valca. Osvetlením polovodivej vrstvy klesá jej odpor, čím nastáva únik náboja na uzemnený kovový valec. Tak sa pôvodne rovnomerne rozložený elektrický náboj zmení v závislosti od intenzity osvetlenia povrchu: na miestach, ktoré boli silne osvetlené, náboj prakticky neostane a naopak na miestach, ktoré osvetlené neboli, sa zachová pôvodná plošná hustota náboja. Na povrchu sa tak vytvorí virtuálny obraz kopírovaného textu vo forme povrchového náboja, ktorý sa počas otáčania valca dostane do priestoru, kde sa nachádza jemný čierny prášok (toner). Prášok sa elektrostatickými silami zachytí na nabitom povrchu v množstve, ktoré je úmerné plošnej hustote náboja, čím na povrchu vznikne okom viditeľná kópia zobrazeného textu. Prášok sa potom preniesie na povrch papiera, kde sa krátkodobým pôsobením

tepla zafixuje, čím vznikne kópia originálneho textu alebo obrazu. Po očistení, sa povrch valca pri ďalšom pootočení zasa dostane ku korónovému výboju, opäť sa nabije a takto sa postupne skopírujú všetky riadky originálneho textu.

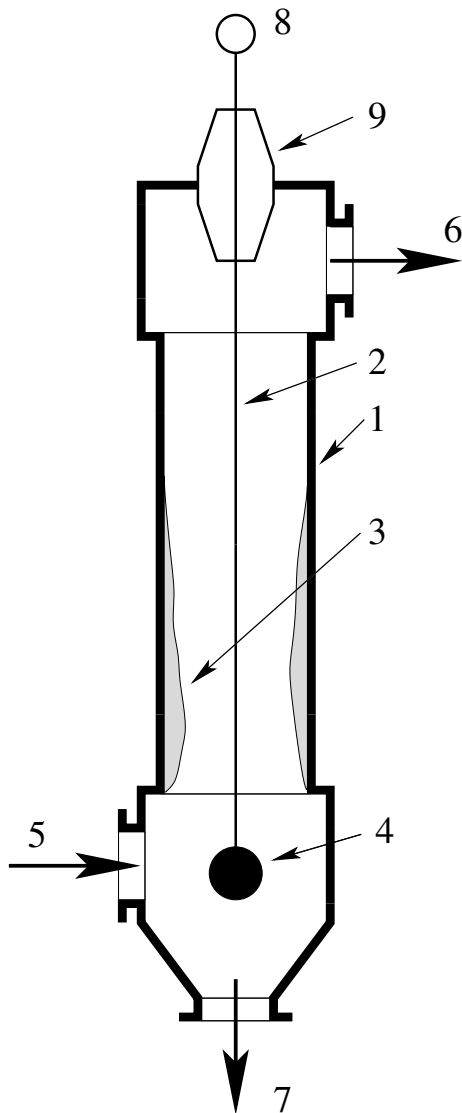
7.1.4 Elektrické odlučovanie prachu a nanášanie farieb

Ak v plazme sa nachádzajú častice prachu, tak tieto interagujú s prítomnými nabitými časticami. Prachová častica sa v plazme správa analogicky ako izolovaná stena, na ktorú netečie elektrický prúd. Preto sa nabíja záporne a v ustálenom stave sa nachádza na plávajúcom potenciáli. Ak sú splnené podmienky pre bezrážkovú elektrickú dvojvrstvu (pozri odsek 4.5), na odhad plávajúceho potenciálu môžeme využiť vzťah (4.23).⁵ Vo vonkajšej oblasti korónového výboja však existuje len jeden druh nabitých častí, v závislosti od polarít koróny, a preto v tomto prípade prachové častice nesú náboj rovnakej polarít akú má korónový výboj. Preto nezávisle od polarít korónového výboja, na prachové častice vždy pôsobí sila smerujúca k elektróde s väčším polomerom krivosti. Práve tento efekt našiel významné priemyselné aplikácie.

Najprv si objasníme činnosť **elektrického odlučovača prachu**. Na obr. 7.5 je znázornená schéma zariadenia. Korónový výboj (najčastejšie záporný) horí medzi drôtom 2 – napnutým pomocou závažia 4 – a vonkajším kovovým plášťom odlučovača 1. Veľké rozmery systému vyžadujú použitie jednosmerného napätia na úrovni 30 – 70 kV. Prachové častice sú v radiálnom elektrickom poli unášané smerom na vonkajší plášť, kde sa na stene usadzujú. Podľa chemického zloženia prachu usadené vrstvy buď odpadávajú samotné pod vplyvom gravitačného poľa alebo musia byť odstraňované prúdom kvapaliny, prípadne mechanickým poklepom. Takto uvoľnený prach sa potom odoberá v spodnej časti odlučovača. Pre funkciu odlučovača nie je podstatné, či častice prachu sú elektricky vodivé alebo nevodivé. Možno odlučovať aj drobné kvapky vo forme olejovej a inej hmly. Preto elektrické odlučovače sa využívajú v energetike, metalurgii, pri výrobe cementu a v chemickom priemysle. V malom prevedení možno elektrické odlučovače používať aj na čistenie vzduchu v nemocniciach, domácnostiach a pod., kde sa používajú na zachytenie prachu, peľových zŕn, ale sú vhodné aj na zachytávanie vírusov a baktérií. Pri týchto aplikáciách sa uprednostňuje kladná koróna, pretože pri nej je menšia produkcia škodlivého ozónu. Výhodou elektrických odlučovačov prachu je, že sa hodia aj na veľmi jemný prach ($> 0,01\mu\text{m}$), dosahujú vysoký stupeň očistenia, majú malú spotrebu elektrickej energie a kladú malý aerodynamický odpor prúdiacemu plynu. Elektrické odlučovače sú jednou z najstarších priemyslových aplikácií výbojov, ktoré sa používajú od začiatku minulého storočia.

Transport častíc v elektrickom poli sa využíva aj pri nanášaní farieb na kovové predmety. Pri štandardnej technológii striekania vznikajú totiž problémy na okrajoch a hranách s malým polomerom krivosti. Farba sa tu nanáša v menšom množstve ako na rovných plochách. Tieto miesta nie sú potom dostatočne chránené náterom. Podobné problémy

⁵Prachové častice majú približne guľový tvar a vzťah (4.23) bol odvodený pre rovinnú geometriu.



Obr. 7.5: Elektrický odlučovač prachu: 1 – vonkajšia elektróda; 2 – korónujúca elektróda; 3 – nános prachu; 4 – napínacie závažie; 5 – prívod znečisteného plynu; 6 – odvod čistého plynu; 7 – odber zachyteného prachu; 8 – prívod vysokého napätia; 9 – izolátor

nastávajú aj pri nanášaní farby štetcom. Ak však na striekaciu pištoľ privedieme vysoké napätie (napr. záporné) oproti zemi, medzi zakriveným koncom trysky a uzemneným kovovým predmetom sa zapáli korónový výboj. Vo vonkajšej oblasti koróny sa malé kvapky farby nabíjajú a elektrické pole ich unáša na striekaný predmet. Na okrajoch predmetu je pole silnejšie a teda sem sa dostáva väčšie množstvo farby ako bez elektrického poľa. Ďalšou výhodou elektrického nanášania farby je, že nabité častice sledujú elektrické siločiar, ktoré všetky končia na striekanom predmete. Preto sa znižuje únik farby mimo striekaný predmet, čo prináša značné úspory farby.

Nabité častice generované korónovým výbojom možno využiť aj v papierenskom a textilnom priemysle. Pri spracovávaní dlhých pásov papiera a textilu vznikajú totiž na povrchoch elektrické náboje, ktoré generujú silné elektrické polia. Tieto polia majú celý rad nepriaznivých účinkov. Jednak negatívne ovplyvňujú samotný technologický proces – spôsobujú lepenie materiálu a generujú nežiadúce výboje, ktoré môžu spôsobiť i požiar. Zhoršuje sa aj pracovné prostredie vývinom kysličníkov dusíka a ozónu, čo spôsobuje

rôzne zdravotné problémy obsluhujúceho personálu. Povrchové náboje sa dajú neutralizovať iónmi z korónového výboja. Pritom použijeme korónu s opačnou polaritou ako je znamienko náboja na spracovávanom materiáli.

7.1.5 Zváranie a rezanie elektrickým oblúkom

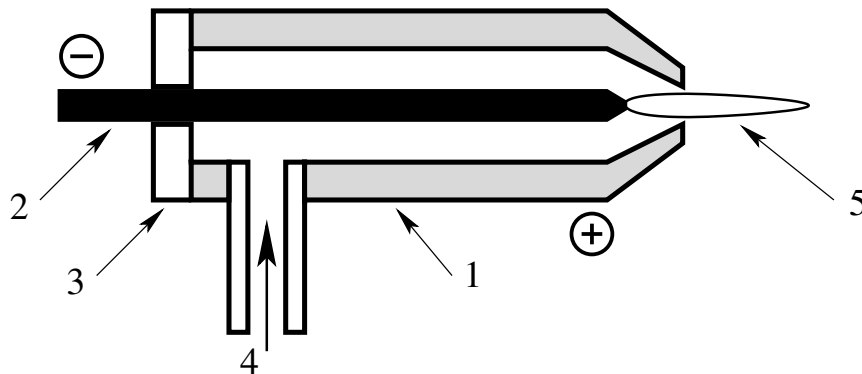
Oblúkový výboj je výkonným a koncentrovaným zdrojom tepla. Bez problémov možno dosahovať hustoty tepelného výkonu na úrovni 100 kW/cm^3 a viac. Tieto vysoké hustoty výkonu sú priaznivé na zváranie kovových materiálov. Najrozšírenejším typom je **zváranie s obalovanou elektródou**. Pri tomto zváraní jednou elektródou oblúka je zváraný predmet a druhou elektródou kus drôtu z ušľachtilej ocele, ktorý slúži ako prídavný materiál do zvaru. Prídavný materiál obvykle býva anódou i keď z technologických dôvodov polarita môže byť aj opačná. Teplo z oblúka lokálne roztaví kov na zváranom predmete a tiež aj prídavný materiál elektródy, ktorý odkvapkáva do zvaru. Pri zváraní vo vzduchu jeho hlavné zložky, kyslík a dusík reagujú s roztaveným kovom a tak vznikajú oxidy a nitrídy železa, ktoré výrazne zhoršujú mechanické vlastnosti zvaru. Aby sa tomuto zabránilo, pridávajú sa do zvaru rôzne tavidlá, ktoré viažu kyslík, dusík a vzdušnú vlhkosť, čím chránia zvar pred nežiadúcimi prímiesami. Tieto tavidlá sú nanesené vo forme zlisovaného prášku na povrchu zváracej elektródy, kde vytvárajú súvislý obal, z čoho pochádza aj názov elektród. Obalované elektródy sú určené na ručné zváranie. Pri automatizovanej výrobe sa používa **zváranie pod ochranným plynom** (proces MIG – metal inert gas). Pri tomto procese znova oblúk horí medzi zváraným predmetom a drôtovou elektródou prídavného materiálu, ktorá však teraz nie je obalená. Drôt sa odvíja zo zásobnej cievky, pričom oblúk sa automaticky posúva pozdĺž zvaru. Ochrana zvaru sa teraz vykonáva prúdom ochranného plynu, ktorý roztavený kov chráni pred nežiadúcimi prímiesami z atmosféry a zároveň vytvára prostredie pre horenie oblúka. Pre najmenej náročné aplikácie sa používa ako ochranný plyn CO_2 . Zváranie nehrdzavejúcej ocele sa obvykle vykonáva v atmosfére argónu. Pre mimoriadne náročné zvary (napr. v jadrovej energetike) sa môže používať na ochranu aj hélium.

Doteraz spomínané prípady predstavovali tzv. **zváranie s odtavujúcou elektródou**. Na špeciálne účely sa používa aj **zváranie s neodtavujúcou elektródou**. V tomto prípade elektróda je vyhotovená z ťažko tavitelného materiálu: volfrám, volfrám s prímiesami tória, lantanu, neodymu a pod. Ako ochranný plyn sa používa čistý argón alebo výnimočne aj hélium. Elektróda je zapojená vždy ako katóda (emituje elektróny termoemisíou). Zváranie s neodtavujúcou elektródou sa v odbornej literatúre nazýva aj proces TIG alebo WIG (tungsten alebo wolfram inert gas). Proces TIG sa používa na náročné zváranie nehrdzavejúcich ocelí, farebných kovov a hliníka. V prípade hliníka sa však oblúk napája striedavým prúdom, čo súvisí s elimináciou problémov spojených s tvorbou oxidov hliníka, ktoré majú podstatne vyšší bod tavenia ako samotný hliník a sú aj pri vysokých teplotách elektricky nevodivé.

Zdroje prúdu na zváranie poskytujú napätia do 70 V s prúdmi od desiatok do stoviek až tisíc ampérov podľa hrúbky zváraného materiálu. Požadovaný výkon dodávaný do ob-

lúka závisí aj od tepelnej vodivosti zváraných materiálov: pri zváraní medi treba dodávať podstatne väčší výkon ako pri zváraní ocelí. Volt-ampérová charakteristika zdrojov závisí od druhu zváracieho procesu. Pre zváranie TIG a pre obalované elektródy sú vhodné zdroje konštantného prúdu. V prípade procesov MIG sa používajú zdroje konštantného napätia.

Ďalším prostriedkom na zváranie, využívajúcim elektrický oblúk, je **plazmatrón**. Jeho princíp je znázornený na obr. 7.6. Elektrický oblúk horí medzi volfrámovou elektródou 2 a chladenou medenou tryskou 1 v ochrannom plyne 4, ktorý sa privádza do plazmatrónu. Prúdiacemu plynu sa prechodom cez oblúk zvýši teplota asi desaťnásobne, čím úmerne stúpne aj jeho tlak, a teda sa výrazne zvýši výtoková rýchlosť plynu z plaz-



Obr. 7.6: Plazmatrón: 1 – medený plášť a anóda chladená vodou; 2 – volfrámová katóda; 3 – izolačná priechodka; 4 – prívod pracovného plynu; 5 – prúd plazmy

matrónu. Zrážkami medzi molekulami plynu a nabitými časticami plazmy sa strháva aj plazma, ktorá potom prúdi z plazmatrónu von spolu s plynom. Prúd plazmy možno využiť na rôzne technologické aplikácie, pričom plazma pri dopade na povrch, okrem tepla, odovzdáva aj impulz, čo možno využiť na nanášanie rôznych materiálov na kovové povrchy. Pri aplikácii plazmatrónu na zváranie sa v plazmatróne udržuje len málo výkonný oblúk tzv. neprenesený (nezávislý) oblúk. Počas zvárania sa medzi katódu plazmatrónu a zváraný predmet privádza napätie z výkonného zdroja a vtedy sa zapáli tzv. prenesený (závislý) oblúk medzi katódou plazmatrónu a zváraným predmetom. Práve tento prenesený oblúk zabezpečí odovzdanie veľkého tepelného výkonu v mieste dopadu plazmy na zváraný povrch. Prídavný materiál, ak je potrebný, sa do zvaru pridáva vo forme drôtu už mimo plazmatrónu.

Výkony plazmatrónov sa môžu líšiť o mnoho rádov podľa veľkosti plazmatrónu a výkonu zdroja napájania preneseného oblúka. Na zváranie jemných súčiastok (napr. pri výrobe injekčných ihli z chrómniklovej ocele) sa používa tzv. mikroplazmové zváranie, kde sa pracuje s malými plazmatrómi s výkonmi na úrovni stoviek wattov. Výhodou zvárania pomocou plazmatrónu v porovnaní s procesmi MIG a TIG je presnejšie definovaná geometria prúdiacej plazmy, čo je vhodné na zváranie s vysokými nárokmi na presnosť.

Veľkú kinetickú energiu plazmy vytekajúcej z plazmatrónu možno využiť na rezanie ocelí a iných kovových materiálov. Horúca plazma kov roztaví a následne ho vyfúkne preč. Presnosť rezania plazmatrónmí je oveľa vyššia ako u rezania acetylénovým horákom. Presnosť rezania a šírka rezu závisia od priemeru plazmového lúča. Mimoriadne vhodným na rezanie je kyslíkový plazmatrón s veľmi úzkym a presne ohraničeným plazmovým lúčom. Katódy na báze ťažkotaviteľných kovov (volfrám, molybdén a pod.) v kyslíku nemožno použiť. V tomto prípade sa ako katóda používa hafnium alebo zirkón. Požadovaný tvar vyrezávaných súčiastok sa dosahuje vedením plazmatrónu po predvolenej dráhe pomocou počítača. Pri materiáloch hrubých niekoľko milimetrov je kvalita rezných hrán porovnateľná so štandardne používanými technikami frézovania alebo vysekávania.

Ak sa použije namiesto plynu kvapalina (napr. voda) hovoríme o kvapalinových plazmatrónoch. V tomto prípade kvapalina prechodom cez oblúk zväčší svoj objem o viac ako tri rády, čím možno dosiahnuť nadzvukové výtokové rýchlosti plazmy z plazmatrónu. Kvapalinové plazmatróny pracujú s veľkými výkonmi a sú vhodné najmä na nanášanie ochranných vrstiev s veľkou tvrdosťou na kovové materiály. Také povrchové úpravy sa používajú na predĺženie životnosti nástrojov v strojárstve a zariadení v stavebníctve a tiež na protikoróziu ochranu.

7.1.6 Elektroiskrové obrábanie

Najprv si objasníme pojem **iskra**. Tento pojem neoznačuje konkrétny typ výboja, ale skôr krátkotrvajúci výboj. Najčastejšie iskru pozorujeme pri atmosferickom tlaku napr. pri vybití kondenzátora. Vtedy vznikne krátkotrvajúci oblúkový výboj. Typickým príkladom iskry v prírode je blesk.

Výboje možno pozorovať nielen v plynnom skupenstve, ale i v skupenstve kvapalnom alebo tuhom. V dôsledku vysokej koncentrácie nenabitých častíc sú však deje u takých výbojov veľmi komplikované a doteraz nie celkom pochopené. Charakteristickým prejavom iskry v každom skupenstve je rýchly nárast výbojového prúdu, čo spôsobuje prudké zvýšenie teploty neutrálnych molekúl v kanáli iskry. Následne sa to prejaví rýchlym nárastom tlaku, ktorého prejavom je silný, krátko trvajúci zvuk. Pri dostatočne veľkých energiách rýchlosť rozpínania kanálu môže byť väčšia ako rýchlosť zvuku v danom prostredí, čo vedie na vznik rázových vln. Takto generované rázové vlny pôsobia na okolité predmety silovými účinkami.

Práve tepelné a mechanické účinky iskrového výboja v kvapaline sa využívajú na obrábanie kovových materiálov. Podstata elektroiskrového obrábania tkvie v budení iskrového výboja v oleji medzi obrábaným predmetom a pomocnou elektródou. Elektróda má tvar prispôbený budúcemu tvaru výrobku. Tak napr. ak chceme vyrobiť štvorcový otvor do platne z tvrdej nástrojovej ocele, tak použijeme elektródu v tvare štvorbokého hranola. Elektródy sa vyhotovujú z grafitu, liatiny alebo zo zliatin volfrámu a v elektrickom obvode sú zapojené ako katóda. Iskra medzi elektródou a predmetom sa generuje periodickým vybíjaním kondenzátora. Pri každom výboji oblúk roztaví malé množstvo materiálu na povrchu predmetu a vytvorená rázová vlna v oleji túto mikroskopickú kvapku odtrhne

od povrchu. Toto sa periodicky opakuje s frekvenciou, ktorá je daná časovou konštantou kapacity kondenzátora a sériového odporu medzi kondenzátorm a zdrojom napätia. Opakovacia frekvencia iskier medzi elektródou a predmetom sa obvykle pohybuje medzi $100 - 10^5$ Hz. Uvoľnené častice kovu sa odplavujú preč prúdiacim olejom. Miesto vzniku iskry sa postupne premiestňuje na miesta, kde je ešte prebytok materiálu. Ako sa prehľbuje otvor, tak elektróda postupne klesá hlbšie, až sa vytvorí otvor. Veľkosť oddelených častíc závisí od energie nahromadenej v kondenzátore – čím je energia menšia, tým sú aj častice menšie. Preto energiou v kondenzátore možno regulovať drsnosť opracovaného povrchu. V praxi sa na hrubé opracovávanie používajú veľké energie, až v závere procesu sa energia zmenší a frekvencia zvýši, čím sa dosiahne hladký povrch.

7.2 Plazmochémia

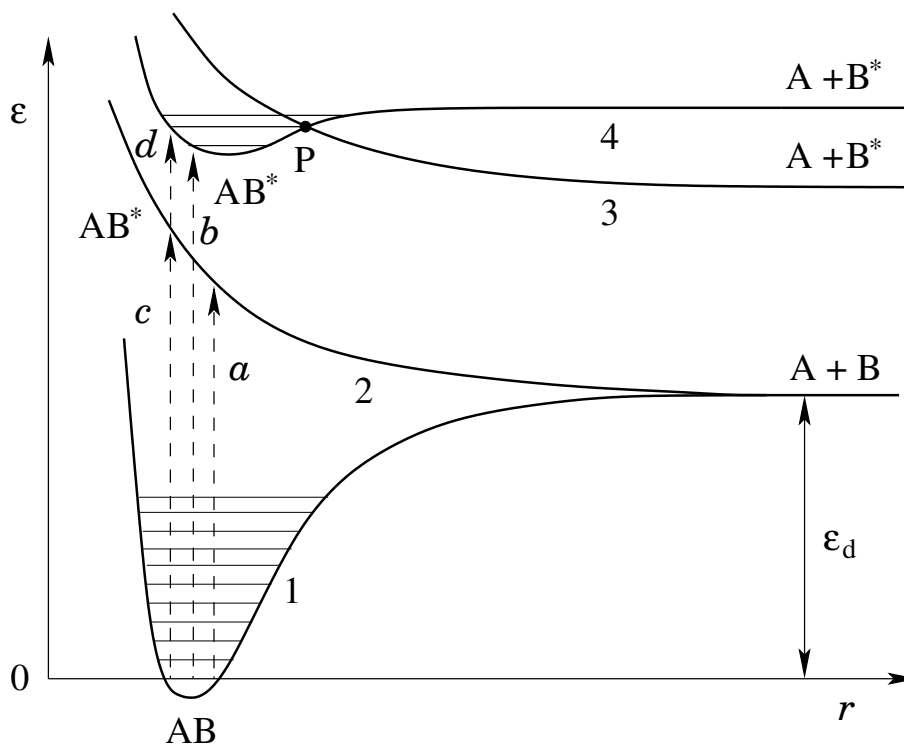
Endotermické chemické reakcie prebiehajú len za neustáleho prísunu energie zo zdroja tepla. Plazma elektrického oblúka takýmto zdrojom je, navyše s teplotou prevyšujúcou klasické tepelné zdroje. Toto umožňuje realizovať aj také syntézy, ktoré v klasickej chemickej výrobe neprebíhajú. Výhodou vysokých teplôt sú aj vysoké reakčné rýchlosti. Ako príklady využitia elektrického oblúka možno uviesť syntézu kysličníkov dusíka zo vzduchu (Birkeland-Eyde v roku 1905), ktoré sú surovinou pri výrobe kyseliny dusičnej. Neskôr bola táto technológia nahradená ekonomicky priaznivejšou chemickou syntézou čpavku z vodíka a dusíka, čo však neznamená, že v budúcnosti pri zmene cien surovín sa situácia nezmení. Ďalšou aplikáciou je výroba acetylénu zo zemného plynu (Hüls v roku 1940), ktorý je surovinou pre organické syntézy. Plazmochemický postup výroby acetylénu je vhodný aj na spracovanie ťažších uhlovodíkov (napr. propan a butan) a rôzneho odpadu pri spracovaní ropy (mazut, gudron, antracénové oleje a pod.). Dôležitá je tiež výroba karbidu vápnika CaC_2 z CaO a uhlíka elektród, medzi ktorými horí oblúkový výboj.

V stave termodynamickej rovnováhy, maximálna koncentrácia produktu reakcie je funkciou teploty. V praxi to znamená, že len časť vstupných reaktantov zreaguje. Ak produktu by bolo viac, tak by sa rozložil späť na reaktanty. Tomu možno zabrániť v rýchloprúdiacej plazme s vysokou teplotou z plazmatrónu tak, že vytvorené produkty rýchlo ochladíme. Takto sa reakčná rovnováha posunie v prospech väčšieho množstva produktu a teda sa získa väčšia výťažnosť. Vtedy už reakcia prebieha v podmienkach, keď je termodynamická rovnováha narušená – proces teda je nerovnovážny. Laboratórne je rozpracovaných aj mnoho ďalších plazmochemických reakcií; ich nasadenie do priemyslu však závisí od mnohých faktorov, z ktorých dominuje ekonomická návratnosť a schopnosť konkurencie s existujúcimi technológiami založenými na moderných katalyzátoroch. Dôležitým faktorom je aj cena elektrickej energie na napájanie plazmatrónu.

Doteraz sme sa venovali chemickým reakciám, ktorých kinetika využívala termický mechanizmus. Vo všeobecnosti, aby chemická reakcia vôbec mohla prebiehať, treba najprv vytvoriť v prostredí reaktívne častice. Väčšina reaktívnych prvkov totiž v laboratórnych

podmienkach vytvára dvojatómové, prípadne i viac atómové molekuly, ktorých reaktivita je malá. Preto ak aj také plyny zmiešame v stechiometrickom pomere, reakcia neprebíha. V prípade, že v zmesi plynov sa objaví atóm niektorej zložky zmesi – **voľný radikál**, je schopný reagovať s molekulami druhej zložky, čím sa môžu uvoľniť ďalšie radikály a tak sa spustí reťazová chemická reakcia. V prípade exotermickej reakcie to môže viesť k výbuchu (napr. u stechiometrickej zmesi kyslíka a vodíka). U endotermických reakcií však treba neustále teplo dodávať z vonkajšieho zdroja.

Voľné radikály vznikajú z molekúl ich disociáciou. Pri zvýšení teploty plynu sa molekuly zrážajú navzájom s väčšími rýchlosťami, čím sa excitujú na vyššie vibračné hladiny. Po viacnásobných zrážkach niektoré molekuly môžu obsadiť také vysoké vibračné hladiny, že nastane ich disociácia. Toto však nie je jediný možný mechanizmus vzniku voľných radikálov v plazme. Disociácia molekúl plynu môže nastať aj v tlecom výboji, kde teplota neutrálneho plynu je na úrovni laboratórnej teploty. V tomto prípade hlavnú úlohu hrajú elektróny, ktoré pri náraze excitujú molekulu plynu do vyššieho elektrónového stavu. Tým, že elektrón zaujme inú konfiguráciu v molekule, zmení sa aj silové pôsobenie medzi atómami. Na obr. 7.7 sú schématicky znázornené niektoré prípady disociácie, ktoré môžu u konkrétnej molekuly nastať. Krivka 1 znázorňuje potenciálnu energiu ε atómov A a B v dvojatómovej molekule AB, nachádzajúcej sa v základnom elektrónovom stave, v zá-

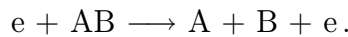


Obr. 7.7: Ilustrácia rôznych spôsobov disociácie molekuly AB nárazom elektrónu

vislosti od vzájomnej vzdialenosti atómov r . Vodorovnými úsečkami sú vyznačené dolné vibračné hladiny molekuly. Základný stav molekuly reprezentuje najnižšia vibračná hla-

dina, ktorej je na obr. 7.7 priradená nulová energia. Zahrievaním plynu sa obsadzujú aj vyššie vibračné stavy. Pri dostatočne vysokých teplotách, v niektorých molekulách môže energia vibračného pohybu prekonať energiu disociácie ε_d a molekula sa rozpadne na atómy A a B.

Pri elektrónovej excitácii nárazom elektrónu sa krivka pre potenciálnu energiu vzájomného pôsobenia atómov A a B zmení skokom.⁶ Jednu z možností zobrazuje krivka 2, keď medzi atómami začnú po elektrónovej excitácii pôsobiť odpudivé sily (tzv. repulzný elektrónový stav), vďaka ktorým sa molekula rýchlo rozpadne. Dva hraničné vertikálne prechody *a* a *c* predstavujú krajné možnosti elektrónovej excitácie (ostatné možné prechody sú spojite rozložené medzi nimi s rôznymi hustotami pravdepodobnosti). Ak označíme dodanú energiu pri náraze elektrónu ako $\varepsilon(a)$ resp. $\varepsilon(c)$ (energia závisí od fázy vibračného pohybu v okamihu elektrónovej excitácie), súčet kinetických energií oboch molekúl leží medzi energiami $\varepsilon(a) - \varepsilon_d$ až $\varepsilon(c) - \varepsilon_d$ (obvykle niekoľko eV). Proces disociácie je teda aj efektívnou cestou odovzdávania energie elektrónov molekulám plynu v porovnaní s pružnými zrážkami elektrónov s molekulami. Tomuto procesu odpovedá symbolický zápis



Vidíme, že tleci výboj je schopný generovať voľné radikály aj bez ohrievania plynu.

Ďalšiu možnosť pri elektrónovej excitácii predstavujú vyznačené prechody *b* a *d* do excitovaného viazaného stavu AB^* , ktorý na obr. 7.7 reprezentuje potenciálová krivka 4. Doba zotrvania molekuly na nižších vibračných hladinách krivky 4 je daná výlučne výberovými pravidlami pre elektrónové radiačné prechody do nižších stavov, ak teplota plynu nie je príliš vysoká. V opačnom prípade môže totiž nastať termická disociácia (vzhľadom na malú hĺbku potenciálovej jamy sú teploty potrebné na disociáciu menšie ako pri základnom elektrónovom stave). Pri disociácii sa veľký prebytok energie transformuje nielen na kinetickú energiu fragmentov, ale aj na vnútorné stupne voľnosti radikálov – na elektrónovú excitáciu vznikajúcich atómov (napr. B^*). Symbolicky to možno zapísať v dvoch krokoch: najprv sa vytvorí viazaný elektrónový excitovaný stav $AB^*(\text{viaz})$



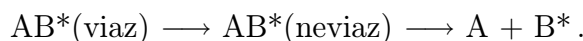
ktorý za priaznivých podmienok môže disociovať



V prípade, že krivku 4 pre viazaný excitovaný stav pretína potenciálová krivka prislúchajúca neviazanému stavu molekuly $AB^*(\text{neviaz})$ (na obr. 7.7 krivka 3), môže nastať tzv. **predisociácia**. Vtedy sa pri konštantnej energii v mieste priesečika P kriviek 3 a 4 zmení stav. Týmto neradiačným prechodom na krivku 3 nastane opäť disociácia molekuly. Čiže

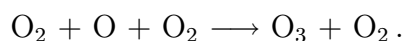
⁶Elektrónový prechod trvá minimálne o jeden rád kratšie ako je perioda vibračného pohybu. Preto sa elektrónové prechody javia ako zvislé čiary, pri ktorých sa *r* prakticky nemení – tzv. Franckov-Condonov princíp.

ak to zosumarizujeme, tak pri prechode b je zotrúvanie molekuly vo vibračnom stave dané dobou života príslušného excitovaného elektrónového stavu. Naopak pri prechode d sa molekula dostáva na vyššiu vibračnú hladinu, ktorá je v blízkosti bodu P. V tomto prípade je pravdepodobnosť prechodu na krivku 3 veľká, čím sa skrúcuje doba života excitovanej molekuly AB^* (viaz) na úkor radiačných prechodov. Symbolicky možno posledný prechod zapísať nasledovne



Samozrejme prechod molekuly na krivku 3 môže nastať aj priamo elektrónovou excitáciou zo základného stavu 1, ako tomu bolo u krivky 2 – tento prípad na obrázku nie je vyznačený. Vo všeobecnosti pravdepodobnosť konkrétneho prechodu medzi dvoma elektrónovými stavmi závisí od rozdelenia hustoty pravdepodobnosti na vibračných hladinách každého z nich. Sú uprednostňované prechody, pri ktorých počiatočný i konečný stav majú najväčšiu pravdepodobnosť. Tak napríklad u vibračného kvantového čísla $v=0$ leží toto maximum uprostred rozsahu polohy na príslušnej hladine. Pri vyšších vibračných číslach maximá sa nachádzajú v krajných polohách pohybu. Preto prechod na potenciálovú krivku 3 z krivky 4 je najpravdepodobnejší z hladiny, ktorá je v blízkosti bodu P. Vyššie excitované vibračné hladiny krivky 4 (na grafe je nakreslená len jedna) pretínajú krivku 3 v miestach, kde pravdepodobnosť prechodu na ňu je už menšia.

Na rozdiel od termickej plazmy, u nerovnovážnej plazmy sa pracuje s menšími výkonmi a preto nenachádza z hľadiska veľkotonážnej chémie výrazné uplatnenie. Výnimkou však je produkcia **ozónu**, ktorý patrí medzi najefektívnejšie oxidačné prostriedky napr. pri dezinfekcii pitnej vody. Ozón sa vyrába v **ozonizátoroch** (prvý vyrobil W. von Siemens v roku 1857), ktoré využívajú tzv. tichý výboj (tlecí výboj pri atmosferickom tlaku), ktorý horí medzi elektródami obalenými dielektrikom (obvykle sklom), na ktoré je privedené vysoké striedavé napätie. Výboj má podobný impulzný charakter ako u plazmových obrazoviek. Cez výboj prúdi čistý kyslík pri atmosferickom tlaku. Elektródy sú chladené vodou, aby sa plyn neohrieval, pretože molekula ozónu O_3 disociuje už pri teplotách väčších ako 350 K. Práve toto je dôvod, prečo nie je možné vyrábať ozón klasickou chemickou syntézou. Ozón totiž vzniká v prítomnosti kyslíkových radikálov trojčasticovou interakciou podľa nasledujúcej reakcie (tretia častica – molekula kyslíku – odoberá prebytok energie na dosiahnutie stabilizácie molekuly ozónu)



Kyslíkové radikály O treba získať disociáciou molekúl kyslíka pri teplotách rádovo tisícky K. V takom horúcom prostredí sa však molekuly ozónu ihneď rozpadávajú, takže výťažok reakcie je prakticky nulový. Práve v tomto prípade je ideálne využiť nerovnovážnu plazmu tichého výboja, kde teplota ťažkých častíc je na úrovni 300 K, zatiaľ čo elektróny majú teplotu desiatky tisíc K, ktorú získavajú od elektrického poľa. Elektróny elektrónovou excitáciou molekúl kyslíka tak generujú dostatok kyslíkových atómov, z ktorých potom vznikajú ozónové molekuly. Molekuly ozónu pri nízkej teplote okolia ostávajú

stabilné a prúdiacim kyslíkom sa odnášajú von z ozonizátora. V moderných ozonizátoroch sa používa aj korónový výboj pri atmosferickom tlaku, pričom aj v tomto prípade sa elektródy udržujú chladením na teplote okolia.

Reaktívne môžu byť aj kladné ióny, ktoré vznikajú z molekúl plynu ionizáciou nárazom elektrónov. Ako príklad uveďme atómy inertných plynov. Tieto majú uzatvorené elektrónové konfigurácie, čo sa prejavuje ich zanedbateľnou chemickou reaktivitou. Kladnému iónu inertného plynu odpovedá elektrónova konfigurácia podobná halogénu z predchádzajúceho miesta v Mendelejevovej tabuľke. Preto tento ión vykazuje zvýšenú afinitu napríklad k vodíku. Tak vznikajú tzv. **komplexné ióny**, ako napr. HeH^+ , NeH^+ , ArH^+ , ale i NeHe^+ a ďalej molekulové ióny inertných plynov He_2^+ , Ne_2^+ , Ar_2^+ a pod. Po rekombinácii sa tieto molekuly rozpadávajú na pôvodné zložky. Reakcie medzi iónmi a molekulami nazývame **iónovo-molekulové reakcie**. U reaktívnych plynov môžu vytvorené produkty stabilne existovať aj po rekombinácii. Vo všeobecnosti, ióny nie sú až tak významné z hľadiska plazmochémie, ale hrajú dôležitú úlohu pri procesoch v plazme, pretože významne ovplyvňujú hodnoty pohyblivosti iónov a koeficientu rekombinácie iónov s elektrónmi. Môžu sa tiež pozitívne uplatniť v metalurgii pri legovaní kovov plynmi a pri znižovaní obsahu niektorých nežiadúcich prímiesí.

Významnou oblasťou na uplatnenie chemických reakcií v plazme sú heterogénne procesy na povrchoch rôznych materiálov. Tieto aplikácie našli v posledných dvoch desaťročiach rozsiahle uplatnenie v priemysle. Podrobnejšie budeme o tom hovoriť v nasledujúcom odseku, ktorý sa venuje plazmovým technológiám.

7.3 Plazmové technológie

Plazmové technológie predstavujú veľmi efektívny prostriedok úpravy materiálov v rôznych oblastiach priemyslu, ktoré zaznamenali prudký rozvoj v posledných dvoch až troch desaťročiach. V krátkosti sa s nimi oboznámime v rámci troch veľkých skupín:

- nanášanie ochranných vrstiev v strojárstve
- depozícia a tvarovanie vrstiev v mikroelektronike
- povrchová modifikácia materiálov.

7.3.1 Ochranné vrstvy v strojárstve

Kovové výrobky často vyžadujú povrchové úpravy, ktorých úlohou je dosiahnuť ochranu pred mechanickým opotrebovaním, koróziou a účinkami vysokých teplôt. V minulosti sa na tieto účely používalo legovanie ocelí a vhodné tepelné spracovanie (napr. kalenie). Plazmové technológie však poskytujú v tomto smere úplne nové možnosti, keď sa na exponovaných častiach súčiastok vytvárajú špeciálne povlaky. Jednou z možností je striekanie ochranných vrstiev pomocou plazmatrónu. Pritom sa do prúdu plazmy z plazmatrónu privádza jemný prášok ochranného materiálu (veľkosť zrna 10 – 100 μm), ktorý sa roztaví a na povrch dopadne veľkou rýchlosťou, čím sa tam pevne zafixuje. Adhézia

nanášaného materiálu sa zvyšuje aj účinkom plazmy na povrch predmetu, ktorý sa zbaví adsorbovaných molekúl (povrchy musia byť predtým zbavené nečistôt a odmastené).

Krátky prehľad niektorých aplikácií je v tab. 7.2. Kovové povlaky s vysokou tvrdosťou na báze volfrámu a jeho karbidov (W, WC, W_2C , WC + Co) sa používajú ako ochrana proti mechanickému opotrebovaniu a vysokým teplotám napr. lopatky turbín v leteckých motoroch, súčiastky zariadení v ropnom priemysle a pod. Na podobné účely a na ochranu kozmických objektov proti tepelnému preťaženiu pri pohybe v zemskej atmosfére a ochranu trysiek raketových motorov sa využívajú aj keramické materiály Al_2O_3 a ZrO_2 . Keramické materiály sú tiež vhodné aj na ochranu proti oteru niektorých súčiastok textilných strojov a na tepelnú ochranu palivových článkov v jadrových reaktoroch. V hutníctve a zlievárenstve sa Al_2O_3 používa ako prostriedok na tepelnú izoláciu, ochranu proti účinkom tepla a proti adhézii žeravého železa na transportných valcoch. Lepšiu adhéziu vrstiev na základný materiál možno v niektorých prípadoch zabezpečiť pomocou vhodnej medzivrstvy. Medzivrstvy tiež sú schopné vyrovnávať mechanické pnutia pri odlišných koeficientoch tepelnej rozťažnosti vrstvy a základného materiálu. Ako vhodné materiály na tento účel sa dobre osvedčili molybdén a nikel. V prípade nanášania keramických materiálov sa používajú aj niektoré zliatiny napr. NiCr a NiAl. Pre náročné aplikácie sa môžu používať aj viacnásobné medzivrstvy tzv. odstupňované vrstvy sendvičového typu. Pri aplikácii keramických materiálov v chemickom priemysle ako protikorózna ochrana, sa nepriaznivo uplatňuje poréznoť nanášaných keramických vrstiev. Preto sa na upchatie pórov používa impregnácia polymérnymi materiálmi. Ak treba pokryť veľké plochy vrstvami o veľkej hrúbke je výhodné použiť kvapalinové plazmatróny pracujúce s vodou, ktoré dosahujú rádovo väčšie výkony. Vhodné sú však len na nanášanie oxidových keramik.

Striekanie vrstiev pomocou plazmatrónu je aj jednou z veľmi efektívnych metód prípravy kompozitných materiálov. Kompozitné materiály sú založené na spevnení bežne používaných materiálov, či kovových alebo nekovových, pomocou vlákien s vysokou pevnosťou ako je uhlík, volfrám, bór a pod. Postupuje sa pritom tak, že na uložené vlákna sa nanáša materiál s menšou pevnosťou (tzv. matrica). Tak vzniká buď už konečný výrobok alebo polotovár, ktorého pevnosť je podstatne zvýšená. Kompozity sa vyznačujú priaznivým pomerom pevnosti k hmotnosti, čo ich predurčuje na použitie najmä v leteckej technike.

Pri ochrane nástrojov (vrtáky, frézy, sústružnícke nože a pod.) musí mať tvrdý povlak malú a definovanú hrúbku, aby sa presne dodržali rozmery nástroja a jeho geometria. Nanášanie povlaku pomocou plazmatrónu je tu nepoužiteľné. Preto sa v týchto prípadoch využívajú iné metódy. Metód všeobecne použiteľných na nanášanie vrstiev je viac, nie všetky však zabezpečujú vysokú príľnavosť, ktorá je dôležitá pri nástrojoch na trieskové obrábanie materiálov. Vákuové naparovanie nie je schopné zabezpečiť potrebnú adhéziu. Na zvýšenie adhézie sú vhodné tie metódy, kde energia dopadajúcich častíc na povrch významne prevyšuje tepelné energie. Práve tu poskytuje aplikácia plazmy východisko. Najjednoduchšou modifikáciou je **naparovanie aktivované plazmou**, keď sú-

Tabuľka 7.2: Prehľad použitia ochranných povlakov nastriekaných pomocou plazmatrónu

| Odvetvie | Výrobok | Materiál povlaku |
|---|---|--|
| Raketová technika | Trysky motorov | Al ₂ O ₃ , ZrO ₂ ^(1,2) , W ⁽³⁾ |
| Kozmické zariadenia | Aerodynamické kryty Prístroje na výskum | ZrO ₂ , Al ₂ O ₃ ⁽⁴⁾ Al ₂ O ₃ , ZrO ₂ , W ^(4,5) kovy, oxidy, karbidy ⁽⁶⁾ |
| Letectvo | Lopatky turbín Nosné plochy a trup | Co-WC, TiC, Cr ₂ O ₃ ⁽²⁾ Ni-Al, Ni-Cr-B-Si ⁽¹⁾ kompozitné materiály ⁽⁸⁾ |
| Strojárstvo | Formy na tlakové odlievanie Matrice na lisovanie Transportné valčeky na valcovacích stoliciach Vodidlá lôžok obrábacích strojov Lodičky na spekanie Meracia technika | zliatiny Cr-Ni ⁽¹⁾ Al ₂ O ₃ , Al-Ni ^(3,4,7,9) Cr-B-Ni-Si ^(3,4,7,9) Al ₂ O ₃ ⁽⁵⁾ Mo, Cr-B-Ni-Si ⁽⁷⁾ Al ₂ O ₃ ⁽⁹⁾ karbidy ⁽¹⁰⁾ |
| Energetika | Palivové články Lopatky exhaustorov Horáky na práškové palivo Kovové vrstvy na keramike | Al ₂ O ₃ , ZrO ₂ ⁽³⁾ Al ₂ O ₃ , Al-Ni ⁽⁷⁾ Al ₂ O ₃ , ZrO ₂ ⁽¹⁾ Mo ⁽¹¹⁾ |
| Metalurgia | Škrtiace klapky vysokých pecí Ochrana dielov konvertorov Autoklávy na vylúhovanie rúd | Al ₂ O ₃ , Al-Ni, ZrO ₂ ^(3,7) vrstvy Al ₂ O ₃ a Cr ₂ O ₃ ⁽¹²⁾ Al ₂ O ₃ + polymér ^(7,13) |
| Chemická výroba | Kondenzátory a chladiče Lopatky ventilátorov | Al ₂ O ₃ + polymér ⁽¹³⁾ Cr ₂ O ₃ ⁽¹⁴⁾ |
| Ťažobný priemysel | Zariadenia na hydroťažbu Stroje na ťažbu hornín | WC + NiCr ^(7,13) Cr-B-Ni-Si ^(7,13) Práškové materiály ^(7,13) |
| ⁽¹⁾ zabezpečenie žiaruvzdornosti ⁽²⁾ odolnosť proti erózii ⁽³⁾ pevnosť pri vysokých teplotách ⁽⁴⁾ zabezpečenie tepelnej izolácie ⁽⁵⁾ zabránenie adhézii materiálu ⁽⁶⁾ optimalizácia tepelných vyžarovacích vlastností ⁽⁷⁾ dosiahnutie oteruvzdornosti | | ⁽⁸⁾ dosiahnutie pevnosti a húževnatosti ⁽⁹⁾ ochrana proti privareniu ⁽¹⁰⁾ dlhá životnosť a presnosť ⁽¹¹⁾ pevné spoje s tvrdými spájkami ⁽¹²⁾ prekľadané vrstvy ako ochrana proti kvapkám kovu a horúcim plynom ⁽¹³⁾ protikorózna ochrana ⁽¹⁴⁾ ochrana proti korózii v H ₂ SO ₄ |

časne s procesom naparovania v tom istom objeme budíme aj plazmu pomocou tlecieho výboja. Pretože samotné naparovanie prebieha vo vysokom vákuu, nie je možné v týchto podmienkach výboj zapáliť. Rieši sa to pripúšťaním vhodného plynu (napr. inertného) do vákuového systému, aby sa podarilo zapáliť výboj medzi substrátom (predmet na ktorý sa naparuje vrstva) a kovovými povrchmi vákuového systému, ktorý býva z bezpečnostných dôvodov uzemnený. Pritom ako katódu výboja volíme substrát, vďaka čomu jeho povrch je intenzívne bombardovaný kladnými iónmi s energiou porovnateľnou s veľkosťou katódového spádu. Dopadajúce častice s veľkou energiou odstraňujú z povrchu nežiaduce vrstvy nečistôt a aktivujú chemické reakcie na povrchu, čím sa zlepšuje priľnavosť naparovaného materiálu. Tieto postupy sú vhodné na nanášanie kovových vrstiev. V prípade kovových zliatin vznikajú pri naparovaní problémy so zachovaním relatívneho zloženia nanášaných vrstiev, pretože sa prednostne odparuje zložka zliatiny, ktorá má vyšší tlak nasýtených pár.

Ako vhodnejšia metóda na nanášanie kovových zliatin je **katódové naprašovanie**. V tomto prípade materiál zliatiny je vytvarovaný do formy terčika, ktorý plní teraz funkciu katódy. Kladné ióny pri dopade na katódu narážajú na atómy materiálu, pričom im ododvzdávajú energiu a hybnosť, čím časť povrchových atómov uniká mimo kov. V tomto prípade pravdepodobnosť opustenia atómu už nezávisí od tlaku nasýtených pár jednotlivých zložiek zliatiny, takže ich relatívne zastúpenie sa pri naprašovaní približne zachováva. Opísané metódy naparovania a naprašovania sa využívajú v elektrotechnickom priemysle pri výrobe odporov a odporových vrstiev, pri povrchovej úpravách v spotrebnom priemysle a pod.

Obidve metódy možno v princípe aplikovať aj na nanášanie tvrdých vrstiev na báze nitridu titánu TiN. Problém je však v tom, že bod topenia a varu je u tejto zlúčeniny extrémne vysoký (bod topenia cca 3000 °C) a príprava kompaktného materiálu je veľmi náročná. Preto sa používa technika **reaktívneho naprašovania**, prípadne naparovania. Ako východiskový materiál slúži kovový titán, ktorý sa napraňuje (naparuje) na nástroj alebo inú podložku v prítomnosti argónovej plazmy. Prímesou dusíka nastáva chemická reakcia medzi titánom a disociovanými molekulami dusíka, pričom na povrchu nástroja narastá vrstva nitridu. Nanesené vrstvy hnedožltej farby dosahujú vysoké tvrdosti, čím výrazne predlžujú životnosť nástrojov. Na reaktívne nanášanie vrstiev TiN možno využiť aj oblúkový výboj horiaci pri nízkom tlaku v zmesi argónu a dusíku. Oblúk horí medzi katódou z kovového titánu a pomocnou anódou. V mieste katódovej škvyrny sa titán z katódy intenzívne odparuje a molekuly dopadajú na substrát (nástroj na ktorom sa vytvára tvrdá vrstva). Aby sa materiál katódy rovnomerne odbúraval, aplikuje sa kolmo na elektrické pole medzi anódou a katódou magnetické pole. Účinkom Lorentzovej sily sa katódová škvyrna pohybuje veľkou rýchlosťou po povrchu katódy. Na substrát sa aplikuje vysoké záporné napätie, čím je povrch intenzívne bombardovaný kladnými iónmi z plazmy.

Ďalším priemyselne používaným spôsobom vytvárania tvrdých povrchov na kovových súčiastkách je nitridácia. Klasická (chemická) nitridácia sa vykonáva v prostredí plynného

čpavku alebo v kúpeľoch roztavených kyanidových solí pri zvýšených teplotách, keď dochádza k vzniku atomárneho dusíka, ktorý vytvára na povrchu ocelí nitridy železa. Tieto nitridové vrstvy o hrúbke niekoľkých desiatin milimetra sa vyznačujú vysokou tvrdosťou. Už viac ako 30 rokov sa používa v priemyselnej praxi aj **iónová nitridácia**, ktorá využíva účinky tlecieho výboja v zmesi dusíka a vodíka. Nitridovaný predmet je uložený v kovovej vákuovej nádobe, ktorá tvorí zároveň anódu tlecieho výboja. Katódou výboja je nitridovaný oceľový predmet. Optimálne tlaky sa pohybujú v rozsahu 200 – 400 Pa. Proces iónovej nitridácie prebieha najefektívnejšie v podmienkach tesne pred prechodom tlecieho výboja do výboja oblúkového, aby celý povrch predmetu bol pokrytý záporným svetlom tlecieho výboja. Aby sa zabránilo vzniku oblúkového výboja, ktorý by mal deštruktívne účinky na nitridované predmety, je napájací zdroj vybavený výkonovým elektronickým regulátorom, ktorý automaticky bráni takému prechodu. Dopadom kladných iónov na povrch sa nitridovaná súčiastka zahrieva na pracovnú teplotu, pričom sa povrch predmetu čistí aj od rôznych nečistôt a oxidov. Úlohu pritom hrá rozprašovanie materiálu pri dopade kladných iónov a redukčné účinky vodíka. Ohrev možno regulovať tlakom plynu tak, aby teplota počas nitridácie sa ustálila v intervale 510 – 580 °C v závislosti od druhu nitridovanej ocele a požadovaných vlastností nitridovanej vrstvy. Dominantnú úlohu pri nitridácii hrajú atómy dusíka, vznikajúce v plazme nárazom elektrónov, ktoré prenikajú do povrchových vrstiev ocele. Tu vznikajú nitridy železa, pričom dusík pri zvýšenej teplote pomaly difunduje do väčších hĺbok.

Vrstvy pripravené iónovou nitridáciou majú vysokú tvrdosť, sú odolné proti teplu (až do 500 – 600 °C) a proti korózii. Odolnosť proti oteru mazaných trecích plôch sa zvyšuje viac ako o jeden rád v porovnaní s klasickou nitridáciou. Iónová nitridácia sa preto využíva v automobilovom priemysle na povrchovú úpravu valcov, hriadeľov, ventilov a posúvačov spaľovacích motorov. Využíva sa aj na úpravu presných posuvných skrutiek a dielov meradiel. V nástrojárstve sa využívajú hlavne na vytvrdzovanie lisovacích prípravkov a ako zábrana nalepovania pri tvarovaní hliníka. Pri úprave rezných nástrojov sa zatiaľ nitridácia nepresadila v takej miere ako niektoré iné technológie povrchových úprav. Na rozdiel od klasickej nitridácie, pri iónovej nitridácii sa nezväčšujú rozmery súčiastok; vplyv odprašovania vo výboji totiž kompenzuje narastanie rozmerov. Preto po iónovej nitridácii súčiastky už nevyžadujú ďalšie opracovávanie, takže táto operácia môže byť zaradená ako posledná aj v prípadoch, keď sa požaduje tolerancia rozmerov menšia ako 0,02 mm.

Modernejším prostriedkom povrchovej úpravy kovov a iných materiálov je **iónová implantácia**. Pri tejto metóde sa bombarduje povrch materiálu kladnými iónmi urýchlenými na vysoké energie 10 – 300 keV. Pri takých vysokých energiách ióny neostávajú na povrchu, ale prenikajú do materiálu aj pri laboratórnej teplote. Hĺbka vniku iónov do materiálu sa pohybuje – v závislosti od energie – obvykle od 0,1 do 0,8 μm . Možnosti uplatnenia implantácie iónov sú široké:

1. zvýšenie tvrdosti kovov za účelom predĺženia životnosti
2. zvýšenie tvrdosti keramik a ich odolnosti proti opotrebovaniu
3. zlepšenie klzných vlastností kovov (vo vesmíre – ložiská a medicíne – umelé kĺby)

4. zvýšenie odolnosti kovov proti korózii
5. dopovanie polovodičových materiálov v mikroelektronike
6. legovanie povrchov kovov a izolátorov na zmenu elektrických a optických vlastností
7. vytváranie definovaných defektov v kryštalických materiáloch.

Na prvý pohľad sa zdá, že implantačné hĺbky pri menších energiách sú z hľadiska mechanických vlastností nedostatočné. Ukázalo sa však, že skutočnosť je oveľa priaznivejšia. Pozoroval sa totiž prekvapujúci efekt, že pri opotrebovávaní povrchu kovu, sa implantovaný materiál posúva hlbšie do materiálu, takže požadované vlastnosti povrchu sa zachovávajú. Mechanizmus tohoto javu zatiaľ nie je uspokojivo vysvetlený.

Nevýhodou iónovej implantácie je vysoká cena implantačných zariadení a ďalej požiadavka kolmého dopadu iónového zväzku na povrch.⁷ Preto použiteľnosť je reálna len v tých oblastiach, kde sa tieto nevýhody výraznejšie neprejavujú (napr. mikroelektronika).

Uvedené nevýhody do určitej miery odstraňuje **plazmová iónová implantácia**, ktorá je hlavne použiteľná v strojárstve na zvyšovanie tvrdosti a odolnosti proti oteru a korózii. Ako implantačná prímies sa v tomto prípade využíva prevažne dusík a bór. Metóda nevyžaduje použitie urýchľovačov iónov a ani zložitú fokusáciu a ovládanie zväzku iónov; princíp je podobný ako pri iónovej nitridácii. V kovovej nádobe sa generuje plazma pri nízkom tlaku (v okolí 1 Pa) pomocou elektrického výboja (jednosmerný, vysokofrekvenčný alebo mikrovlnný tleci výboj). Na predmet vložený do plazmy sa privádzajú záporné impulzy vysokého napätia o dĺžke trvania niekoľkých mikrosekúnd. Počas záporného impulzu sa kladné ióny z plazmy urýchľujú k povrchu a vzhľadom na nízky tlak bez zrážok dopadajú na povrch s energiou, ktorá je určená veľkosťou impulzného napätia (v rozsahu 20 – 100 kV). Celé vysoké napätie počas impulzu leží prakticky na bezzrážkovej elektrickej dvojvrstve, ktorá sa vytvorí nad povrchom predmetu. Hrúbka tejto dvojvrstvy sa znižuje s rastúcou koncentráciou plazmy. Ak polomer krivosti plôch na povrchu predmetu je väčší ako hrúbka dvojvrstvy, tak elektrické pole ako aj smer rýchlosti kladných iónov je približne kolmý na povrch. Tým sa zabezpečí homogénna implantácia iónov na všetky miesta povrchu predmetu a zároveň sa vylúči odprašovanie materiálu z povrchu pri šikmom dopade iónov.

Dôvodov na použitie impulzného vysokého napätia je viacero. Implantačný prúd totiž s rastúcim časom rýchlo klesá a teda nemá zmysel ho predlžovať do tejto neefektívnej oblasti. Vážnym problémom je aj zohrievanie povrchu predmetu a nebezpečie následného prechodu do oblúkového výboja, čo je nežiadúci jav. Preto ak chceme dosiahnuť efektívny priebeh implantácie, treba voliť krátke impulzy o dĺžke do 10 μ s s opakovacou frekvenciou stovky Hz. Vtedy sa stihne jednak obnoviť pôvodná koncentrácia častíc v plazme a tiež sa predmet významne nezohrieva. Tento režim je vhodný v prípadoch, keď nechceme, aby sa implantovaná prímies rozšírila difúziou do väčších hĺbok ako 1 μ m. Ak naopak požadujeme z technologických dôvodov väčšiu hĺbku, tak zvýšením frekvencie impulzov (na tisícky

⁷Pri šikmom dopade ióny neprenikajú do hĺbky, ale rozprašujú materiál, čím sa odstraňuje implantovaná vrstva. Toto spôsobuje problémy pri implantácii súčiastok s členitým povrchom.

Hz) dosiahneme zahriatie predmetu na teploty okolo 500 °C a tým aj následnú difúziu do väčších hĺbok. Zmenou frekvencie teda môžeme definovaným spôsobom regulovať teplotu predmetu.

Perspektívne možno očakávať používanie plazmovej iónovej implantácie aj v mikroelektronickom priemysle na účely dopovania polovodičových materiálov niektorými prímiesami.

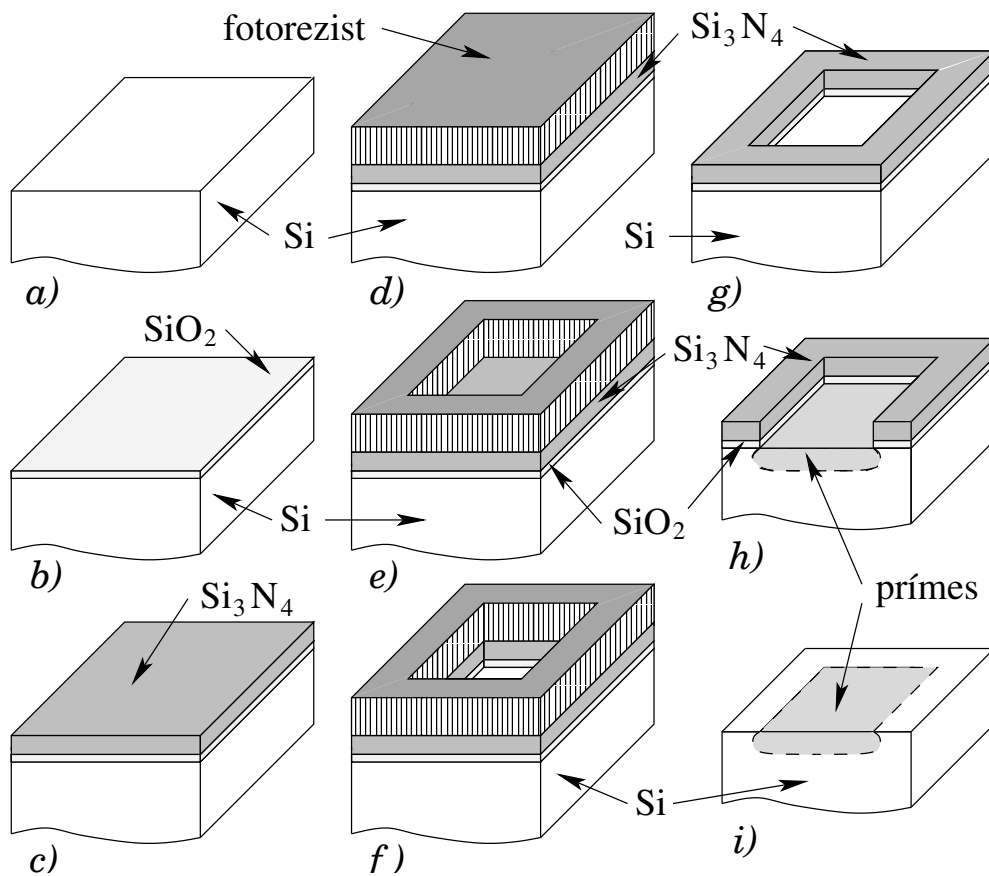
7.3.2 Depozícia a tvarovanie vrstiev v mikroelektronike

Moderná elektronická výroba je založená na tzv. **planárnej technológii**, keď všetky časti polovodičových a iných súčiastok (tranzistorov, kondenzátorov a ich prepojení kovovými vodičmi) sú uložené na povrchu dosky z kryštalického kremíka vo forme rôzne tvarovaných polovodičových, kovových a izolačných vrstiev. Samotná výroba sa vykonáva na súbore približne dvadsiatich kremíkových dosiek (tzv. wafer) o priemere niekoľko desiatok centimetrov, pričom na každej doske sa naraz vyrábajú stovky až tisícky integrovaných obvodov. Po vykonaní poslednej operácie sa dosky rozrežú na jednotlivé časti obsahujúce jeden integrovaný obvod (tzv. čip), ktoré sa potom zapúzdria a tak vzniknú tisícky až desiatky integrovaných obvodov (napr. mikroprocesory, pamäte a pod.). Práve takto sa dosahuje vysoká produktivita práce v mikroelektronike. Základom celého veľmi zložitého procesu je **fotolitografia**, ktorá je založená na využívaní **fotorezistov (fotolakov)**, čo sú zložené organické látky citlivé na ultrafialové žiarenie. Roztok fotorezistu vo vhodnom rozpúšťadle sa nanesie na kremíkovú dosku, na ktorej je už vytvorená vrstva z materiálu, ktorý sa má tvarovať. Po odparení rozpúšťadla vznikne tenká (cca 1 μm hrubá) vrstva fotorezistu, na ktorú sa zobrazí pomocou zložitej optickej sústavy obraz, pozostávajúci napríklad z kolektorov alebo emitorov budúcich tranzistorov, ktoré tam majú vzniknúť. Na osvetlených miestach sa fotochemickými reakciami zmenia vlastnosti fotorezistu. Pri následnej aplikácii vhodných rozpúšťadiel sa tieto časti odstránia alebo naopak zachovajú (rozlišujeme pozitívne alebo negatívne fotorezisty). V konečnom dôsledku tie miesta tvarovanej vrstvy, kde ostali zvyšky fotorezistu sú chránené pred pôsobením nasledujúceho leptacieho procesu. Po aplikácii leptania z pôvodnej vrstvy ostanú len tie časti, ktoré sa nachádzajú pod fotorezistom, čím sa vlastne vytvarovali časti všetkých budúcich súčiastok integrovaného obvodu. Celá operácia sa ukončí odstránením maskujúcich častí fotorezistu, čím sú dosky pripravené na ďalšiu operáciu, pri ktorej sa najprv nanesie na povrch ďalšia vrstva, ktorú treba vytvarovať. Ďalší postup je už potom analogický.

Problematika fotolitografie je veľmi zložitá, preto na vysvetlenie jej princípu uvedieme jednoduchý príklad tvarovania **difúznej masky**. Jednou z operácií pri výrobe integrovaných obvodov, je vytvorenie budúcich kolektorov a emitorov v tranzistoroch, z ktorých pozostáva integrovaný obvod. Tieto elektródy vznikajú dotáciou kremíka pomocou vhodnej prímеси, ktorá prenikne do základného materiálu termickou difúziou (termickú difúziu používame pri menších nárokoch na presnosť geometrie; v opačnom prípade sa používa iónová implantácia). Pretože difúzia prímеси prebieha pri vysokých teplotách 1000 – 1300 °C, maska musí týmto teplotám odolávať. Fotorezistové masky nie sú teda na tento

účel použiteľné. Jednou z technologických výhod kremíka je, že sa na ňom dajú vytvoriť vrstvy oxidov SiO_2 a nitridov Si_3N_4 . Tieto vrstvy majú v mikroelektronike široké použitie, pretože majú maskovacie, dielektrické, izolačné a ochranné vlastnosti. Preto vytváranie vrstiev oxidu a nitridu kremíka, spolu s litografiou, tvoria základ planárnej technológie integrovaných obvodov. Oxidové a nitridové vrstvy sú odolné proti vysokým teplotám a teda sa z nich dajú vyhotoviť difúzne masky.

Postup pri zhotovení a aplikácii nitridovej difúznej masky je znázornený na obr. 7.8, kde je zobrazený malý výrez z kremíkovej dosky obsahujúci miesto, kam treba termickou difúziou dotovať požadovanú prímies. Na doske z monokryštálu kremíka (obr. 7.8a),



Obr. 7.8: Postup pri difúzii prímiesi do monokryštalickeho kremíka: a) - monokryštalickeho kremík; b) - vytvorenie oxidovej vrstvy; c) - depozícia nitridovej vrstvy; d) - nanosenie fotorezistu; e) - vytvorenie fotorezistovej masky; f) - vyleptanie okna do oxidovej a nitridovej vrstvy; g) - difúzna maska po odstránení fotorezistu; h) - rez cez okno po vykonaní difúzie prímiesi; i) - konečný difúzny profil po odleptaní nitridovej a oxidovej vrstvy

sa vytvorí oxidáciou pri vysokej teplote v kyslíkovej atmosfére vrstva SiO_2 (obr. 7.8b). Často už aj túto vrstvu možno využiť na maskovanie. V prípadoch, keď koeficient difúzie prímiesi v oxide je väčší ako v kremíku, oxidová maska nie je použiteľná. V takom prípade

sa na oxidovú vrstvu nanáša depozíciou⁸ vrstva nitridu kremíka (obr. 7.8c). Po týchto operáciách nastúpi fotolitografický proces, pri ktorom sa nanesie na dosku fotorezist (obr. 7.8d), v ktorom po expozícii ultrafialovým svetlom a následnom vyvolaní sa vytvorí okná s požadovanými rozmermi (obr. 7.8e), cez ktoré sa odleptá oxidová i nitridová vrstva (obr. 7.8f). Po odstránení fotorezistu tak vznikne difúzna maska (obr. 7.8g). V nasledujúcom kroku, v difúznej peci, prebehne difúzia prímеси do kremíkovej dosky v miestach okien difúznej masky (obr. 7.8h). Pritom nitridová vrstva zabráni prieniku prímеси do zakrytých častí dosky. Pretože difúzia prebieha aj v smeroch rovnobežných s povrchom kremíkovej dosky, dotačný profil je širší než rozmery okna v difúznej maske, s čím treba počítať už pri návrhu rozmerov okien. Po odleptaní nitridovej a oxidovej vrstvy dostaneme v monokryštalickom kremíku presne vymedzené dotované oblasti ako to vidno na (obr. 7.8i). Difúzne masky sa môžu používať aj pri dotovaní polovodičov pomocou iónovej implantácie. V tomto prípade môže ostať na povrchu aj fotorezist i keď jeho vlastnosti sa pod vplyvom bombardovania iónmi môžu výrazne zmeniť, čo môže sťažiť jeho odstraňovanie.

Prv než pristúpime k opisu plazmových technológií pre mikroelektroniku, uvedieme základné typy vrstiev používaných pri výrobe integrovaných obvodov. Kovové vrstvy sa používajú najmä na:

- elektródy elektronických prvkov (napr. hradlá tranzistorov riadených poľom)
- metalizácia obvodov (vzájomné prepájanie hotových súčiastok a vývody)
- vrstvé odpory
- medzivrstvy na zlepšenie adhézie a na potlačenie elektromigrácie

Dielektrické vrstvy sa uplatňujú ako:

- hradlové izolačné vrstvy (termický oxid alebo nitrid o hrúbke < 100 nm)
- izolačné vrstvy
- ochranné vrstvy
- vrstvy pre difúzne masky (oxidy alebo nitridy kremíka)

Na vytvorenie predstavy o nárokoch na presnosť tvarovania niektorých vrstiev uvedme očakávania na šírku kritických čiar v technológii výroby polovodičových pamätí

| Rok | 2001 | 2004 | 2007 | 2010 |
|--------------|------|------|------|------|
| Rozmery [nm] | 130 | 90 | 65 | 45 |

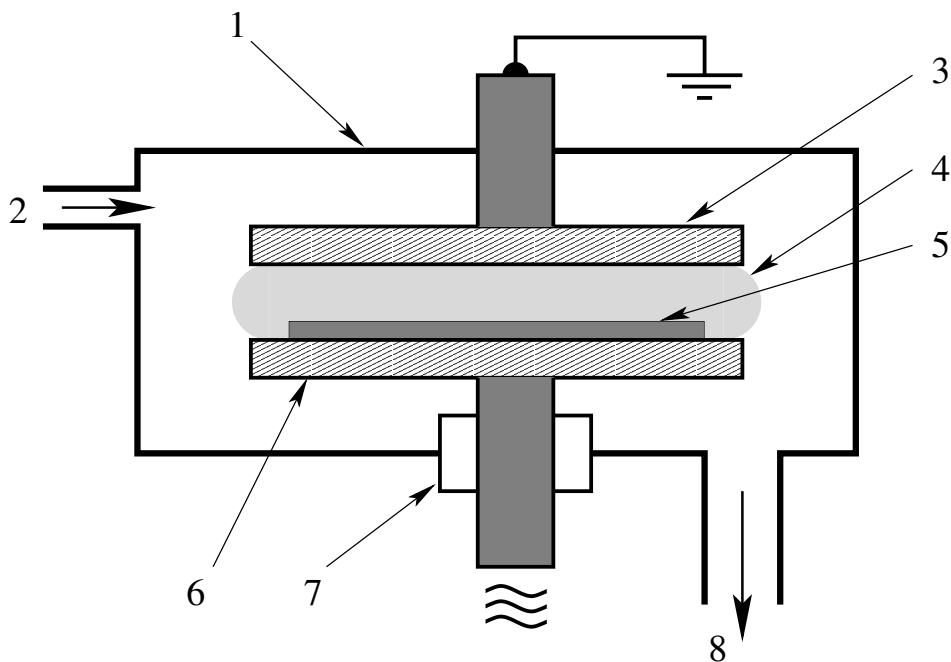
V tomto období sa predpokladá aj úplný prechod výrobcov na kremíkové dosky s priemerom 30 cm s následným výhľadom až 45 cm.

Z tohoto krátkeho prehľadu vidno, že planárna technológia výroby integrovaných obvodov je založená na veľkom počte technologických operácií. Ďalej sa budeme zaoberať len tými, ktoré sú založené na aplikácii plazmy: **plazmová depozícia** a **plazmové leptanie**.

⁸Chemická depozícia nitridu kremíka z plynnej fázy sa vykonáva pri teplotách 700 – 1200 °C v prostredí čpavku a silánu SiH₄ alebo chloridu kremečitého SiCl₄. Ďalej sa zmienime aj o plazmovej depozícii.

Plazmová depozícia. Ako sme videli, mikroelektronika vyžaduje nanášať a vytvárať rôzne typy vrstiev. Spôsobov je viacero v závislosti od druhu materiálu a podľa požadovaných vlastností vrstiev. Štandardne sa využíva vákuové naparovanie, katódové naprašovanie a reaktívne naprašovanie. Niektoré vrstvy sa však týmito metódami nedajú nanášať v požadovanej kvalite. Preto sa využíva chemická depozícia z plynnej fázy pomocou tepelného rozkladu pri vysokých teplotách. Tento proces sa v literatúre často označuje ako CVD (chemical vapor deposition). Ak pri tomto procese dostatočne znížime tlak (na úroveň stoviek Pa), možno v takom prostredí zapáliť tlecí výboj – najčastejšie sa používa vysokofrekvenčný. Pôsobením energetických elektrónov v plazme nastáva disociácia molekúl plynu, čím vznikajú chemicky aktívne radikály v dostatočne vysokej koncentrácii. Vďaka tomu, je možné znížiť teplotu prostredia, čo umožňuje deponovať vrstvy aj na podložkách s menšou teplotnou odolnosťou. To sa výhodne využíva práve v mikroelektronike, pretože v záverečných fázach planárneho procesu už sú na kremíkovej doske vytvorené zložité štruktúry budúcich elektronických obvodov, ktoré by vysoká teplota poškodila. Plazmová depozícia sa v literatúre označuje skratkou PCVD (plasma chemical vapor deposition) alebo aj PECVD (plasma-enhanced chemical vapor deposition).

Na obr. 7.9 je znázornený jeden z možných typov reaktora na plazmovú depozíciu – planárny reaktor. Medzi dvoma elektródami horí vysokofrekvenčný tlecí výboj pri tlakoch

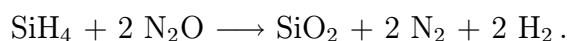


Obr. 7.9: Planárny reaktor na depozíciu a leptanie vrstiev v mikroelektronike: 1 – vákuová komora; 2 – prívod plynov; 3 – uzemnená elektróda; 4 – plazma; 5 – kremíková doska; 6 – elektróda napojená na vysokofrekvenčný generátor; 7 – izolátor; 8 – k výveve

stovky Pa. Celú nádobu reaktora možno vyhrievať na požadovanú pracovnú teplotu. Aby sa nemenilo chemické zloženie plynovej náplne, využíva sa prietokový režim, keď zmes ply-

nov prúdi cez reaktor za neustáleho odčerpávania vývevou. Kremíkové dosky sa ukladajú na dolnú elektródu, takže plazma je v bezprostrednom kontakte s povrchom. Chemicky aktívne radikály pri dopade na dosku (aj na iné povrchy reaktora) spolu reagujú a vytvárajú vrstvu, ktorá narastá rýchlosťou desiatky nm/s. Pretože v plazme prebiehajú nerovnovážne procesy chemické zloženie vytvorených vrstiev nemusí byť stechiometrické, čo sa prejavuje aj na ich vlastnostiach, ako je napr. hustota, permitivita a index lomu. Tieto vlastnosti možno ovplyvňovať pomerom miešania použitých plynov, tlakom v reaktore, teplotou, ale i frekvenciou vysokofrekvenčného generátora (od frekvencie závisí totiž energia kladných iónov dopadajúcich na deponovanú vrstvu).

Na ilustráciu si uvedieme niekoľko príkladov. Pri depozícii oxidových vrstiev SiO₂ sa ako plynová náplň dá použiť zmes kyslíčnika dusného N₂O a silánu⁹ SiH₄, keď prebiehajúcu reakciu možno formálne zapísať nasledovne (v praxi sa zmes často riedi argónom)



V porovnaní s procesom CVD pri teplote 900 °C je teraz teplota depozície podstatne menšia: 300 – 380 °C. Rýchlosť rastu vrstiev dosahuje hodnoty až 200 nm/min. Pretože chemické procesy v plazme prebiehajú nerovnovážne, deponovaný oxid nemá presné stechiometrické zloženie. Analýzami sa preukázala aj prítomnosť naviazaného dusíka na úrovni niekoľkých percent, takže sumárny vzorec má tvar SiO_{2-x}N_x, pričom *x* nadobúda hodnoty 0,06 – 0,1. Okrem toho vrstvy obsahujú v podobných množstvách aj naviazaný vodík v molekulách SiH, SiOH a H₂O. S rastúcou teplotou depozície sa obsah dusíka a vodíka znižuje.

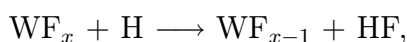
V zmesi silánu a čpavku možno plazmovou depozíciou pri teplotách 250 – 500 °C a tlakoch 35 – 400 Pa vytvárať vrstvy nitridu kremíka s rýchlosťou rastu 20 – 50 nm/min, ktorých nestechiometrické zloženie možno vo všeobecnosti charakterizovať zápisom SiN_xH_y. V porovnaní so stechiometrickým pomerom 1,33, nadobúda *x* pri plazmovej depozícii hodnoty 1 – 1,2. Koeficient *y* máva hodnotu 0,2 – 0,6, pričom vodík sa viaže vo forme NH₃. Vlastnosti deponovaných vrstiev značne závisia od obsahu vodíka, pričom vysoké koncentrácie vodíka zhoršujú ich vlastnosti. Obsah vodíka možno znížiť nárastom teploty depozície. Ak čpavok nahradíme dusíkom, obsah vodíka sa zmenší, ale vlastnosti vrstiev sú horšej kvality. Takto deponované nitridové vrstvy sa používajú ako obal hotových integrovaných obvodov na ochranu proti vlhkosti a iným chemickým znečisteniam.

Silán je vhodným plynom aj na plazmovú depozíciu amorfného kremíka. Amorfný kremík sa používa v solárnych článkoch, v tenkovrstvových tranzistoroch riadených elektrickým poľom (TFT – thin-film transistors) pre ploché obrazovky s kvapalnými kryštálmi (TFT-LCD) a ako vrstvy citlivé na svetlo pre kopírovacie zariadenia. Materiál je lacný a možno ho deponovať na veľké plochy a na rôzne materiály ako napr. sklo, kovy, polyméry a keramiky. Vrstvy amorfného kremíka sa deponujú pri tlakoch 27 – 130 Pa a teplotách 25 – 400 °C s rýchlosťami 5 – 50 nm/min. Obsahujú 5 – 20 % vodíka, ktorý výrazne vplýva na vlastnosti vrstiev. V literatúre sa tieto vrstvy označujú ako a-Si:H. Prímesi diboránu

⁹Silán pri kontakte so vzduchom samovoľne horí – samozápalný plyn.

B_2H_6 alebo fosfín PH_3 (obidva plyny sú jedovaté!) sa používajú na získanie amorfného kremíka s vodivosťou typu p alebo typu n.

Ťažko taviteľné kovy napr. volfrám a molybdén pre nízky tlak pár sa dajú vákuovo naparovať iba v špeciálnych aparátúrach s elektrónovým delom. Možno ich však bez problémov nanášať katódovým naprašovaním. Vhodnou metódou je tiež plazmová depozícia z plynných halogenidov WF_6 a $MoCl_5$. Depozícia vrstiev je sprevádzaná – pri vyšších teplotách – aj nežiadúcim leptaním povrchu deponovanej kovovej vrstvy radikálmi halogénov, čo spôsobuje vznik bodových defektov vrstvy. Na elimináciu tohoto nežiadúceho javu sa pridáva malé množstvo vodíka (niekoľko %), ktorý atómy halogénov viaže vo forme HF a HCl . Ako príklad uvidíme depozíciu volfrámu, ktorá prebieha pri teplotách $200 - 400\text{ }^\circ\text{C}$ s rýchlosťou 5 nm/min (analogicky prebieha aj depozícia molybdénových vrstiev) podľa reťazovej reakcie



kde $1 \leq x \leq 6$. V zmesi WF_6 a SiH_4 možno deponovať vrstvy silicidu volfrámu už pri laboratórnych teplotách s rýchlosťami prevyšujúcimi 50 nm/min . Ich stechiometrické zloženie možno formálne zapísať v tvare W_xSi_{1-x} , pričom zmenou relatívneho obsahu zložiek zmesi x sa mení v intervale $(0,04, 0,99)$. Silicidy ťažko taviteľných kovov majú výhodu oproti polykryštalickému kremíku v tom, že hradlá tranzistorov majú menší odpor, čo zvyšuje spínacie rýchlosti.

Plazmové leptanie. Na tvarovanie vrstiev v mikroelektronike sa používa technika leptania. Budeme sa venovať leptaniu v plazme, ktoré poskytuje možnosť tvarovania submikrometrových štruktúr, keď leptanie v chemických roztokoch je už nepoužiteľné. Plazmové leptanie možno vykonať v planárnom reaktore, ako je znázornený na obr. 7.9. Leptanie v plazme možno rozdeliť na štyri druhy podľa mechanizmu, ktorým sa z vrstvy odstraňuje materiál. Na princípe katódového rozprašovania pracuje **iónové leptanie**, pri ktorom kladné ióny z plazmy dopadajú na leptaný povrch a svojou kinetickou energiou vyrážajú z povrchu vrstvy atómy (približne 1 atóm na ión). Energia dopadajúcich iónov narastá s klesajúcim tlakom a preto sa pracuje pri nízkych tlakoch, keď sa znižuje aj vplyv zrážok, takže kladné ióny dopadajú kolmo na leptaný povrch a vyrazené atómy odletujú ďaleko z leptanej vrstvy (nehrozí redepozícia). Ako pracovný plyn možno použiť argón, ktorého kladné ióny dosahujú veľkú schopnosť rozprašovania.

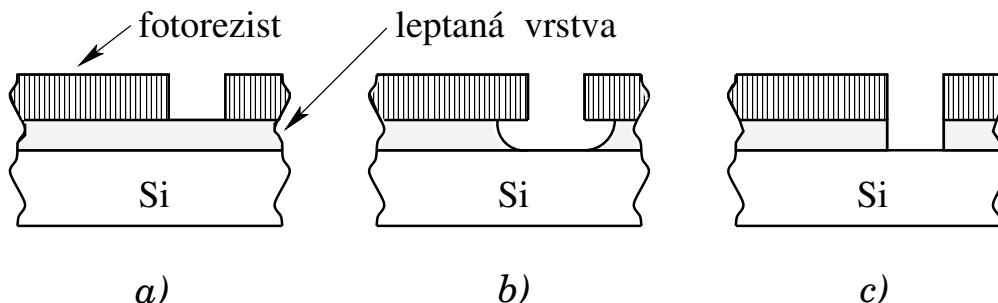
Určitým protikladom iónového leptania je **plazmochemické leptanie**. Jeho princíp je založený na reakcii chemicky aktívnych radikálov s leptaným povrchom, pričom vznikajúci produkt má dostatočne vysoký tlak nasýtených pár, aby sa z povrchu **primerane rýchlo odparoval**. Pri tomto mechanizme energia nabitých častíc dopadajúcich na povrch nehrá žiadnu úlohu. Preto plazmochemické leptanie môže prebiehať aj v geometrii reaktora, keď nabité častice nedopadajú na leptaný povrch. Taká geometria reaktora býva výhodná na elimináciu radiačného poškodenia leptaných vrstiev od častíc s veľkou energiou (napr. u hradlových oxidov).

Reaktívne iónové leptanie je hybridom práve opísaných dvoch mechanizmov: dopadajúce kladné ióny z plazmy v planárnom reaktore stimulujú povrchovú chemickú reakciu radikálov vznikajúcich v plazme disociáciou nárazom elektrónov. Na jeden dopadajúci ión pripadá niekoľko desiatok atómov uvoľnených z leptanej vrstvy, čím sa rýchlosť leptania rádovo zvyšuje v porovnaní s iónovým leptaním.

Významným mechanizmom leptania je **iónové leptanie s inhibíciou**, ktoré je modifikáciou reaktívneho iónového leptania. V plazme totiž okrem chemicky aktívnych radikálov vznikajú disociáciou molekúl plynu aj ďalšie radikály, ktoré tvarovanú vrstvu nelepajú. Na povrchu vrstvy ale vytvárajú buď rekombinačné centrá, ktoré viažu aktívne radikály alebo súvislý film, ktorý bráni prísunu aktívnych radikálov na povrch; v oboch prípadoch nastane blokovanie – **inhibícia** – procesu leptania. Dopadajúce ióny z plazmy sú schopné naviazané radikály odstraňovať, čím sa leptaný povrch odkrýva, čo obnovuje aktívnym radikálom prístup na povrch. Leptanie v mieste dopadu iónov je teda podstatne rýchlejšie ako na plochách na ktoré ióny nedopadajú. Makroskopicky sa prejavuje tento jav tak, že vo vertikálnom smere sa vrstva leptá, ale v smere horizontálnom (obvykle bočné steny vrstiev) leptanie prakticky neprebíha.

Aby sme mohli zhodnotiť jednotlivé druhy leptania v plazme, definujme si najprv základné pojmy charakterizujúce tento proces. **Leptacia rýchlosť** udáva úbytok hrúbky leptanej vrstvy za jednotku času. V praxi sa najčastejšie uvádza v nm/min. Akceptovateľné hodnoty bývajú v rozsahu 50 – 1000 nm/min. Pri výrobe integrovaných obvodov sú okrem leptania tvarovanej vrstvy vystavené pôsobeniu plazmy aj ďalšie vrstvy, ako napr. maskujúci fotorezist, po doleptaní podkladová vrstva a pod. Pomer leptacej rýchlosti tvarovanej vrstvy k rýchlosti leptania ostatných vrstiev sa nazýva **selektivita leptania**. V závislosti od konkrétnej aplikácie, požadované hodnoty selektivity môžu byť 30 – 300.

Dôležitou vlastnosťou plazmového leptania je jeho smerovosť, ktorú charakterizujeme parametrom **anizotropia leptania**. Táto veličina sa rovná pomeru rýchlostí leptania vo vertikálnom smere a horizontálnom smere. Leptanie v chemických roztokoch (tzv. mokré leptanie) sa vyznačuje rovnakou rýchlosťou vo všetkých smeroch, čiže pomer rýchlostí je 1. Také leptanie označujeme ako izotropné. Obr. 7.10 znázorňuje rozdiel medzi izotropným leptaním a leptaním anizotropným. Vidíme tu leptanie vrstvy, ktorá je maskovaná



Obr. 7.10: Smerovosť leptania vrstiev: a) – stav pred leptaním; b) – po izotropnom leptaní; c) – po anizotropnom leptaní

fotorezistom. Pri izotropnom leptaní (obr. 7.10b), v dôsledku leptania v horizontálnom smere, nastáva podleptávanie masky a preto výsledný odleptaný profil je širší ako rozmery masky.¹⁰ Pri ideálnom anizotropnom leptaní (obr. 7.10c) šírka vyleptaného profilu je rovnaká ako rozmery masky.

S výnimkou plazmochemického leptania, dôležitú úlohu pri plazmovom leptaní hrajú kladné ióny. Pretože kladné ióny po prechode elektrickou dvojvrstvou nadobúdajú veľkú energiu spojenú s usmerneným pohybom, dopadajú na leptaný povrch takmer kolmo. Preto pravdepodobnosť ich dopadu na bočné steny vrstiev je podstatne menšia ako pravdepodobnosť dopadu na povrch vrstiev, čím leptanie nadobudne výrazne anizotropný charakter. Naopak, plazmochemické leptanie má izotropný charakter, a preto u neho pozorujeme podleptávanie.

Porovnanie výhod a nevýhod jednotlivých mechanizmov plazmového leptania poskytuje tab. 7.3. Je zrejmé, že iónové leptanie, ktoré využíva fyzikálne rozprašovanie poskytuje malé leptacie rýchlosti a malú selektivitu. Preto tento mechanizmus sa bežne vo

Tabuľka 7.3: Porovnanie jednotlivých mechanizmov plazmového leptania

| Leptanie | Rýchlosť leptania | Selektivita | Anizotropia |
|---------------------|-------------------|-------------|--------------|
| Iónové | malá | nízka | vynikajúca |
| Plazmochemické | vysoká | vynikajúca | nevyhovujúca |
| Reaktívne iónové | vysoká | dobrá | vynikajúca |
| Iónové s inhibíciou | vysoká | dobrá | dobrá |

výrobe integrovaných obvodov nepoužíva. Vhodný je na leptanie látok, ktoré netvoria prchavé produkty (napr. zliatiny medi). Z pohľadu výroby je najvýhodnejšie používať reaktívne iónové leptanie a iónové leptanie s inhibíciou. O mechanizme, ktorý sa uplatní v priebehu leptania, rozhodujú parametre vysokofrekvenčného výboja, ako je zloženie plynu, tlak v reaktore a použitá frekvencia generátora. Všeobecne možno povedať, že s klesajúcim tlakom a frekvenciou narastá energia kladných iónov pri dopade na leptaný povrch, čo spôsobuje prechod do režimu reaktívneho iónového leptania. Súčasne sa zlepšuje anizotropia leptania, ale zhoršuje selektivita. Na odstránenie tohoto protichodného správania sa používajú reaktory s dvoma generátormi (tzv. triódové zapojenie). Jeden z nich – s vysokou frekvenciou (viac ako 10 MHz; obvykle induktívne naviazaný) – generuje plazmu s čo najvyššou koncentráciou chemicky aktívnych radikálov. Vysokofrekvenčné napätie druhého generátora – s frekvenciou nižšou (100 – 1000 kHz) – sa privádza na elektródu, na ktorej leží leptaná doska, čím sa na nej vytvára vysoký plávajúci potenciál, ktorý urýchľuje kladné ióny z plazmy. Pretože výkony oboch generátorov možno meniť nezávisle, ľahšie sa dá vykonať optimalizácia procesu leptania.

¹⁰Predpokladáme veľkú selektivitu leptania voči fotorezististu. V opačnom prípade by totiž nastalo aj rozšírenie otvoru v maske, čím by sa podleptanie ešte ďalej zväčšilo.

Rozhodujúci vplyv na proces leptania má však chemické zloženie plynov v reaktore. Najčastejšie používanými plynmi sú zlúčeniny halogénov, predovšetkým fluóru a chlóru. Zdrojom fluórových a chlórových radikálov sú halogenizované uhľovodíky, ako napr.: CF_4 , CCl_4 , CF_3Cl , C_2F_6 , C_2F_4 , C_3F_8 . Okrem toho sa používajú aj plyny neuhľovodíkového pôvodu NF_3 , SF_6 a často aj Cl_2 . Dôležité je však vedieť, podľa akých kritérií vybrať vhodný plyn. Na leptanie Si_3N_4 , Si, SiO_2 a polykryštalického kremíka sú vhodné fluórové i chlórové radikály: F a Cl. Výsledné produkty leptania SiF_4 a SiCl_4 sú totiž prchavé zlúčeniny.

Plyny NF_3 , SF_6 sú vhodné na plazmochemické leptanie v prípadoch, keď sa nepožaduje anizotropia, ale sú zvýšené požiadavky na selektivitu voči oxidom a fotorezistom. Podrobným výskumom sa zistilo, že s rastúcim podielom uhlíka v molekulách sa zvyšuje pravdepodobnosť vzniku filmov s inhibičným účinkom, čo zlepšuje anizotropiu leptania monokryštalického i polykryštalického kremíka. Kvantitatívne sa to vyjadruje pomerom F/C (pomer počtu atómov fluóru k počtu atómov uhlíka), pričom pre $F/C > 3$ nevznikajú na bočných stenách filmy inhibítorov, takže leptanie je izotropné. Pre $2 < F/C < 3$ sa vytvárajú na povrchoch ochranné filmy inhibítorov, ktoré možno odbúrať bombardovaním kladnými iónmi s energiami do 200 eV. Ak $F/C < 2$, leptanie je zablokované. Pre určitý plyn s daným pomerom F/C, možno posúvať hranice pre tvorbu polymérov prímiesami vhodných plynov. Napr. prímes kyslíka posúva túto hranicu smerom k izotropnému leptaniu, ale prímes vodíka zasa opačným smerom – k anizotropnému leptaniu. Pre toto desaťročie sa ako perspektívny plyn na leptanie submikrometrových štruktúr považuje C_4F_6 [51]. Podobné mechanizmy sa uplatňujú aj pri leptaní Si_3N_4 . Problémom však je dosiahnuť vyhovujúcu selektivitu voči SiO_2 . Vo všeobecnosti platí, že rýchlosť leptania nestechiometrického PCVD nitridu je väčšia ako stechiometrického CVD nitridu. Pri leptaní oxidu kremíka je situácia odlišná, pretože tu sa nepozoruje čisté plazmochemické leptanie – potrebná je totiž aktivácia dopadajúcimi iónmi; jedná sa teda o reaktívne iónové leptanie. Preto leptanie má anizotropný charakter. Pokiaľ sa požaduje vysoká selektivita voči kremíku (až 15), možno ju dosiahnuť malou prímiesou vodíka (< 20 %). Inak totiž selektivita je len okolo 1.

Leptanie na báze chlórových zlúčenín má odlišný charakter. Leptanie kremíka chemickým mechanizmom neprebíha a teda sa pracuje v režime reaktívneho iónového leptania. Výnimkou je silno dopovaný kremík vodivosti typu n, keď leptanie prebieha chemickým mechanizmom a teda izotropne. V tomto prípade anizotropné leptanie sa dá dosiahnuť použitím nízkej frekvencie generátora alebo zvýšením vysokofrekvenčného výkonu, primiešaním C_2F_6 alebo vodíka k chlóru. Pozitívny účinok týchto prímies sa vysvetľuje adsorbciou radikálov CF_3 alebo H na povrchu kremíka, čím vznikajú rekombinačné centrá. Na nich sa viažu radikály chlóru za vzniku prchavých molekúl CF_3Cl alebo v prípade vodíka sa vytvára HCl. Na miestach dopadu kladných iónov z plazmy sa tieto rekombinačné centrá odbúravadajú, vďaka čomu leptanie nadobúda charakter iónového leptania s inhibíciou. Nevýhodou chlórovaných plynov je nízka selektivita leptania voči fotorezistu, ktorý silno eroduje.

Leptanie kovových vrstiev možno vykonávať tiež vo fluórovej plazme. Vznikajúce fluoridy majú dostatočnú rýchlosť odparovania u kovov Ti, Ta, Mo, W, Nb a tiež u príslušných silicidov. Nemožno však leptať Al, GaAs a InP, pretože fluoridy AlF_3 , GaF_3 a InF_3 sú neprchavé. Možno ich leptať v plazme obsahujúcej chlórové radikály, prípadne aj prímies chlóru. Na leptaní hliníka si objasníme niektoré špecifické problémy. Hliník možno leptať v plazme Cl_2 ; leptanie pokračuje aj po vypnutí výboja a vďaka chemickému mechanizmu je potom izotropné. Problémom však je počiatková fáza leptania, keď prirodzený oxid Al_2O_3 chráni hliník pred dopadajúcimi aktívnymi časticami. Túto vrstvu možno odprášiť kladnými iónmi alebo ešte efektívnejšie prímiesami CCl_4 , BCl_3 a SiCl_4 , pri ktorých sa prejavujú redukčné účinky uhlíka, bóru a kremíka. Mechanizmus anizotropného leptania v chlóre nie je úplne jasný. Tak napríklad pri leptaní hliníka určitú úlohu môžu zohrať aj produkty leptania¹¹ pokrývajúce leptaný povrch. Zistilo sa však, že dôležitú úlohu tu zohrávajú aj produkty pochádzajúce z fotorezistovej masky. Ak sa totiž táto nahradí oxidovou vrstvou SiO_2 , tak anizotropia leptania – za inak nezmenených podmienok – sa zhorší. V chlórovej plazme sa dá leptať aj chróm, ktorý sa používa na expozičných maskách (slúžia ako predloha pri expozícii fotorezistu) a zlato (materiál na náročnú metalizáciu). Ako sme už spomínali, keď netvorí vhodný prchavý produkt so známymi leptacími plynmi a preto je možné ju tvarovať len iónovým leptaním.

Na záver sa ešte zmienime o plazmovom leptaní fotorezistu. Po doleptaní vrstvy treba odstrániť z povrchu masku. Na tento účel sa používa kyslíková plazma, v ktorej kyslíkové radikály reagujú s polymérom vo fotoreziste, pričom molekuly uhlíka a vodíka sa viažu na oxidy uhlíka a vodné pary. Pokiaľ to dovoľia podkladové vrstvy, možno reakciu s fotorezistom urýchliť prímiesou niekoľkých percent CF_4 alebo C_2F_6 ku kyslíku.

Plazmová anodická oxidácia. V mikroelektronike okrem kremíka sa používajú aj iné materiály. Ako príklad uvedieme arzenid galitý GaAs – významný materiál v optoelektronike a na výrobu veľmi rýchlych integrovaných obvodov. Na rozdiel od kremíka sa však na ňom nedá vytvoriť termický oxid, čo komplikuje aplikáciu planárnej technológie. Anodickou oxidáciou v kyslíkovej plazme pri tlakoch rádovo 100 Pa však možno oxid získať pri nízkych teplotách (do 200 °C). Povrch GaAs sa pritom nachádza v kontakte s kyslíkovou plazmou, pričom napojením na pomocný jednosmerný zdroj tečie na povrch elektrický prúd s hustotou niekoľko mA/cm^2 . Oxidovaný materiál je anódou, takže na povrch dopadajú záporne nabité častice z plazmy. Predpokladá sa, že hlavným činiteľom pri oxidácii sú záporné ióny kyslíka O^- , ktoré pod vplyvom elektrického poľa v oxidovej vrstve driftujú k rozhraniu medzi oxidovou vrstvou a pôvodným materiálom. Tento mechanizmus možno považovať za analógiu anodickej oxidácie hliníka v roztoku kyseliny sírovej.

¹¹Okrem AlCl_3 vzniká aj prchavejší dimér Al_2Cl_6 . Ťažšie sa odparujúci primárny produkt AlCl_3 tak môže vykonávať inhibíciu.

7.3.3 Povrchová modifikácia materiálov

Plazmové technológie poskytujú úplne nové možnosti na povrchovú úpravu rôznych materiálov a výrobkov. V tejto časti sa zameriame na povrchy a vrstvy z organických polymérov. Problematiku rozdelíme na dve veľké skupiny

- plazmová depozícia polymérnych vrstiev
- plazmochemická úprava polymérnych materiálov.

Plazmová depozícia polymérnych vrstiev. Princíp plazmovej depozície využíva účinky nerovnovážneho prostredia elektrického výboja v nosnom plyne (argón, dusík, vzduch a pod.), do ktorého sa pridáva malé množstvo pár organickej zlúčeniny. Táto zlúčenina sa označuje ako **monomér** a sú to prevažne nasýtené, nenasýtené a aromatické uhľovodíky; pre niektoré aplikácie sú vhodné aj siloxány. Nárazom energetických elektrónov z plazmy vznikajú z monomérov rôzne jednoduché radikály (OH, CO, NH₂, CN a pod.), jednoduché i viacnásobné funkčné skupiny uhľovodíkov a tiež aromatické cyklické i alicyklické zlúčeniny. Toto spektrum rôznych radikálov a funkčných skupín poskytuje široké možnosti na vznik polymérov pri ich dopade na povrchy nachádzajúce sa v kontakte s plazmou. Tieto polyméry postupne narastajú s relatívne vysokými rýchlosťami 10 – 100 nm/min. Proces sa dá dobre ovládať, čo umožňuje deponovať tenké vrstvy o hrúbkach 3 – 10⁴ nm, ktoré pri klasickej polymerizácii sa získavajú veľmi ťažko. Možno dosiahnuť aj polymerizáciu látok, ktoré za normálnych podmienok nepolymerizujú. Veľkou výhodou je vysoká kvalita vrstiev bez bodových defektov, malá tepelná záťaž predmetov počas polymerizácie a veľká variabilita vlastností vrstiev pri zmene parametrov plazmy.

Nevýhodou je nehomogenita vrstiev (v malých zariadeniach je plazma nehomogénna), malá príľnavosť pri väčších hrúbkach a starnutie vrstiev (vrstvy po nanosení menia svoje parametre). Analýza parametrov ukazuje, že starnutie vrstiev súvisí jednak, s naväzovaním kyslíka a vlhkosti zo vzduchu a jednak, s odparovaním ľahko prchavých zložiek z polyméru. Treba však zdôrazniť, že výskum v oblasti plazmovej polymerizácie nie je ešte zďaleka ukončený.

Plazmu možno generovať pomocou tlecieho i vysokofrekvenčného výboja pri nízkych tlakoch a pomocou Townsendovho alebo korónového výboja aj pri atmosferickom tlaku. Tvar reaktora závisí od geometrie a rozmerov predmetov, na ktoré sa polymérne vrstvy nanášajú. Pokiaľ sa depozícia vykonáva pri atmosferickom tlaku, tak reaktor sa redukuje na systém elektród prispôbený pre danú aplikáciu.

Okruh aplikácií je daný vlastnosťami deponovaných vrstiev, ktoré sa vyznačujú dobrou mechanickou pevnosťou a príľnavosťou, pričom odolávajú teplotným cyklom a zachovávajú si pružnosť pri vysokých i nízkych teplotách. Majú veľkú chemickú odolnosť oproti agresívnym plynom a roztokom. Sú opticky priehľadné a majú dobré elektrické izolačné vlastnosti. Na praktické aplikácie sú najvhodnejšie východiskové monoméry nenasýtených zlúčenín obsahujúce fluór (napr. tetrafluóretylén), aromatické zlúčeniny (napr. styren, benzén) a organické zlúčeniny obsahujúce kremík (napr. siloxány).

V elektrotechnike sa využívajú deponované polymérne vrstvy ako dielektrikum v kondenzátoroch, na izoláciu v kryotechnike a pri zapúzdrowaní súčiastok. Polymérne vrstvy sú tiež vhodné na protikoróznú ochranu kovových predmetov a plechov napr. v potravinárskom priemysle. Výborne sa osvedčuje nanosenie tenkej polymérnej vrstvy (30 – 40 nm) na zrkadlá v automobilových reflektoroch. Táto vrstva sa nanáša ihneď po naporení hliníkovej odrazovej vrstvy, ktorú chráni pred vplyvmi vonkajšieho prostredia. Plazmová polymerizácia je vhodná aj na výrobu polopriepustných membrán s definovanými pórmí s minimálnym počtom bodových defektov. Tieto membrány sú vhodné pre ultrafiltre na separáciu rozpustených solí vo vode. Možno pripraviť aj membrány so selektívnou priepustnosťou pre určitý druh molekuly alebo iónu, ktoré sa používajú ako súčasť elektronických senzorov a biosenzorov. Takými senzormi sa dá detekovať únik rôznych plynov do ovzdušia, v kvapalinách možno určovať koncentráciu rozpustených plynov a v elektrolytoch sa dá nimi merať pH, prípadne i koncentrácie ďalších druhov iónov. Aplikácie sa očakávajú aj v lekárskech odboroch, napr. nanášanie polymérnych povlakov na chirurgické nástroje a injekčné ihly na zlepšenie biologickej znášateľnosti. Pozorovalo sa napríklad, že injekčné ihly s povlakom spôsobujú menšiu bolesť ako ihly bez úpravy.

Plazmochemická úprava polymérnych materiálov. Rozsiahle využívanie plastických materiálov na báze organických polymérov prináša aj niektoré problémy pri ich továrenském spracovaní a tiež aj počas ich využívania. Predovšetkým obalové materiály a rôzne textílie, na báze organických polymérov, s vynikajúcimi objemovými vlastnosťami, nie vždy majú vyhovujúce aj povrchové vlastnosti. Na ilustráciu si uvedme niektoré príklady: slabá priľnavosť na iné materiály (pri spevňovaní pneumatík polymérnymi vláknami), na povrchu nedržia nápisy a farby (dôležité v polygrafii a obalovej technike), silné elektrostatické náboje, slabá zmáčateľnosť (spôsobuje nepriedušnosť textilu). Je teda potrebné upraviť povrchové vlastnosti fólií a vlákien bez zmeny ich objemových vlastností. Zlepšiť povrchové vlastnosti priamo pri výrobe vlákien nie je jednoduché, preto treba to vykonať až v následnej operácii. Jednou z možností je použitie **plazmochemickej úpravy povrchov**, keď pôsobením aktívnych častíc (nabitých, radikálov i ultrafialového žiarenia) sa na povrchu narušia polymérne reťazce, čím sa zvýši povrchová hustota voľných radikálov. Na takto upravený povrch sa už dobre viažu farbivá pri polygrafických úpravách. Iná možnosť ako zmeniť povrchové vlastnosti (napr. zmáčateľnosť, elektrostatické vlastnosti) spočíva v nanosení vhodného monoméru na aktivovaný povrch, ktorý sa naviaže, a tak sa dosiahne požadovaná zmena povrchových vlastností.

Ako možnú aplikáciu z inej oblasti uvedme biologickú znášateľnosť niektorých umelých náhrad v ľudskom organizme. Dobrým príkladom môžu byť umelé cievy, ktoré sa robia z hydrofóbného materiálu, aby ich krv nezmáčala, čím sa minimalizuje tvorba zrazenín v cieve. Na druhej strane ale, taký povrch sťažuje zarastanie cievy do živých ciev, čím hrozí ich odmietnutie. Ideálnym riešením by bola cieva, ktorá z vnútornej strany je hydrofóbná, ale z vonkajšej strany hydrofilná, čím sa dosiahne jej zarastanie. Tieto protikladné požiadavky sa dajú splniť tak, že sa zvolí hydrofóbný materiál, ktorého vonkajší povrch sa v plazme upraví naviazaním vhodného monoméru na hydrofilný. Ďalšou aplikáciou v ob-

lasti zdravotníctva sú plazmové sterilizátory, ktoré využívajú na ničenie baktérií a vírusov účinky žiarenia a energetických častíc z plazmy. V podstate sú to vákuové nádoby, do ktorých sa uložia predmety určené na sterilizáciu a zapálením vysokofrekvenčného výboja sa generujú spomínané častice.

Konštrukcia reaktorov na uvedené úpravy závisí od konkrétnej úlohy. Špeciálne úpravy možno vykonať v tlecích výbojoch pri nízkych tlakoch, kde zvýšené náklady a komplikácie s vákuovým systémom možno akceptovať. Pri sériovej výrobe textilu a plastových vlákien by vákuové systémy proces komplikovali a predražovali. Preto v týchto prípadoch sa využívajú koplanárne systémy s barierovým výbojom¹² horiacim vo vzduchu.

7.4 Riadená termonukleárna syntéza

Problematika riadenej termonukleárnej syntézy nie je aplikáciou nízkoteplotnej plazmy tak, ako tomu bolo v predchádzajúcich prípadoch. Je to typická aplikácia vysokoteplotnej plazmy, ktorá významne prispela k rozvoju fyziky plazmy po teoretickej i experimentálnej stránke. Tento náročný výskum sa začal už koncom štyridsiatich rokov minulého storočia a v podstate sa ešte neukončil, pretože konečný cieľ – riadená termonukleárna syntéza – sa stále nedosiahol. Súvisí to nielen s mimoriadnou fyzikálnou a technickou náročnosťou problematiky, ale aj s extrémne vysokými finančnými nákladmi. Cieľ výskumu – získanie prakticky neobmedzeného zdroja energie – však je pre celé ľudstvo veľmi významný a preto neustále stimulujúci.

Svetová spotreba energie neustále narastá s rýchlosťou približne 4 % za rok, čo prináša aj rôzne negatívne dôsledky:

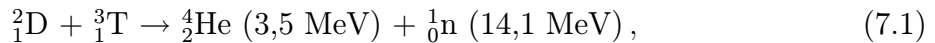
- znečisťovanie ovzdušia
- zvyšovanie obsahu CO₂ v atmosfére
- následné otepľovanie klímy na Zemi.

Tieto negatívne vplyvy sa vzťahujú na fosilné palivá. Jadrová energetika na báze izotopov uránu a tória síce atmosféru neznečisťuje, ale na druhej strane produkuje rádioaktívny odpad, pri ktorom sa objavujú problémy s dlhodobým skladovaním (rádovo stovky rokov). U všetkých spomínaných druhov palív je hlavným problémom obmedzenosť zásob. U fosilných palív sa to odhaduje na sto rokov a u jadrových palív niekoľko násobne viac. Pretože sa zatiaľ nepredpokladá možnosť úplného nahradenia spotreby energie obnoviteľnými zdrojmi (energia vody, vetra, slnka a rôzne biologické formy), treba mať k dispozícii vhodné riešenie potenciálnej energetickej krízy. Navyše mnohé hospodárske činnosti (priemysel, veľké mestá) vyžadujú zdroje s vysokou hustotou energie, čo obnoviteľné zdroje, s výnimkou vodnej energie, nezabezpečujú.

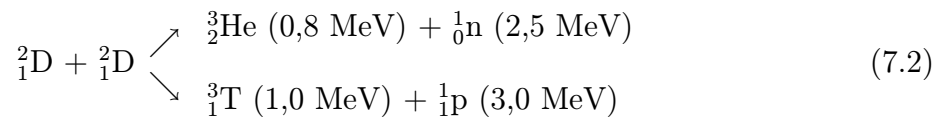
¹²Podobné usporiadanie ako na prednej stene plazmových obrazoviek.

7.4.1 Syntéza ľahkých prvkov

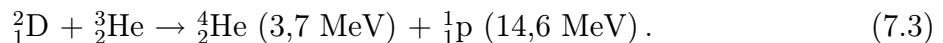
Ako perspektívna cesta riešenia energetických problémov sa ukazuje syntéza ľahkých jadier, podobne ako vzniká energia na Slnku. Ako najschodnejšia cesta v tomto smere sa javí syntéza **ľahkých izotopov vodíka** – jadier deutéria ${}^2_1\text{D}$ a trícia ${}^3_1\text{T}$. V tomto prípade do úvahy prichádza nasledujúca reakcia



kde po syntéze vznikne jadro hélia (α častica) a neutrón. V zátvorkách uvedené energie prislúchajú kinetickým energiám produktov. Reakcia môže prebiehať aj medzi jadrami deutéria

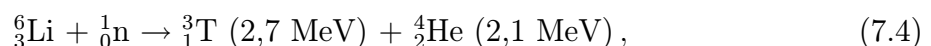


pričom pravdepodobnosti obidvoch vetví reakcie sú približne rovnaké. Okrem neutrónu a protónu, ktoré sú už stabilné, vznikajú ďalšie dva produkty schopné ešte ďalej reagovať: trícium podľa reakcie (7.1) a izotop hélia ${}^3_2\text{He}$ vstupuje do nasledujúcej reakcie



Aké výhody poskytuje syntéza ľahkých prvkov? Predovšetkým je to prakticky neohraňovaný zdroj energie. Deutérium v prírode tvorí síce iba 0,015 % zásob vodíka, ale i tak sa ho v morskej vode nachádza 5.10¹⁶ kg. Pri maximálne možnej produkcii energie na Zemi¹³ zásoba deutéria vydrží 10⁹ rokov. Deutérium sa vyrába elektrolýzou ľahkej vody, ktorá sa získava z morskej vody veľmi efektívne. Preto cena paliva pre elektrárne by bola veľmi nízka. Na ilustráciu si uveďme príklad elektrárne s inštalovaným výkonom 2 GW, čomu odpovedá tepelný výkon okolo 5 GW (na ilustráciu inštalovaný výkon slovenských elektrární v roku 2002 bol 7 GW). Ak by sme na tento účel používali riadenú termonukleárnu syntézu, tak na 24 hodinovú prevádzku by stačili 2l ľahkej vody, ktorej cena je dnes menšia ako 80 \$. Vysokú efektívnosť tohoto paliva si môžeme demonštrovať aj na ďalšom príklade. V 1l morskej vody sa nachádza iba $\frac{1}{30}$ g deutéria. Z neho sa však dá získať toľko energie ako z 300l benzínu. Tento veľký rozdiel možno vysvetliť porovnaním energie z reakcií (7.1 – 7.3) s hodnotou niekoľkých eV, ktoré sa uvoľnia pri spálení jednej molekuly klasických palív; číselný faktor je 10⁷ v prospech deutéria.

Reakcia (7.1) má približne o dva rády väčší účinný prierez ako reakcia (7.2), čo je také významné, že prvé generácie termonukleárnych elektrární budú pracovať so zmesou deutéria a trícia. Problém je však v tom, že trícium je nestabilný izotop s poločasom rozpadu 12 rokov a preto sa v prírode nevyskytuje. Z toho dôvodu je dôležité nájsť spôsob jeho výroby. Na tento účel je vhodná reakcia pomalých neutrónov s izotopom lítia



¹³Maximálny výkon všetkých zdrojov energie na Zemi by nemal prekročiť 1% výkonu dopadajúceho na zemský povrch zo Slnka, aby sa nenarušila klíma. Takto vypočítaná hodnota je 480 TW alebo 1,5.10²² J/rok (v roku 1992 sa vyrábalo na celom svete 12 TW).

ktorá v ideálnom prípade práve dopĺňa počiatočnú zásobu trícia. Ak sa však zohľadní aj reakcia energetických neutrónov s izotopom lítia ${}^7_3\text{Li}$, tak vznikne okrem trícia ešte aj ďalší neutrón, čím produkcia trícia nadobudne množivý charakter. Tak sa eliminujú straty neutrónov mimo lítium a v priaznivom prípade sa zásoba trícia v elektrárni bude ešte aj zväčšovať. Zásoby lítia na Zemi sú dostatočne veľké a mali by postačiť minimálne na stovky rokov, čo je asi dostatočne dlhý čas na úspešné zvládnutie reakcie (7.2). No a počiatočná zásoba trícia sa dá získať ožiaraním lítia neutrónmi v existujúcich jadrových elektrárňach.

Dôležitým problémom v jadrovej energetike je rádioaktívny odpad. Na rozdiel od jadrových reaktorov na báze štiepenia izotopov uránu, je u syntézy ľahkých prvkov situácia priaznivejšia. Ako vidno z doteraz uvedených jadrových reakcií, produktom sú stabilné prvky hélia a vodíka; preto problém s jadrovým odpadom tu odpadá. Jediný rádioaktívny materiál vzniká aktiváciou dielov reaktora, ktoré sú vystavené toku neutrónov. Celková rádioaktivita je asi o tri rády nižšia ako u dnešných jadrových elektrární.

Často diskutovanou otázkou vo verejnosti je bezpečnosť jadrových reaktorov. Už fyzikálny princíp riadenej termonukleárnej syntézy vylučuje možnosť havárie, pri ktorej by došlo k výbuchu reaktora; aj najmenšie poškodenie reaktora spôsobuje totiž okamžité zastavenie reakcie v dôsledku extrémnych nárokov na čistotu prostredia v reakčnej zóne. Treba tiež zdôrazniť, že na rozdiel od jadrových reaktorov s uránovým palivom, v reaktoroch pre riadenú termonukleárnu syntézu sa v každom okamihu nachádza iba nepatrné množstvo z celkovej zásoby paliva.

Riadená termonukleárna syntéza má ešte jednu dôležitú prednosť: umožňuje priamu premenu časti získanej energie na energiu elektrickú. Pri reakcii (7.1) deutéria s trícium pripadá na nabitú časticu 20 % a pri reakcii (7.2) v deutériu samotnom až 62 %. Táto energia sa dá priamo premeniť na elektrickú energiu bez použitia tepelného stroja ako medzistupňa, čo významne zlepši účinnosť elektrárne. Zvýšená účinnosť elektrárne sa pozitívne prejaví na znížení odpadového tepla, ktoré zaťažuje životné prostredie.

7.4.2 Podmienky potrebné na syntézu ľahkých jadier

Syntéza jadier neprebíha samovoľne, ale treba ich priblížiť na vzdialenosť pri ktorej začnú pôsobiť príťažlivé jadrové sily. Priblíženiu jadier bránia odpudivé elektrostatické sily od ich súhlasného náboja, proti ktorým treba vykonať prácu. Pre ťažké izotopy vodíka táto práca je na úrovni 100 keV pri priblížení jadier na vzdialenosť 1 fm. Najjednoduchším spôsobom ako získať potrebnú kinetickú energiu na prekonanie potenciálovej bariéry je, častice urýchliť v urýchľovači. Tento jednoduchý spôsob je však málo efektívny, pretože účinné prierezy sú malé a teda aj pravdepodobnosť zrážky vedúcej k reakcii je nízka. Preto energia vynaložená na prevádzku urýchľovača by o mnoho rádov prevyšovala energiu získanú zo syntézy jadier. Na zvýšenie pravdepodobnosti zrážok, treba časticiam umožniť sa opakovane zrážať dovedy, kým neprebehne reakcia. Preto častice necháme pohybovať sa v ohraničenom priestore, čím sa ich pôvodný usmernený pohyb zmení na pohyb chaotický, keď sú všetky smery pohybu rovnako pravdepodobné. Inými slovami povedané,

usmerneny pohyb častíc termalizujeme. Takto možno objasniť použitie prídavného mena **termonukleárna** pred slovom syntéza.

Posúďme teraz veľkosť požadovanej teploty potrebnej na dostatočne rýchlu syntézu jadier. Aby jadrá prekonali bariéru o výške 100 keV, nemusia mať takú aj strednú energiu tepelného pohybu, pretože ich rýchlosti splňajú Maxwellovo rozdelenie. V takom prípade sa v súbore nájde dostatok častíc s požadovanou energiou aj pri strednej energii 10 keV. Ak uvážime, že strednej energii 1 eV približne odpovedá teplota 10^4 K, tak požadovaná teplota na syntézu ľahkých jadier rádovo dosahuje hodnoty 100 MK. Ako však dosiahnuť takú vysokú teplotu v pozemských podmienkach? Veď nemáme ani materiál na reaktor, ktorý by vydržal takú vysokú teplotu. Na Slnku a hviezdach termonukleárna reakcia prebieha vo vodíku (najľahšom izotope ^1H) vďaka silnej gravitácii, ktorá horúci materiál drží pohromade. V pozemských podmienkach gravitáciu nemožno využiť a preto treba hľadať iné možnosti. Riešenie problému uľahčí fakt, že pri takých vysokých teplotách zmes deutéria a trícia prestáva byť plynom a mení sa na vysokoteplotnú plazmu, ktorá obsahuje kladné jadrá spolu s odtrhnutými elektrónmi z pôvodných atómov. Práve tento fakt umožňuje na udržanie jadier využiť silové účinky magnetického poľa. V homogénnom magnetickom poli sa nabitú častice pohybujú po skrutkoviaciach s polomerom rovnajúcim sa cyklotrónovému polomeru. Voľne sa môžu pohybovať len v smere siločiar. V ideálnom prípade, keď sa častice nezrážajú, kolmo na magnetické pole sa os skrutkovice nepohybujú a teda magnetické pole nabitú častice lokalizuje v určitej oblasti. V plazme, kde sa vzájomné zrážky uplatňujú, dochádza k úniku nabitých častíc aj v smere kolmom na magnetické pole, avšak pomalšie ako v neprítomnosti poľa. Tento transport označujeme ako **difúzia nabitých častíc v magnetickom poli**. Iná možnosť ako udržať plazmu vo vyhradenej oblasti, je využiť zotrvačnosť kladných iónov. Čas udržania v tomto prípade je veľmi krátky (niekoľko nanosekúnd), ale v podstate aj tým možno zvýšiť pravdepodobnosť zrážok.

Únikom nabitých častíc z reakčnej oblasti sa stráca aj energia naviazaná na ich tepelný pohyb. Okrem toho veľmi mnoho energie uniká vyžarovaním plazmy. Ťažisko týchto strát je v brzdnom žiarení elektrónov, ktoré vzniká pri ich zrážkach s kladnými iónmi. Toto žiarenie, v mäkkej röntgenovej oblasti, odvádza veľkú časť energie a známymi technickými prostriedkami ho nevieme nijako zoslabiť.

Ak zohľadníme straty brzdným žiarením a únikom nabitých častíc z reakčnej oblasti, tak možno určiť teplotu, pri ktorej tieto straty práve kryje energia zo syntézy jadier v objeme. Túto teplotu nazývame **zápalná teplota**. Aby vôbec existovala, nesmú straty energie unikajúcimi časticami plazmy prekročiť určitú kritickú hodnotu. Túto hodnotu charakterizujeme časom udržania energie v plazme τ_E , ktorý definujeme ako čas potrebný na únik celej tepelnej energie z plazmy. Zápalná teplota pre zmes deutéria a trícia v pomere 1:1 je 45 MK a pre čisté deutérium 400 MK. Pre čas udržania τ_E platí tzv. **Lawsonovo kritérium**, ktoré v zjednodušenej forme nadobúda tvar (n je koncentrácia nabitých častíc v plazme):

$$n\tau_E > 10^{14} \text{ cm}^{-3} \text{ s} \quad \text{pre zmes deutéria a trícia v pomere 1:1}$$

$$n\tau_E > 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ s} \quad \text{pre čisté deutérium.}$$

Lawsonovo kritérium hovorí, že čím kratší je čas udržania plazmy v reakčnom objeme, tým vyššia musí byť koncentrácia reagujúcich jadier, aby sa nahradil únik energie. Zvyšovanie koncentrácie nabitých častíc je však obmedzené tlakom plazmy, ktorý sa prenáša prostredníctvom magnetického poľa na vodiče cievok. Aby sa neprekročila medza pevnosti použitých materiálov v cievkach, treba tlak v plazme prispôsobiť súčasným technickým možnostiam na úroveň maximálne 10 MPa. Vysokoteplotnú plazmu možno považovať za ideálny plyn (kinetická energia častíc prevláda nad strednou energiou vzájomného pôsobenia nabitých častíc), čo poskytne pri teplote 100 MK maximálnu koncentráciu nabitých častíc v ráde 10^{15} cm^{-3} . Podľa Lawsonovho kritéria časy udržania energie v plazme musia byť teda väčšie ako 0,1 s (pre D + T), resp. 10 s (pre D + D). Aj z týchto údajov je zrejma výhodnosť reakcie v zmesi deutéria a trícia.

Koncentracii nabitých častíc na úrovni 10^{15} cm^{-3} odpovedá rovnaká koncentrácia molekúl plynovej náplne reaktora pred zapálením reakcie, čomu pri laboratórnej teplote prislúcha tlak 10 Pa. To znamená, že termonukleárny reaktor musí byť konštruovaný ako vákuová nádoba. Ak navyše ešte zohľadníme skutočnosť, že plazma pri vysokých teplotách stien reaktora nesmie byť znečistená žiadnymi ťažkými prímiesami, tak reaktor musí byť konštruovaný ako ultravysokovákuový systém. Taká požiadavka extrémne predražuje stavbu reaktora, ale na druhej strane to prispieva k zvýšeniu bezpečnosti jeho prevádzky. Súvisí to s tým, že v ultravákuovom systéme aj najmenšia trhlinka v stenách reaktora znečistí plazmu prímiesou vzduchu, čo spôsobí okamžité zastavenie reakcie vysokými radiačnými stratami energie.

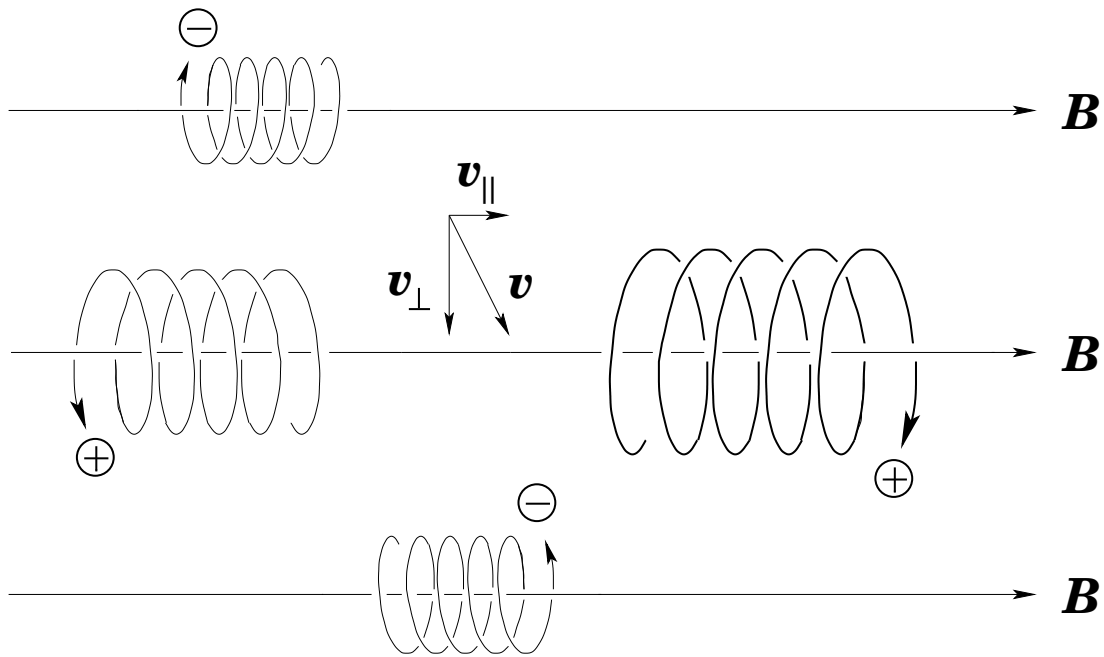
Ešte nám ostáva vysvetliť význam prídavného mena **riadená** v názve riadená termonukleárna syntéza. Prvýkrát bola overená možnosť termonukleárnej syntézy v pozemských podmienkach v päťdesiatich rokoch minulého storočia pri skúškach vodíkovej bomby. V tomto prípade sa jednalo o inerciálne udržanie častíc v reakčnej zóne, pričom zápalná teplota sa dosiahla pomocou výbuchu jadrovej bomby. Na energetické účely však treba proces jadrovej syntézy ovládať – z toho práve vznikol prívlastok **riadená**.

Ústredným problémom riadenej termonukleárnej syntézy je izolácia vysokoteplotnej plazmy vo vymedzenom priestore, tak aby únik nabitých častíc bol čo najmenší. Toto je práve problematika patriaca do oblasti vysokoteplotnej plazmy. Teraz si v krátkosti vysvetlíme základné princípy izolácie plazmy, pričom problematiku rozdelíme do dvoch skupín

- izolácia plazmy silným magnetickým poľom
- inerciálna izolácia plazmy.

7.4.3 Magnetická izolácia plazmy

Ako sme už uviedli v predchádzajúcom odseku, jednou z možností ako zabrániť úniku nabitých častíc z plazmy je aplikácia silného magnetického poľa. Na obr. 7.11 sú znázornené dráhy niekoľkých kladných iónov a elektrónov v homogénnom magnetickom poli. Pokiaľ



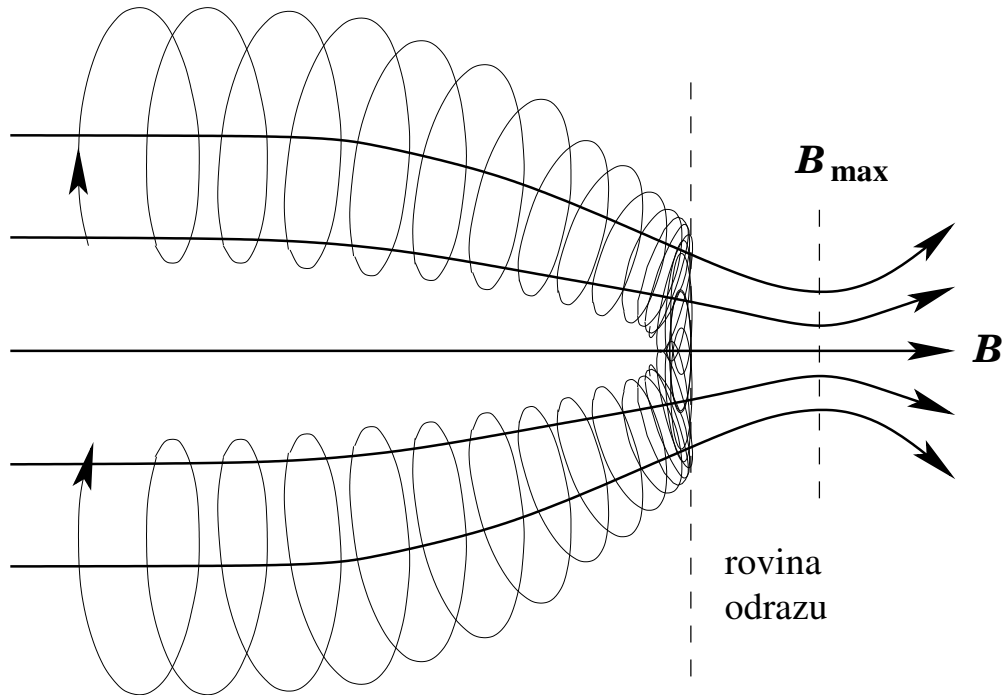
Obr. 7.11: Dráhy kladných iónov a elektrónov pri pohybe bez zrážok v homogénnom magnetickom poli. Symbol \mathbf{B} označuje vektor magnetickej indukcie

sa častice nezrážajú (predpokladáme pohyb vo vysokom vákuu), tak jediný možný únik je pozdĺž magnetických siločiar. Ukazuje sa však, že tento únik predstavuje veľké straty energie a preto sa hľadali spôsoby ako tieto straty vylúčiť alebo aspoň ich výrazne znížiť.

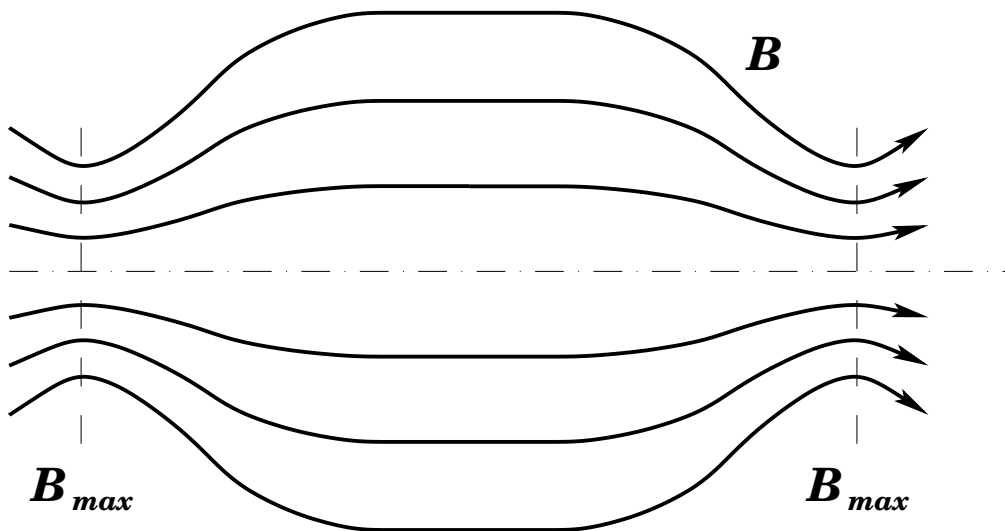
Zrkadlové magnetické nádoby. Jednou z možností ako zmenšiť únik nabitých častíc pozdĺž magnetického poľa je využiť lokálne zosilnené magnetické pole, ako to vidíme na obr. 7.12, ktoré nazývame **magnetické zrkadlo**. Princíp magnetického zrkadla je založený na adiabatickom¹⁴ zachovávaní veličiny $\frac{1}{2}mv_{\perp}^2/B$, kde $\frac{1}{2}mv_{\perp}^2$ je kinetická energia pohybu nabitej častice v smere kolmom na magnetické pole a B je magnetická indukcia. Na druhej strane, pretože magnetické pole nekoná prácu, sa celková kinetická energia nabitej častice zachováva $\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}mv_{\perp}^2 = \text{const}$, kde $\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2$ je kinetická energia častíc pozdĺž magnetických siločiar. Ak teda nabitá častica postupuje smerom do oblasti silnejšieho poľa, narastá kinetická energia priečného pohybu. Pretože celková energia častice sa nemení, tak musí klesať energia pozdĺžneho pohybu. Časticiam, ktoré majú dostatočne veľkú kinetickú energiu priečného pohybu, môže pozdĺžna energia klesnúť až na nulu – čiže častice neopustia nádobu, ale sa odrazia nazad. Naopak častice, ktoré majú malý podiel z celkovej energie v priečnom smere, cez oblasť silného poľa uniknú z plazmy.

Ak skombinujeme dve magnetické zrkadlá podľa obr. 7.13, vznikne **zrkadlová magnetická nádoba**. Ak v nádobe je málo častíc, vzájomné zrážky sa neuplatňujú. Vtedy z nádoby uniknú cez zrkadlá častice s nevhodným pomerom priečnej a pozdĺžnej ener-

¹⁴Predpokladajú sa malé zmeny magnetického poľa na dĺžke cyklotrónového polomeru.



Obr. 7.12: Odraz nabitých častíc v magnetickom zrkadle. Častice s dostatočne veľkou pozdĺžnou kinetickou energiou, ktoré preniknú do oblasti maximálneho magnetického poľa B_{max} sa neodrazia, ale uniknú von cez zrkadlo

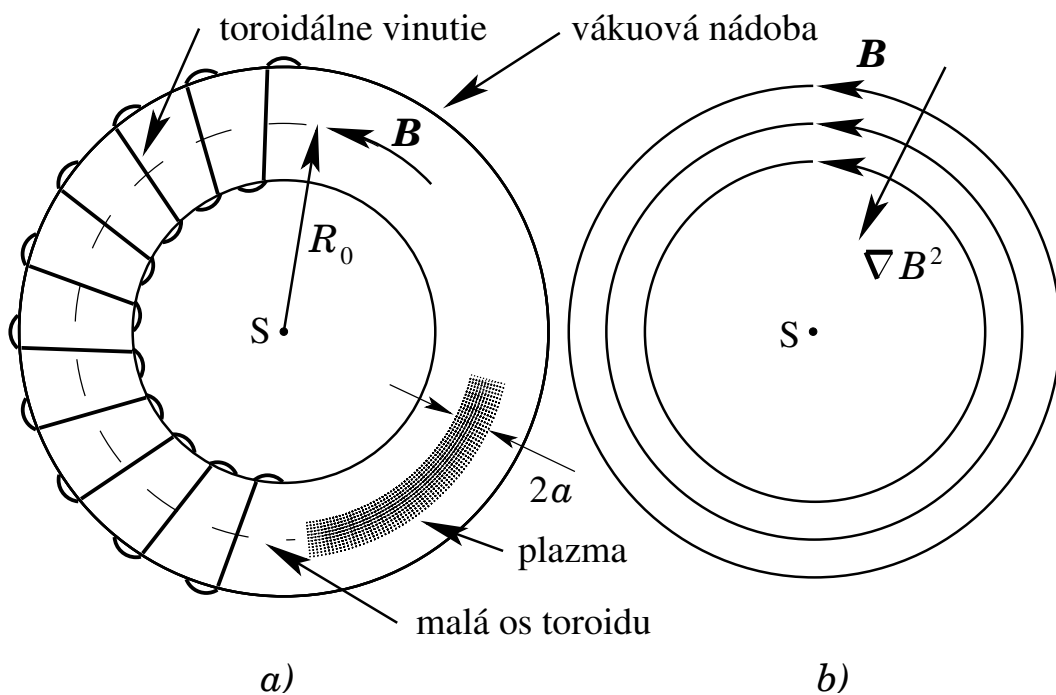


Obr. 7.13: Magnetické siločiar v zrkadlovej magnetickej nádobe. Hranice nádoby sú vymedzené maximami magnetickej indukcie B_{max}

gie. Častice, ktoré sa od zrkadiel odrazia, v nádobe ostanú natrvalo. Ak však do nádoby dáme plazmu, tak prítomné častice sa začnú navzájom zrážať (je to nevyhnutné, ak má prebiehať syntéza jadier!), čo spôsobí neustále prerazovanie energie medzi priečnym

a pozdĺžnym smerom. Tak sa vytvorí trvalý únik častíc cez zrkadlá s tokom, ktorý je úmerný zrážkovej frekvencii častíc. Okrem toho k úniku nabitých častíc prispievajú aj rôzne nestability plazmy nachádzajúcej sa v magnetickom poli. Preto v takom systéme bez ďalších úprav sa nedá dosiahnuť zápalná teplota. Veľkou technickou prednosťou zrkadlových nádob – okrem ich jednoduchej geometrie – by bola možnosť využiť nabité častice s veľkou kinetickou energiou unikajúce cez zrkadlá na priame získavanie elektrickej energie s veľkou účinnosťou bez použitia tepleného stroja.

Toroidálne magnetické nádoby. Ďalšie možné riešenie na zabránenie úniku častíc v smere siločiar z magnetického poľa spočíva vo vytvorení toroidálneho magnetického poľa podľa obr. 7.14. Vidíme, že takto sa eliminovali otvorené konce magnetickej nádoby tým,



Obr. 7.14: Toroidálna magnetická nádoba: a) – geometria a základné pojmy, R_0 – veľký polomer, a – malý polomer, hlavná (veľká) os toroidu prechádza stredom S kolmo na rovinu nákresu; b) – geometria siločiar magnetického poľa \mathbf{B} a smer gradientu ∇B^2

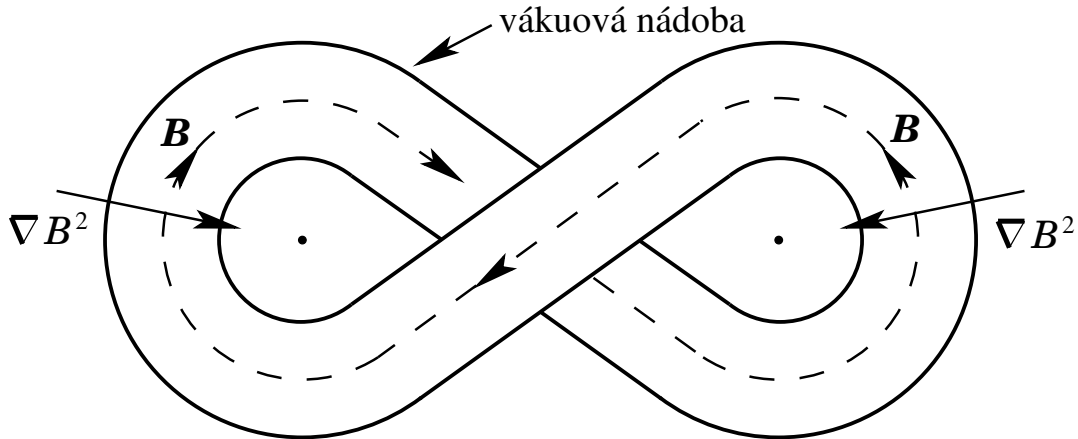
že magnetické siločiar sa teraz uzatvárajú do sústredných kružníc. Toto na prvý pohľad ideálne riešenie však mení pôvodné homogénne magnetické pole na pole nehomogénne, ktorého intenzita narastá smerom k hlavnej osi toroidu. Na rozdiel od homogénneho poľa nehomogénne pole spôsobuje únik častíc kolmo na magnetické siločiar s nasledujúcou rýchlosťou

$$\mathbf{V} = \frac{m}{2q} (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}v_{\perp}^2) \frac{\mathbf{B} \times \nabla B^2}{B^4},$$

kde \mathbf{B} je vektor magnetickej indukcie. Ak aplikujeme tento výsledok na geometriu poľa podľa obr. 7.14, tak vidíme, že driftová rýchlosť \mathbf{V} v každom mieste smeruje kolmo

na siločiaru a na polomer siločiar. Preto častice sa budú pohybovať kolmo na rovinu nákresu, v závislosti od náboja smerom nad alebo pod nákres. Tento pohyb spôsobí, že nabité častice uniknú na stenu toroidálnej magnetickej nádoby, kde zaniknú. Tento uzáver potvrdzujú aj experimenty, v ktorých sa pozoruje rýchly zánik plazmy na stenách.

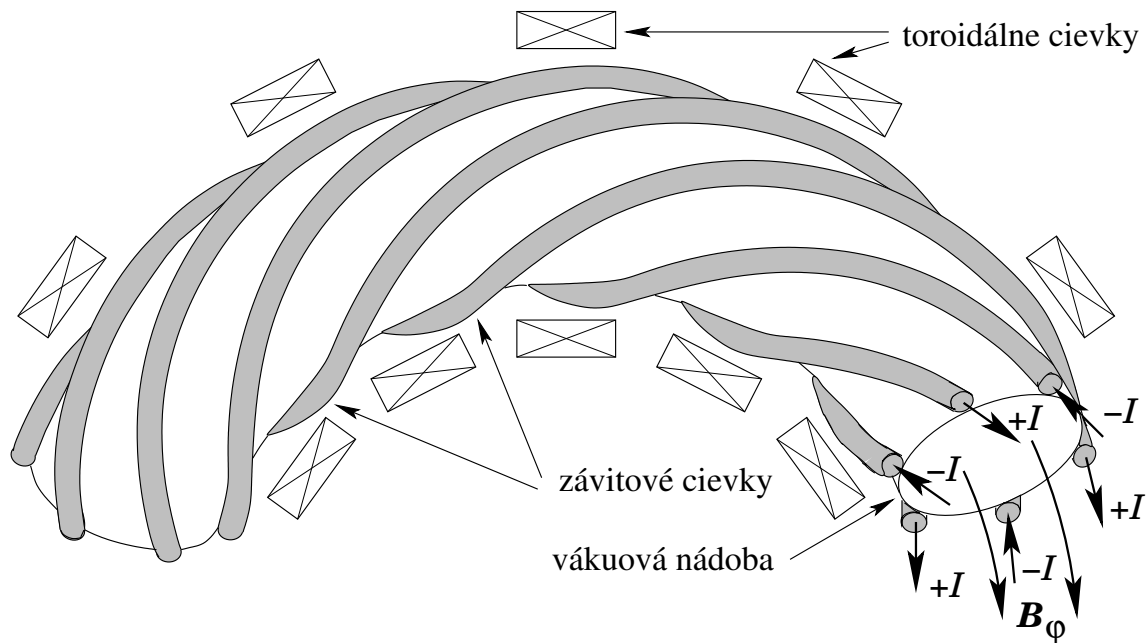
Stellarator. Problém úniku nabitých častíc z toroidálneho magnetickeho poľa možno vyriešiť deformáciou toroidu do tvaru číslice osem. Ak teraz analyzujeme driftovú rýchlosť podľa obr. 7.15 zistíme, že driftová rýchlosť v ľavej časti osmičky má rovnakú



Obr. 7.15: Schéma geometrie magnetickeho poľa v stellaratore tvaru osmičky; magnetická siločiaru sa neuzatvára po jednom obehu okolo nádoby, ale vytvára závitnicu

veľkosť, ale opačný smer ako v pravej časti osmičky. Je to spôsobené tým, že vektor $\mathbf{B} \times \nabla B^2$ je v ľavej časti orientovaný kolmo na rovinu nákresu smerom pod nákres, ale v pravej časti je smer opačný. Preto teraz častice nebudú nepretržite unikať jedným smerom, ale budú oscilovať okolo rovnovážnej polohy. Ak teda zvolíme dostatočne veľké rozmery vákuovej nádoby, nabité častice sa v magnetickom poli zachytia a nezaniknú na stenách. Táto konfigurácia magnetickeho poľa sa nazýva **stellarator**.

Geometria v tvare osmičky je z technického a technologického pohľadu extrémne ťažkopádna a nepraktická. Preto sa skúmalo, ako sa zmení geometria magnetických siločiar v osmičkovej konfigurácii. Detailná analýza ukazuje, že magnetická siločiaru sa po jednom obehu okolo nádoby neuzatvára, ako tomu bolo v prípade toroidu. Ďalšia významná zmena je v tom, že siločiaru neležia v rovine, ale vytvárajú priestorovú závitnicu. Práve toto **závitové magnetické pole** spôsobuje zásadnú zmenu v drifte nabitých častíc. Kľúčová otázka teda je, ako vytvoriť závitové magnetické pole aj v jednoduchšej geometrii reaktora. Jednou z možností je na povrch toroidálnej nádoby uložiť systém závitovo vinutých vodičov, ktoré generujú multipólové magnetické pole (obr. 7.16). Toto pole v superpozícii s toroidálnym poľom vytvorí v obmedzenej oblasti v okolí vedľajšej osi toroidu závitové magnetické pole podľa obr. 7.17. Na obr. 7.17, kvôli prehľadnosti, nie sú znázornené jednotlivé siločiaru poľa, ktorých tvar je príliš komplikovaný, ale plochy na ktorých

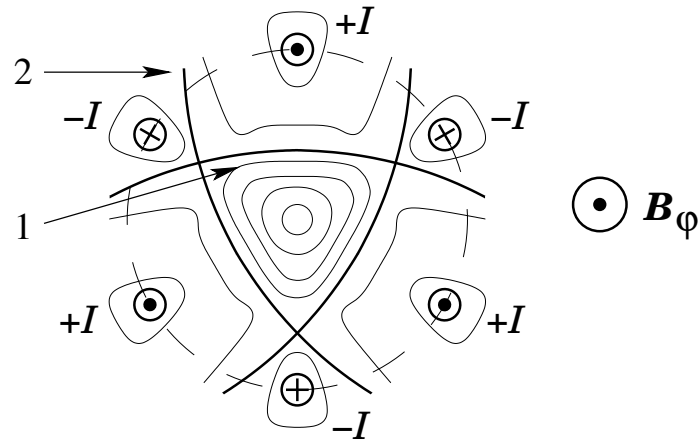


Obr. 7.16: Vytváranie závitového magnetického poľa v stellaratore pomocou externých závitových prúdov $+I$ a $-I$ a toroidálneho magnetického poľa B_φ

siločiary ležia – nazývame ich **magnetické plochy**. Z tvaru magnetických plôch sa dá zistiť, či magnetické pole zabráni nabitým časticiam v plazme uniknúť na steny vákuovej nádoby. Konkrétne na obr. 7.17 zachytené častice sa nachádzajú v oblasti označenej ako 1, pretože magnetické plochy sa tu uzatvárajú vo vnútri vákuovej nádoby. Plocha označená ako 2 sa už v nádobe neuzatvára a preto pretína stenu vákuovej nádoby. Nabité častice, ktoré ju dosiahnu sa dostanú pozdĺž siločiar na stenu, kde zaniknú. Podobný uzáver platí aj pre všetky magnetické plochy za touto hranicou.¹⁵

Tokamak. Iný spôsob vytvorenia závitového magnetického poľa možno dosiahnuť superpozíciou toroidálneho poľa B_φ s poľom B_θ od elektrického prúdu I_p tečúceho cez vodič rovnobežný s toroidálnym poľom (obr. 7.18). Pole okolo vodiča B_θ nazývame v toroidálnej geometrii **poloidálne pole**. Pretože uloženie kovového vodiča do vysokoteplotnej plazmy predstavuje technicky nezvládnuteľný problém, hľadalo sa iné riešenie. Spočíva vo využití samotnej plazmy ako vodiča silného elektrického prúdu. Prúd do plazmového závitú sa naindukuje pomocou zmeny magnetického toku vo feromagnetickom jadre transformátora, ako to vidno na obr. 7.19. Toto usporiadanie sa nazýva **tokamak**. Nevýhodou je, že naindukovaný prúd možno udržať len obmedzený čas, pretože nárast magnetického toku je limitovaný nasýtením feromagnetického jadra a prúdmi v primárnom vinutí. Preto

¹⁵Obr.7.17 zodpovedá superpozícii multipólového a homogénneho magnetického poľa, vďaka čomu magnetické plochy vykazujú určitú symetriu. V reálnom prípade znázornenom na obr. 7.16, táto symetria sa stráca, pretože toroidálne pole B_φ je zakrivené. Výsledná geometria má teda zložitejší tvar i keď kvalitatívne črty sa zachovávajú.



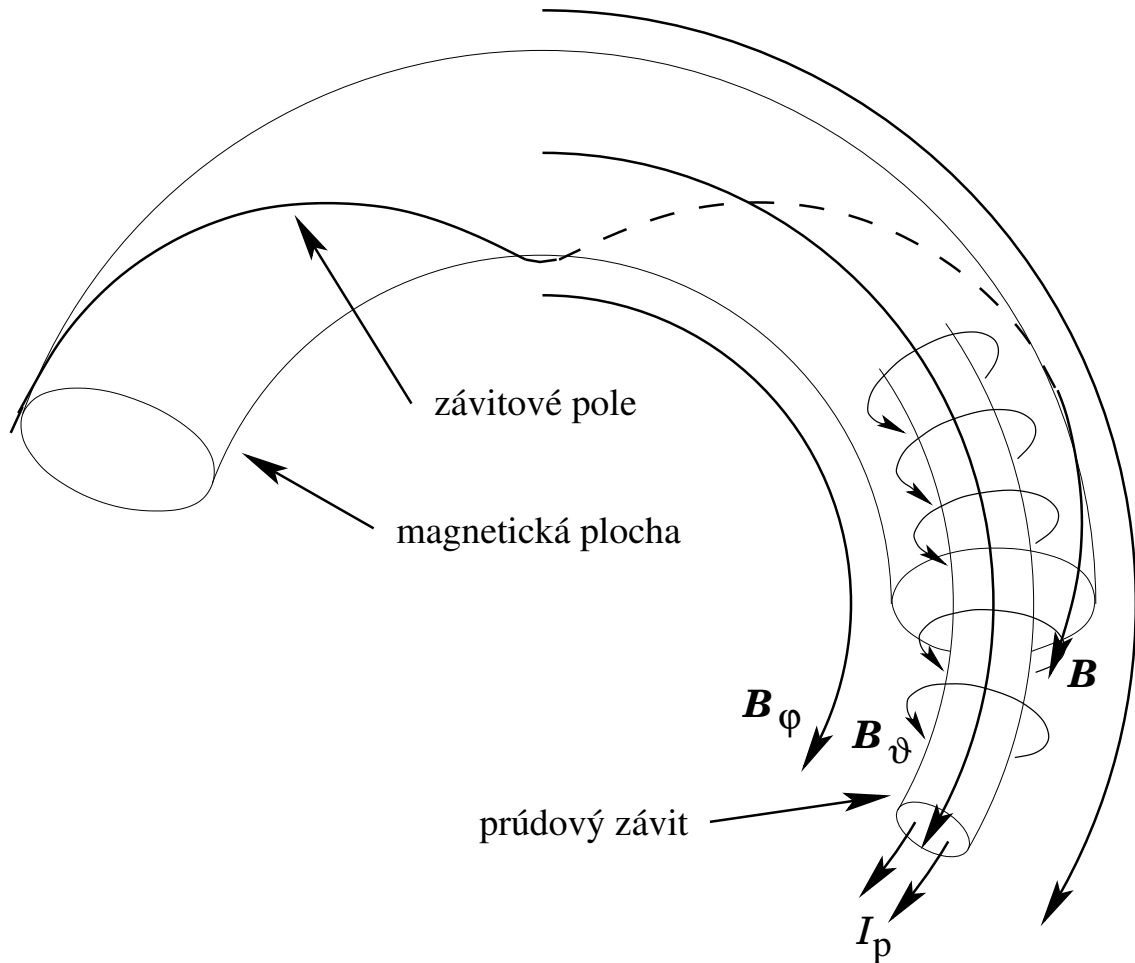
Obr. 7.17: Rez magnetickými plochami stellaratora s multipólovým vinutím: 1 – oblasť uzatvorených magnetických plôch vo vákuovej nádobe; 2 – neuzatvorená plocha, ktorá pretína stenu vákuovej nádoby – častice, ktoré túto plochu dosiahnu zaniknú na stene

tokamak môže plazmu udržať iba na konečný čas, po uplynutí ktorého treba plazmu nechať zaniknúť, magnetické pole vypnúť a celý proces periodicky opakovať. Ďalší problém spočíva v nestabilite vodiča tvoreného plazmou. Na kruhovú sľučku pôsobia totiž sily snažiac sa zväčšovať jej polomer, čo by viedlo k zániku plazmy na stenách nádoby. Tento efekt však možno vykompenzovať tzv. **vertikálnym poľom**, ktoré tvorí sústava cievok, cez ktoré tečie prúd o vhodnej veľkosti.

Tokamak je v súčasnosti najrozpracovanejšia magnetická nádoba toroidálneho typu, pomocou ktorej sa dosiahli najdlhšie časy udržania vysokoteplotnej plazmy.

Ohrev plazmy. Doteraz sme sa zaoberali problematikou udržania nabitých častíc magnetickým poľom. Otvorená ostala otázka ako dodať časticiam potrebnú energiu na dosiahnutie zápalnej teploty. Možných spôsobov ohrevu plazmy je viacero a ich použiteľnosť závisí od typu magnetickej nádoby. U nádob s magnetickými zrkadlami je najvýhodnejšie vytvoriť vysokoteplotnú plazmu vstrekaním zväzku neutrálnych atómov ťažkého izotopu vodíka s veľkou energiou (do 100 keV) kolmo na magnetické pole¹⁶. Pritom dochádza k vzniku Lorentzovho elektrického poľa, ktoré ionizuje atómy. Tieto sa v magnetickom poli zachytia, pričom sa začne vytvárať plazma. Zosilnením magnetického poľa v nádobe, resp. približovaním zrkadiel, nastáva ďalšie zohrievanie plazmy adiabatickou kompresiou. Zvýšením koncentrácie kladných iónov v plazme vzrastie pravdepodobnosť rezonančnej výmeny náboja medzi vstrekanými rýchlymi atómami a zachytenými iónmi v nádobe, čím nastupuje ďalší mechanizmus ohrevu plazmy (vznikajúce pomalšie neutrálne atómy

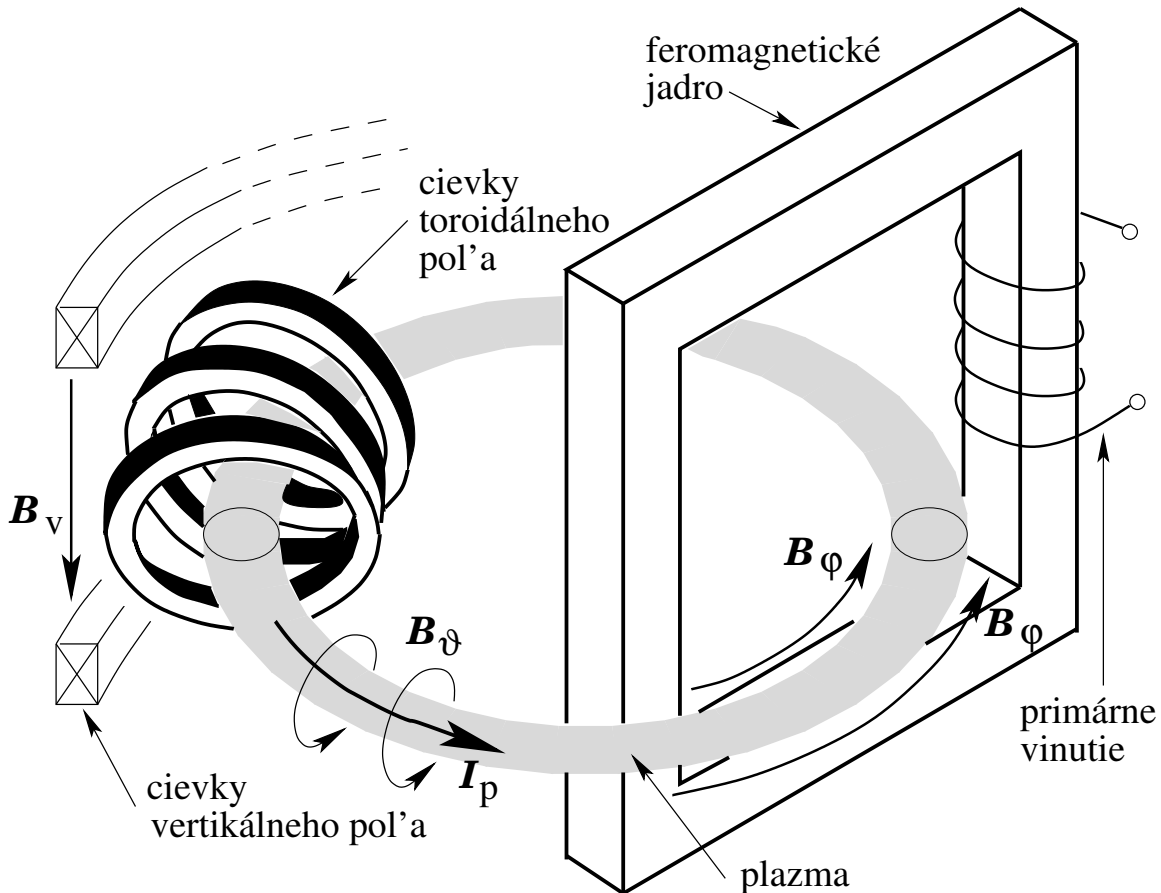
¹⁶Vstrekať nabitú časticu do magnetického poľa nie je možné, pretože podobne ako magnetické pole nedovolí časticam unikať z nádoby v smere kolmom na magnetické pole, rovnako im nedovolí zostať v nádobe, ak prichádzajú zvonku. Zachytiť sa môžu iba častice, ktoré sa v nádobe zrazia s prítomnými časticami. Pravdepodobnosť zrážky pri vysokých energiách a nízkych koncentráciách je však malá a preto tento spôsob vytvárania vysokoteplotnej plazmy je neefektívny.



Obr. 7.18: Magnetické závitové pole B , ako vektorový súčet toroidálneho poľa B_φ a poloidálneho poľa B_ϑ od prúdového závit, cez ktorý tečie prúd I_p . Pre prehľadnosť je znázornená len jedna siločiaru závitového poľa

sa dodatočne ionizujú elektrónmi v plazme). Takto sa teplota iónov zvýši na úroveň 100 MK a po dosiahnutí zápalnej teploty ďalší ohrev už zabezpečujú α častice s energiou 3 MeV.

U toroidálnych nádob možno využiť ohmický ohrev na dosiahnutie vysokej teploty. V prípade tokamakov sa vysokofrekvenčným výbojom vytvorí počiatočná slabo ionizovaná plazma. Naindukovaným prúdom do plazmového prstenca sa plazma začne zahrievať, čím ďalej narastá ionizácia plynu. Takto sa plazma zahreje na teplotu nad 1 MK, nastane jej úplná ionizácia, pričom jej odpor rýchlo klesne. Ďalší ohrev sa tak zastaví. Pretože prúd cez plazmu generuje aj poloidálne magnetické pole, nemožno ho neobmedzene zvyšovať, bez narušenia geometrie závitového magnetického poľa. Preto sú potrebné aj iné typy ohrevu, ako je injekcia zväzkov neutrálnych častíc s energiami okolo 100 keV, podobne ako sme spomínali u zrkadlových nádob. Ďalšou možnosťou je aplikácia vysokofrekvenčných polí, napr. na iónovej cylotrónovej frekvencii, čím sa energia priamo dodáva



Obr. 7.19: Princíp tokamaku. Toroidálne magnetické pole B_φ vytvára sústava cievok, poloidálne pole B_ϑ pochádza od prúdu I_p , ktorý je naindukovaný v plazmovom závíte zmenou magnetického toku vo feromagnetickom jadre. Cievky vertikálneho magnetického poľa generujú pole B_v , ktoré stabilizuje polomer plazmového závítu. Pre prehľadnosť nie je zobrazená vákuová nádoba

iónom. Využíva sa tiež aj adiabatická kompresia plazmy. Ohrev u stellaratorov v počiatočnej fáze je analogický ako u tokamakov – prúdom v plazme, vysokofrekvenčnou energiou a neutrálnymi zväzkami. Na rozdiel od tokamakov, existuje tu však možnosť postupného znižovania prúdu v plazme, pričom ohrev plazmy preberú alternatívne mechanizmy. Takto sa dá dosiahnuť tzv. **bezprúdový režim**, keď absencia silného prúdu v plazme zlepšuje udržanie plazmy magnetickým poľom i ohrev plazmy injekciou neutrálnych atómov s veľkou energiou a vysokofrekvenčnými ohrevmi. Po dosiahnutí zápalnej teploty možno všetky ohrevy vypnúť, pričom ohrev preberú aj v tomto prípade α častice. Výhodou stellaratorov oproti tokamaku, je ich nepretržitá prevádzka, pričom bezprúdový režim zlepšuje udržanie plazmy magnetickým poľom i ohrev plazmy.

V priemyselnom reaktore na produkciu elektrickej energie, reakcia musí prebiehať buď nepretržite alebo desiatky minút v prípade tokamakov. Avšak už po niekoľkých sekundách sa začne uplatňovať úbytok paliva. Preto ho treba neustále do reaktora dodávať.

Efektívnym spôsobom je vstrelovanie malých guľičiek zo zmrazenej zmesi deutéria a trícia do zóny s najvyššou teplotou. Počiatočnú rýchlosť paliva treba zvoliť tak, aby sa palivo dostalo do tejto zóny ešte pred tým, než sa odparí a ionizuje. Po ionizácii totiž nabité častice už nepreniknú do horúcej časti plazmy, pretože im v tom zabráni magnetické pole.

7.4.4 Inerciálna izolácia plazmy

Inerciálna izolácia vysokoteplotnej plazmy je založená na myšlienke veľmi rýchleho ohriatia zmesi deutéria a trícia v pomere 1:1 tak, aby vytvorená plazma nestihla expandovať prv, než prebehne termonukleárna reakcia medzi prítomnými jadrami. Tento smer výskumu v oblasti riadenej termonukleárnej syntézy bol stimulovaný výkonovými laserami, ktoré poskytujú možnosť dodania veľkej energie do malého objemu za veľmi krátky čas (< 1 ns).

Pre krátke časy udržania, Lawsonovo kritérium požaduje primerane zvýšiť koncentráciu plazmy. Preto prvotná myšlienka bola použiť zmrazenú zmes deutéria a trícia (túto zmes budeme ďalej označovať ako palivo) v tvare malej guľičky o priemere niekoľkých milimetrov. Hustota zmrazenej zmesi je $\rho = 0,2 \text{ g/cm}^3$, čomu odpovedá počiatočná koncentrácia jadier $5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Guľičku obsahujúcu zmes deutéria a trícia v literatúre obvykle označujeme termínom **terčik**, pretože je objektom na ktorý sa sústreďuje žiarenie výkonových laserov.

Rozmery terčika závisia nielen od energie, ktorú požadujeme z reakcie získať, ale hlavne od technických prostriedkov, ktoré sú k dispozícii na dosiahnutie zápalnej teploty. Formálnou aplikáciou Lawsonovho kritéria dostaneme minimálny požadovaný čas udržania plazmy na úrovni 2 ns pre zmrazené palivo. Na druhej strane čas inerciálneho udržania možno odhadnúť ako pomer polomeru plazmy R a strednej aritmetickej rýchlosti jadier $\langle v \rangle$ pri zápalnej teplote 50 MK. Pri tejto teplote je tepelná rýchlosť jadier deutéria alebo trícia približne $4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, čo by poskytlo minimálnu hodnotu polomeru na úrovni 1 mm. Tieto odhady nie sú však dostatočne presné. Tiež si treba uvedomiť, že nie všetko palivo v terčiku stihne zreagovať počas expanzie terčika, čo znižuje uvoľnenú energiu. Presnejšia formulácia problému umožňuje Lawsonovo kritérium napísať nasledovne

$$\rho R > 3 \text{ g/cm}^2, \quad (7.5)$$

z čoho pre polomer terčika zo zmrazenej zmesi vyplýva hodnota 15 cm – o dva rády viac ako predchádzajúci odhad.

Energiu potrebnú na dosiahnutie zápalnej teploty vypočítame ako $2(\frac{3}{2}NkT)$, pričom sme využili fakt, že na jeden stupeň voľnosti translačného pohybu pripadá energia $\frac{1}{2}kT$ a ohrievame N elektrónov a iónov. Pri tomto odhade zanedbávame všetky straty energie do okolia, čo je do istej miery oprávnené, pretože pri veľmi vysokých koncentráciách častíc v plazme, plazma sa stáva nepriehľadná pre brzdné žiarenie, čím sa výrazne obmedzí najvýznamnejší mechanizmus úniku energie z plazmy. Pri hustote odpovedajúcej zmrazenému palivu, treba dodať do terčika rádovo 10^{12} J energie na dosiahnutie zápalnej teploty, čo leží ďaleko za hranicami technických možností. V reálnej situácii však laserový

zdroj musí poskytnúť ešte podstatne viac energie, pretože len jej malá časť sa premení na ohrev terčika. Dopadajúca energia sa totiž stráca odrazom a rozptylom svetla na povrchu terčika a veľká časť energie je odvádzaná aj odpareným materiálom. Preto skutočný výkon použitého lasera musí byť ešte o niekoľko rádov vyšší. Aby sme sa teda dostali do oblasti technicky dosiahnuteľných energií na úrovni 1 MJ, potrebovali by sme znížiť energiu potrebnú na ohrev terčika približne o sedem až osem rádov v závislosti od účinnosti odovzdávania energie.

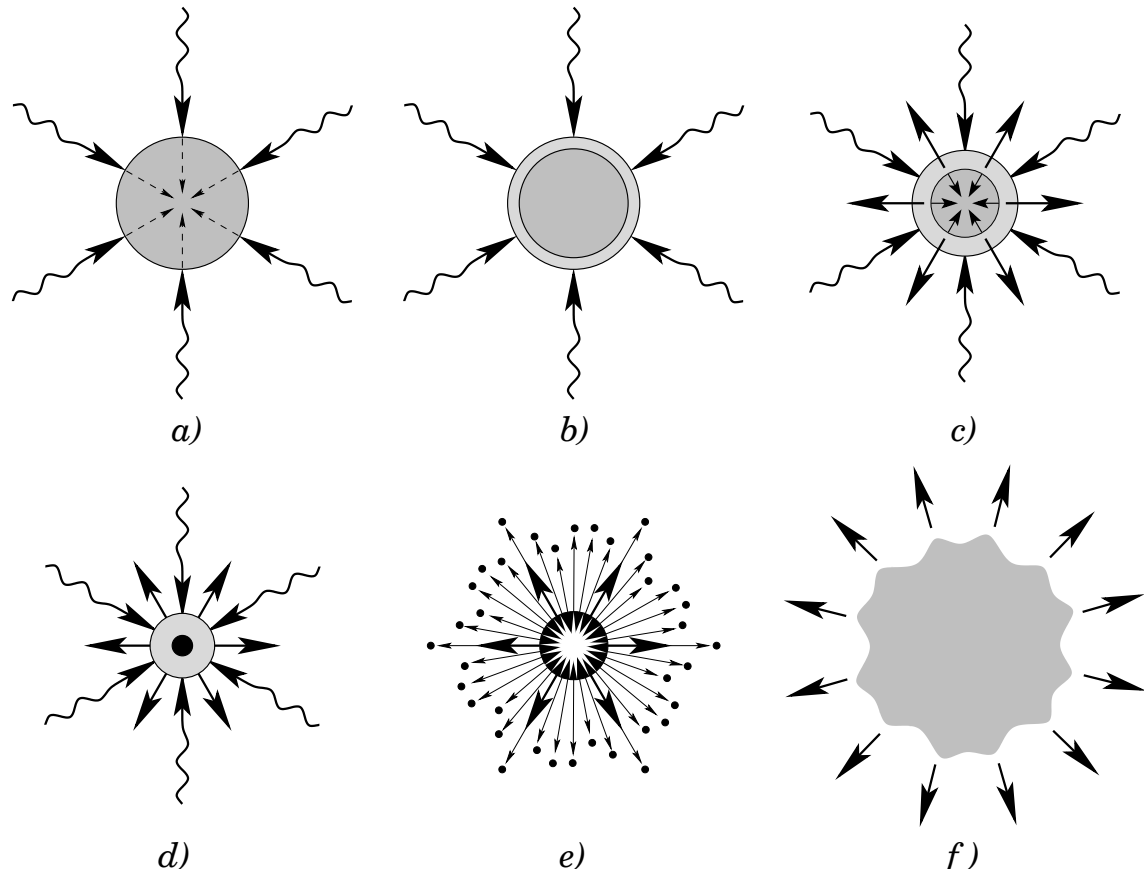
V princípe existujú dve východiská z tejto nepriaznivej situácie. Pri výpočte energie potrebnej na ohrev terčika sme predpokladali homogénny ohrev. Pri nehomogénnom ohreve by sme potrebovali iba energiu na zohriatie menšej časti terčika. Ďalej pri podrobnejšej analýze problému sa zistilo, že energia potrebná na zapálenie reakcie klesá s ρ^2 . Ako však získať väčšie hustoty paliva, než je hustota v zmrazenom stave? Prvotná idea navrhovala využiť tlak svetelného žiarenia, čím by sa terčik stlačil a tak by narástla jeho hustota. Na základe predchádzajúcich údajov by bolo treba terčik stlačiť až 10^4 krát na hustotu okolo 2000 g/cm^3 . Proces takého silného stlačenia nazývame **superkompresia**. Na ilustráciu v strede Slnka je hustota hmoty 200 g/cm^3 pri tlaku 10^{16} Pa a v bielych trpaslíkoch $10^4 - 10^5 \text{ g/cm}^3$ pri tlakoch 10^{20} Pa . Na kompresiu 10^4 by teda boli potrebné tlaky okolo 10^{17} Pa . Ak označíme ako I intenzitu žiarenia lasera a c rýchlosť svetla, tlak na povrch sa rovná

$$p = \frac{I}{c}.$$

Na dosiahnutie požadovaného tlaku 10^{17} Pa by sme teda potrebovali intenzitu žiarenia v ráde 10^{21} W/cm^2 . Podstatne väčší tlak vyvoláva reaktívna sila pochádzajúca od intenzívne sa odparujúcej hmoty z povrchu terčika. Pretože tepelné rýchlosti atómov alebo jadier sú podstatne menšie ako rýchlosť svetla (rádovo 10^6 m/s), klesne aj potrebná intenzita žiarenia na úroveň 10^{19} W/cm^2 . Existujúce lasery (niekoľko kusov na svete špeciálne konštruovaných na laserovú syntézu) dosahujú intenzity žiarenia $10^{14} - 10^{17} \text{ W/cm}^2$, čo síce ešte neposkytuje potrebný tlak, ale naznačuje perspektívnosť tohoto riešenia.

Aby sa terčik stlačil, musí byť zabezpečené rovnomerné ožiarenie jeho povrchu, s čím sú spojené veľké problémy. V experimentoch sa rovnomerné rozloženie tlaku dosahuje veľkým počtom (desiatky) zväzkov svetla, ktoré dopadajú sfokusované na povrch zo všetkých strán. Odchýlky od rovnomerného ožiarenia spôsobujú vznik nestabilit, pri ktorých sa narušuje hladkosť povrchu terčika a tak dochádza k nadmernému úniku paliva, čo spôsobuje nielen veľké energetické straty, ale aj bráni dosiahnutiu vysokých tlakov.

Teraz si vysvetlíme princíp ako významne zmenšiť energiu nehomogénnym ohrevom terčika počas superkompresie. Na obr. 7.20 sú znázornené jednotlivé fázy kompresie terčika. Dopadajúce žiarenie z výkonového lasera prudko zahreje povrch terčika a z uvoľnených pár sa ionizáciou vytvorí plazma. Nárastom koncentrácie elektrónov sa zvýši plazmová frekvencia nad frekvenciu žiarenia, čím sa zastaví prenikanie svetla do väčších hĺbok terčika (príslušná koncentrácia elektrónov sa nazýva **kritická koncentrácia**). Celá energia sa potom transformuje na odparovanie terčika. Častice horúcej plazmy opúšťajú povrch tepelnými rýchlosťami, pričom reaktívnymi silami stláčajú terčik. Od tohoto



Obr. 7.20: Interakcia intenzívneho žiarenia s terčikom deutéria a trícia: *a)* – začiatok ohrevu – žiarenie preniká do celého terčika; *b)* – vznik plazmového obalu s nadkritickou koncentráciou – žiarenie do terčika už nepreniká; *c)* – stláčanie terčika reaktívnym tlakom; *d)* – ukončenie superkompresie a dosiahnutie zápalnej teploty; *e)* – rozšírenie horenia na celý terčik – 80 % energie odnášajú neutróny; *f)* – expanzia zvyškov terčika v komore po ukončení reakcie

okamihu vnútro terčika sa už nezahrieva žiarením, ale adiabatickou kompresiou a rázovou vlnou, ktorá sa šíri od povrchu do stredu terčika. Časový priebeh dodávania energie na povrch terčika musí byť tak rozvrhnutý, aby sa zápalná teplota v centre terčika dosiahla práve príchodom rázovej vlny počas maximálnej kompresie, keď polomer terčika sa zredukuje na viac ako desatinu pôvodného polomeru. Takto sa dosiahne nehomogénny ohrev terčika, čím sa zníži energia potrebná na dosiahnutie zápalnej teploty. Vtedy začne v strede prebiehať termonukleárna reakcia, pričom uvoľnené α častice odovzdávajú pri zrážkach svoju energiu časticiam terčika¹⁷, čím sa šíri tepelná vlna smerom k povrchu. V tejto fáze sa už rozmery explóziou zväčšujú a v dôsledku poklesu koncentrácie jadier paliva expanziou, ako aj ich úbytkom sa reakcia zastaví. Uvoľnená energia sa zachytí na

¹⁷Stredná voľná dráha neutrónov rádovo prevyšuje rozmery terčika, preto ich energia sa v terčiku neodovzdáva.

stenách reaktora spolu s neutrónmi vo vrstve kvapalného lítia, ktoré cirkuláciou odvádza teplo z reaktora. Celý opísaný proces trvá kratšie ako 1 ns, takže to má charakter mikrovýbuchu. Počas reakcie zreaguje len časť pôvodného deutéria a trícia, čo charakterizuje bezrozmerný parameter – **stupeň vyhorenia**. Stupeň vyhorenia udáva aké percento paliva z pôvodného terčika vstúpilo do reakcie (7.1). Podmienka (7.5) bola sformulovaná pre 50 % vyhorenie terčika. Zvyšky paliva sa z reaktora odčerpajú a použijú sa pri zhotovení nového terčika.

Ústredným problémom ohrevu terčika je dodržať optimálny časový priebeh kompresie, keď nárast tlaku nesmie byť príliš rýchly. Ak totiž tlak narastá príliš rýchlo, vybudí sa predčasne silná rázová vlna, ktorá zahreje stred terčika, čo zabráni potrebnému stlačeniu. Preto intenzita žiarenia laserového impulzu musí postupne narastať v čase rádovo 10 ns, čo ešte ďalej komplikuje požiadavky kladené na vlastnosti výkonového lasera. Iný možný prístup k ohrevu terčika predstavuje kombinácia dvoch laserových systémov. Kľúčovým prvkom tu je tzv. **superlaser**, ktorého vývoj sa po 20 rokoch ukončil v poslednom desaťročí. Jeho najvýznamnejšou črtou je dĺžka trvania svetelných impulzov od 10 fs do 1 ps, v závislosti od laboratória, v ktorom ho vyvinuli. Najvýkonnejší typ s dĺžkou trvania svetelných impulzov okolo 0,5 ps s energiou 500 J, umožňuje dosiahnuť intenzitu žiarenia 10^{21} W/cm². Výkon superlasera je na úrovni 1000 TW, čo preyšuje výkon všetkých zdrojov energie na svete o dva rády. Napriek takým extrémnym vlastnostiam samotný superlaser nie je schopný zapáliť reakciu v terčiku (má nato malú energiu) a ani ho stlačiť (jeho tlakový účinok trvá príliš krátko). Ak ho však použijeme v súčinnosti s laserom vhodným na superkompresiu, tak situácia sa významne zmení. Vďaka superkompresii terčika klesá s druhou mocninou jeho hustoty energia potrebná na dosiahnutie zápalnej teploty. Ak v okamihu maximálneho stlačenia terčiek nesymetricky (jednostranne) ožiarieme superlaserom, dosiahneme lokálne zápalnú teplotu na ožiarenej časti povrchu. Následne sa horenie terčika rozširuje asymetricky cez stlačené palivo, čím sa produkuje energia, ktorá mnohonásobne prevyší energiu dodanú do oboch laserov. Takto možno znížiť energiu lasera použitého na superkompresiu terčika o jeden až dva rády.

Aby sme z reakcie dostali viac energie, ako sa spotrebovalo na kompresiu a zahriatie terčika, tak treba získať, pri započítaní rôznych – už spomínaných – strát, z jedného mikrovýbuchu minimálne 100 MJ. Potom na dosiahnutie výkonu na úrovni GW, treba mikrovýbuchy opakovať s frekvenciou okolo 10 Hz. Lasery využívajúce optické čerpanie však vyžadujú prestávky medzi impulzami minimálne desiatky minút. Taktiež ich energetická účinnosť je veľmi nízka – na úrovni niekoľkých percent. Preto na technickú realizáciu treba hľadať efektívnejšie prostriedky umožňujúce zvýšiť opakovaciu frekvenciu impulzov a dosiahnuť väčšiu energetickú účinnosť. V tomto smere sú perspektívne lasery využívajúce excimér¹⁸ KrF. Na čerpanie excimérového lasera sa používa impulzný silnoprúdový zväzok elektrónov, pričom frekvenciu impulzov možno bez problémov zvyšovať na požadované hodnoty. Výhodou excimérového lasera je aj jeho asi štvrtinová dĺžka vlny

¹⁸Excimér je molekula, v ktorej väzba medzi atómami nastáva len ak molekula je v excitovanom elektrónovom stave; po prechode do základného stavu sa molekula ihneď rozpadne, čo významne podporuje inverziu hladín.

oproti doteraz používaným laserom, čím sa rádovo zvýši kritická koncentrácia elektrónov v plazme. Takto narastie aj frekvencia zrážok nabitých častíc, čo efektívnejšie tlmi niektoré typy nestabilit v zóne kompresie na povrchu terčika. Zabráni sa tak narušeniu hladkosti povrchu stláčaného terčika, čo je nutnou podmienkou na dosiahnutie superkompresie. Vyššiu opakovaciu frekvenciu a účinnosť poskytujú aj lasery v pevnej fáze s diodovým čerpaním. Tieto systémy využívajú inverziu obsadenia energetických hladín v p–n priechode prechádzajúcim elektrickým prúdom.

Ďalšou možnou alternatívou použiteľnou na ohrev a kompresiu terčikov sú urýchľovače ťažkých iónov, u ktorých sa dosahuje vysoká účinnosť i opakovacia frekvencia. Problémom však je negatívny účinok priestorového náboja na fokusáciu zväzku pri silných prúdoch a fakt, že ióny sa musia pohybovať vo vysokom vákuu. Požadovaná energia v jednom impulze je na úrovni 5 MJ s kinetickou energiou iónov od 5 MeV u iónu vodíka až po 5 GeV pri ióne uránu. Maximálny výkon v impulze o dĺžke desiatok ns by mal dosiahnuť hodnotu až 1000 TW. Prúdy sa pohybujú od desiatok kA až po MA v závislosti od hmotnosti urýchľovaných iónov (pre ťažšie ióny sú prúdy menšie).

Predmetom intenzívneho výskumu je aj štruktúra a spôsob vyhotovenia terčikov. Namiesto zmrazeného paliva sa používajú napr. tenkostenné sklenené guľičky naplnené zmesou deutéria a trícia pod tlakmi až 10^7 Pa. Po ožiarení terčika sklenená vrstva prudkým zahriatím exploduje a palivo je stláčané časťou skla pohybujúcou sa do vnútra terčika. Aby sa optimalizovali všetky deje počas superkompresie, tak sa do štruktúr vkladajú aj ďalšie medzivrstvy. Napr. špeciálna ablačná vrstva na povrchu, ktorá efektívne absorbuje žiarenie lasera a svojim odparovaním generuje maximálny reaktívny tlak. Ďalej vrstva chrániaca palivo pred prenikaním rýchlych elektrónov a röntgenovho žiarenia z plazmy, čím sa zabraňuje predčasnému ohrievaniu paliva. Vytváraním dutín medzi palivom a obalom terčika možno optimalizovať odovzdávanie energie lasera palivu bez potreby zložitého tvarovania laserového impulzu.

Špecifickú štruktúru majú terčiky určené na superkompresiu paliva pomocou iónových zväzkov. V strede majú voľný priestor, okolo ktorého je vrstva zmrazeného paliva obalená jednou alebo dvoma ďalšími vrstvami. Tieto pomocné vrstvy plnia funkciu piesta, ktorý po urýchlení, odovzdanou hybnosťou od iónových zväzkov, veľkou rýchlosťou ženie pred sebou chladné palivo do voľného priestoru v terčiku, kde pri centrálnej zrážke, účinkom veľkej kinetickej energie, nastane kompresia a ohrev paliva na vysokú teplotu.

7.4.5 Súčasný stav problematiky riadenej termonukleárnej syntézy

Doteraz sme hovorili o rôznych základných princípoch realizácie riadenej termonukleárnej syntézy. Nie všetkým prístupom sa venovala pri experimentálnom overovaní rovnaká pozornosť. Extrémna experimentálna a technická náročnosť býva často príčinou, že nie všetky princípy už aj boli experimentálne verifikované. Mnohé sú ešte len v stave projektovania, prípadne dokončovania experimentálnych zariadení. Hlavným limitujúcim faktorom sú nielen chýbajúce poznatky potrebné na vyriešenie niektorých fyzikálnych

alebo technických problémov, ale hlavne vysoké finančné nároky na postavenie zariadení. Preto v krátkosti možno poskytnúť iba čiastočný pohľad na súčasný stav v oblasti experimentálneho výskumu problematiky. Základnú informáciu poskytuje tab. 7.4, kde sú uvedené najvýznamnejšie realizované i plánované projekty v oblasti magnetického udr-

Tabuľka 7.4: Najväčšie tokamaky a stellaratory v čase svojho vzniku

| Názov | Krajina | Polomer veľký [m] malý [cm] | Mag. pole [T] | Prúd v plazme [MA] | Dĺžka impulzu [s] | Obdobie prevádzky |
|----------------------------|----------|-----------------------------------|------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| tokamaky | | | | | | |
| T10 ¹ | Rusko | 1,5 37 | 3,0 | 0,5 | 1 | od 1976 ? |
| PLT ² | USA | 1,32 42 | 3,4 | 0,7 | 0,5 | 1976 – 86 |
| ASDEX-U ³ | Nemecko | 1,6 50 | 3,9 | 2,0 | 6 | od 1991 |
| DIII-D ⁴ | USA | 1,7 82 | 2,2 | 3,5 | 10 | od 1986 |
| T15 ⁵ | Rusko | 2,4 70 | 4,5 | 2,0 | 1 | od 1989 |
| Alcator C-Mod ⁶ | USA | 0,67 22 | 9,0 | 3,0 | | od 1993 |
| JT-60U ⁷ | Japonsko | 3,4 90 | 4,5 | 3,0 | 15 | od 1991 |
| TFTR ⁸ | USA | 2,6 90 | 5,6 | 3,0 | 2 | 1982 – 97 |
| JET ⁹ | EÚ | 2,96 160 | 3,5 | 4,8 | 20 | od 1983 |
| ITER ¹⁰ | | 6,2 200 | 5,3 | 17 | 400 | ≥ 2014 |
| stellaratory | | | | | | |
| W 7-AS ¹¹ | Nemecko | 2,0 20 | 3,5 | – | 5 | 1988 – 02 |
| W 7-X ¹² | Nemecko | 5,5 53 | 3,0 | – | 1800 | od 2010 |

¹Tokamak-10, Institut atomnoj energii I. V. Kurčatova, Moskva
²Princeton Large Torus, Princeton Plasma Physics Laboratory, Princeton, NJ
³Axial Symetrisches Divertor Experiment – Upgrade, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching
⁴Doublet III – Divertor, General Atomic, San Diego, CA
⁵Tokamak-15, Institut atomnoj energii I. V. Kurčatova, Moskva
⁶Alto Campo Torus C, Massachusetts Institut of Technology, Cambridge, MA
⁷Japan Atomic Energy Research Institute Tokamak-60 Upgrade, Naka, Ibaraki
⁸Tokamak Fusion Test Reactor, Princeton Plasma Physics Laboratory, Princeton, NJ
⁹Joint European Torus, Culham, Oxfordshire, UK
¹⁰International Thermonuclear Experimental Reactor, projekt Číny, EÚ, Japonska, Korey, Ruska a USA (miesto stavby – predbežne Francúzsko alebo Japonsko)
¹¹Wendelstein 7-Advanced Stellarator, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching
¹²Wendelstein 7, simulácia reaktora, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Greifswald

žania plazmy. Okrem zariadení v tabuľke, vo svete bolo postavených rádovo sto ďalších, menších zariadení, na ktorých sa skúmala problematika udržania plazmy magnetickým poľom a jednotlivé typy nestabilit plazmy, pričom primárnym cieľom nebolo dosiahnutie extrémne vysokých teplôt a požadovaných koncentrácií nabitých častíc. Tabuľka naznačuje, že doterajší vývoj experimentov s magnetickým udržaním plazmy uprednostňoval tokamaky pred stellaratormi. Súvisí to s väčšími problémami spojenými s dosiahnutím presnej geometrie závitového poľa u stellaratorov. Práve nedokonalosti v geometrii na prvých zariadeniach boli príčinou krátkych časov udržania plazmy v porovnaní s tokamakmi, čo spôsobilo presun záujmu a financovania v prospech tokamakov. Z dnešného pohľadu na problematiku je presné dodržanie geometrie magnetického poľa už vyriešené, avšak doterajší výskum tokamaky významne preferoval, čo sa postupne prejavovalo aj v návrhoch pokročilejších projektov.

Na doplnenie informácie v tab. 7.4, uveďme aj údaje o hmotnosti niektorých častí tokamaku JET a energetických nárokoch na budenie magnetického poľa a ohrev plazmy.

| | |
|-----------------------------|---------|
| Vákuová nádoba | 68 t |
| Toroidálne cievky spolu | 384 t |
| Železné jadro | 2 567 t |
| | |
| Výkon pre toroidálne cievky | 380 MW |
| Výkon na ohrev plazmy | 25 MW |

Výsledky doterajšieho výskumu udržania plazmy magnetickým poľom možno zosumariť nasledovne. Dosiahla sa teplota iónov 400 MK, koncentrácia nabitých častíc až $5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ a čas udržania 1,8 s. Všetky tri hodnoty sa však nepodarilo dosiahnuť súčasne. Preto na splnenie Lawsonovho kritéria treba zvýšiť hodnotu súčinu $n\tau_E$ ešte asi 5 krát. V priebehu dlhého obdobia experimentálneho výskumu sa čas udržania τ_E v tokamakoch postupne predlžoval so zväčšovaním rozmerov zariadení i plazmy. Napriek tomu však dosahované hodnoty τ_E stále boli horšie než poskytovala teória uvažujúca binárne zrážky medzi nabitými časticami (tzv. **neoklasická difúzia**). Podrobnou analýzou experimentálnych údajov o transporte elektrónov kolmo na magnetické plochy sa zistilo, že toky tepla a elektrónov sú približne o dva rády väčšie než poskytuje neoklasická teória. Navyše, tento rozpor s teóriou ešte narastal so zvyšujúcou sa teplotou plazmy počas ohmického ohrevu. Príčinou je turbulentný transport nabitých častíc, ktorý anomálne zhoršuje tepelnú izoláciu plazmy. Naproti tomu, transport iónov kolmo na magnetické plochy sa líšil od neoklasického podstatne menej.

Na základe empirických zákonitostí transportu energie plazmy na steny reaktora sa zdalo, že zapálenie jadrovej reakcie by vyžadovalo extrémne veľké a ekonomicky nereálne rozmery reaktora. V tejto nepriaznivej situácii sa počas experimentov na poslednej generácii tokamakov (ASDEX, TFTR) pozorovalo skokové zmenšenie anomálneho transportu v režime, keď ohrev injekciou neutrálnych častíc prekročil určitú prahovú hodnotu. Udržanie plazmy sa tak zlepšilo niekoľko násobne (faktor 3 – 4); následne v centrálnych

oblastiach plazmy stúpala o rovnaký faktor aj koncentrácia elektrónov a teplota plazmy sa tiež zvýšila (ale menej). Tento režim sa v literatúre označuje ako **H-mod** (pôvodný režim s anomálne vysokým transportom sa nazýva L-mod). Podobné javy sa neskôr pozorovali aj na ďalších tokamakoch. Podrobnejším experimentálnym výskumom sa zistilo, že ak výkon unikajúci z plazmy prekročí na rozhraní medzi uzatvorenými a neuzatvorenými magnetickými plochami určitú prahovú hodnotu, tak tepelná vodivosť od turbulencie plazmy v týchto miestach výrazne poklesne – vznikne tenká bariérová vrstva. Tento prechod pravdepodobne nastane, ak sa na okraji plazmy prekročí určitá minimálna teplota. Podrobnejším experimentálnym výskumom sa zistilo, že pri prechode do H-modu poklesne amplitúda oscilácií v okrajových oblastiach.¹⁹ Zatiaľ sa nepodarilo formulovať spoľahlivú teóriu na vysvetlenie H-modu.

Pri prevádzke tokamakov so zmesou deutéria a trícia (TFTR a JET) sa podarilo generovať výkon zo syntézy na úrovni desať MW. Rekordné hodnoty zaznamenal JET, keď výkon z riadenej termonukleárnej syntézy dosiahol až 16 MW, čomu prislúchalo výkonové zosilnenie 0,65 (pomer výkonu získaného z reakcie k výkonu dodávaného do plazmy na udržanie reakcie).

Vysoká ekonomická náročnosť overovania rôznych princípov udržania plazmy magnetickým poľom vyplýva z potreby konania experimentov na veľkých zariadeniach. Z empirických zákonov podobnosti pre tokamaky platí, že čas udržania energie v plazme je úmerný približne druhej mocnine lineárnych rozmerov zariadenia. Ako vyplýva z extrapolácie experimentálnych výsledkov, splnenie Lawsonovho kritéria možno očakávať pri rozmeroch reaktora, v ktorom objem plazmy je dostatočný na produkciu výkonu na úrovni GW. Prvým reaktorom, ktorý splní také požiadavky bude ITER. Toto je dôvod prečo je výskum riadenej termonukleárnej syntézy taký drahý. Na ilustráciu uvedme niektoré finančné čiastky vynaložené u najväčších zariadení. Náklady na konštrukciu pre TFTR boli minimálne 120 mil. \$ a pre JET okolo 250 mil. \$. V oboch prípadoch stavba zariadenia trvala 5 rokov. Náklady na desať ročnú prevádzku tokamaku TFTR prekročili 1 mld \$. Plánované náklady pre ITER tvoria 2,8 mld \$ kapitálových výdavkov počas ôsmich rokov stavby a 188 mil. \$ na rok na prevádzku zariadenia počas desiatich rokov.

V tabuľke 7.5 sú uvedené parametre niektorých zariadení na inerciálne udržanie plazmy. Výsledky dosiahnuté na existujúcich zariadeniach sú pozoruhodné. Dosiahla sa superkompresia na úrovni 1000 násobku hustoty zmrazenej zmesi deutéria a trícia (Gekko). Maximálne dosiahnuté teploty sú až 100 MK a splnenie Lawsonovho kritéria je porovnateľné so systémami s magnetickým udržaním, pričom sa pozorovalo $6 \cdot 10^{13}$ generovaných neutrónov počas jedného impulzu (Omega). Údaje o superlaseroch nám poskytuje tabuľka 7.6 a v tabuľke 7.7 zasa najdeme najvýznamnejšie zariadenia na inerciálne udržanie plazmy zväzkami nabitých častíc.

O veľkosti systémov na inerciálne udržanie plazmy si môžeme urobiť obraz z niekoľkých

¹⁹Štúdium plazmy v stellaratoroch potvrdilo, že pri zmešovaní prúdu cez plazmu sa zlepšuje nielen udržanie energie v elektrónovom plyne, ale aj udržanie samotných elektrónov. Tieto fakty tiež poukazujú na pozitívne vlastnosti bezprúdového režimu v stellaratoroch, čím by sa mohli dostať tieto toroidálne systémy do výhodného postavenia aj z pohľadu aplikácie.

Tabuľka 7.5: Zariadenia na inerciálne udržanie plazmy [59]. Písmeno K v stĺpci Poznámka označuje konštruované a P projektované zariadenie

| Názov | Krajina | Energia impulzu [kJ] | Dĺžka impulzu [ns] | Počet lúčov | Dĺžka vlny [μm] | Poznámka |
|--|------------------------|----------------------|--------------------|-------------|------------------------------|----------|
| lasery so sklom | | | | | | |
| Omega | USA ¹ | 3 | 0,6 | 24 | 0,35 | |
| Omega-UG | USA ¹ | 40 | 3 | 60 | 0,35 | K |
| Nova | USA ² | 50 | 1 | 10 | 0,35 | |
| NIF | USA ² | 1800 | 5 | 192 | 0,35 | K |
| Gekko-XII | Japonsko ³ | 30 | 1 | 12 | 1,06 | |
| FIREX-II | Japonsko ³ | 50 | 3 | 60-96 | 0,35 | P |
| Koyo | Japonsko ³ | 4000 | 6 | 400 | 0,35 | P |
| LULI | Francia ⁴ | 0,5 | 0,6 | 6 | 1,06 | |
| Octal | Francia ⁵ | 0,9 | 1 | 8 | 1,06 | |
| Phébus | Francia ⁵ | 14 | 2,5 | 2 | 0,53 | |
| Mégajoule | Francia ⁶ | 1800 | 15 | 288 | 0,35 | K |
| Vulcan | UK ⁷ | 3 | 1 | 6 | 0,53 | |
| Delfin | Rusko ⁸ | 3 | 1 | 108 | 1,06 | |
| excimérové lasery (KrF) | | | | | | |
| Nike | USA ⁹ | 5 | 4 | 56 | 0,25 | K |
| Ashura | Japonsko ¹⁰ | 0,7 | 15 | 6 | 0,25 | |
| Super-Ashura | Japonsko ¹⁰ | 7 | 22 | 12 | 0,25 | K |
| jódové lasery | | | | | | |
| Iskra-5 | Rusko ¹¹ | 15 | 0,25 | 12 | 1,30 | |
| PALS | ČR ¹² | 1,2 | 0,3 | 1 | 1,30 | |
| lasery v pevnej fáze s diodovým čerpaním | | | | | | |
| Mercury | USA ² | 0,1 | 5 | 1 | 1,05 | |
| ¹ Laboratory for Laser Energetics, University of Rochester, Rochester, NY ² Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA ³ Institute for Laser Engineering, Osaka ⁴ Laboratoire Utilisation des Lasers Intenses, CNRS, Palaiseau ⁵ Centre d'Etudes de Limeil-Valenton ⁶ Département Lasers de Puissance, CESTA de Bordeaux ⁷ Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxfordshire ⁸ Fizičeskij Institut P. N. Lebedeva, Moskva ⁹ Naval Research Laboratory, Washington D.C. ¹⁰ Electrotechnical Laboratory, Tsukuba, Ibaraki ¹¹ Vserossijskij Naučno-issledovatel'skij Institut Eksperimental'noj Fiziki, Sarov ¹² Prague Asterix Laser System, AV ČR, Praha (orig. Asterix IV – Garching) | | | | | | |

Tabuľka 7.6: Parametre svetelných impulzov generovaných významnými funkčnými i konštruovanými (označené ako K) superlasermi [59]

| Názov | Krajina | Energia [J] | Šírka [ps] | Výkon [TW] | Intenzita [W/cm ²] | Poznámka |
|------------|-----------------------|----------------|---------------|---------------|-----------------------------------|----------|
| Petawatt | USA ¹ | 1000 | 20 – 0,5 | 1000 | > 10 ²¹ | |
| JanUSP | USA ¹ | 15 | 0,085 | 200 | 2.10 ²¹ | |
| Trident | USA ² | 1,5 | 0,3 | 5 | > 10 ¹⁹ | |
| LABS II | USA ² | 0,25 | 0,3 | ~1 | 10 ¹⁹ | |
| PW | Japonsko ³ | 500 | 0,5 | 1000 | > 10 ²⁰ | |
| Petawatt | Japonsko ⁴ | 30 | 0,03 | 850 | > 10 ²⁰ | |
| PW–M | Japonsko ³ | 60 | 0,5 | 100 | > 10 ¹⁹ | |
| Vulcan | UK ⁵ | 360 | 0,7 | 500 | 5.10 ²⁰ | |
| Petawatt | Francia ⁶ | 1000 | 1 | 1000 | | K |
| P–102 | Francia ⁷ | 50 | 0,5 | 80 | > 10 ¹⁹ | |
| ELIA | Francia ⁸ | 0,01 | 0,01 | 1 | 10 ¹⁸ | |
| PHLIX | Nemecko ⁹ | 1300 | 0,42 | ~1000 | | K |
| Ti–Nd | Nemecko ¹⁰ | 10 | 0,1 | ~100 | | K |
| ATLAS | Nemecko ¹¹ | 5 | 0,1 | ~100 | | K |
| Ti | Nemecko ¹⁰ | 0,3 | 0,032 | ~10 | < 10 ¹⁹ | |
| ATLAS | Nemecko ¹¹ | 0,8 | 0,13 | ~5 | < 10 ¹⁸ | |
| Progress-P | Rusko ¹² | 55 | 1,5 | ~30 | 10 ¹⁹ | |

¹Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA
²Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM
³Institute for Laser Engineering, Osaka
⁴Advanced Photon Research Center, JAERI, Kansai Science City, Kyoto
⁵Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxfordshire
⁶Département Lasers de Puissance, CESTA de Bordeaux
⁷Centre d'Etudes de Limeil–Valenton
⁸l'Equipe Lasers Intenses et Applications, Université Bordeaux
⁹Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt
¹⁰Max–Born–Institut, Berlin
¹¹Max–Planck–Institut für Quantenoptik, Garching
¹²Naučno–issledovateľskij Institut Kompleksnych Ispytanij Optiko–elektronnych Priborov i Sistem, Sosnovyj Bor, Leningradskaaja obl.

Poznámky k tabuľkám 7.5 a 7.6

JAERI – Japan Atomic Energy Research Institute

CESTA – Centre d'Etudes Scientifiques et Techniques d'Aquitaine

FIREX – Fast Ignition Realization Experiment

CNRS – Centre National pour la Recherche Scientifique

Tabuľka 7.7: Zariadenia na inerciálne udržanie plazmy zväzkami nabitých častíc [59]. Písmeno P v stĺpci Poznámka označuje projektované zariadenie

| Názov | Krajina | Energia impulzu [kJ] | Šírka impulzu [ns] | Počet lúčov | Poznámka |
|---------------------|---------|----------------------|--------------------|-------------|----------|
| Saturn ¹ | USA | 400 | 5 | 36 | |
| PBFA-Z ² | USA | 1500 | 20 | 36 | |
| ILSE ³ | USA | 6400 | 10 | 16 | P |
| KALIF ⁴ | Nemecko | 40 | 40 | 1 | |
| HIBALL ⁵ | Nemecko | 5000 | 20 | 20 | P |
| HIDIF ⁶ | EÚ | 3000 | 6 | 48 | P |

¹Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM
²Particle Beam Fusion Accelerator, SNL, Albuquerque, NM
³Induction Linac Systems Experiment, Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley, CA
⁴Karlsruhe Light Ion Facility, Karlsruhe
⁵Kernforschungszentrum (KfK), Karlsruhe
⁶Heavy Ion Driven Ignition Facility, KfK, Karlsruhe

údajov o stavanom zariadení Mégajoule v Bordeaux na ktorom sa plánujú prvé pokusy s terčikmi zo zmesi deutéria a trícia v roku 2010. Napr. ako opticky aktívne prostredie sa používa sklo s prímiesou neodymu v celkovom množstve 125 ton. Ostatného optického skla sa použije 66 ton. Asi 2,3 tony kryštálov KDP (dihydrofosforečnan draselný), ktoré slúžia ako nelineárne prostredie na generáciu tretej harmonickej pôvodného žiarenia. Na optické čerpanie neodymového skla sa použije 12 480 kusov výbojok.

Finančné náklady na experimentálne zariadenia pre inerciálne udržanie plazmy sú porovnateľné s tokamakmi. Zariadenie NIF (National Ignition Facility) s rozmermi celej stavby 200×85 m by malo po ôsmich rokoch konštrukcie začať pracovať v roku 2004, pričom táto fáza si vyžiada 1,2 mld \$ a na 30 ročnú prevádzku sa plánuje asi 4,5 mld \$.

Na záver si možno položiť otázku: ktorý smer udržania plazmy bude výhodnejší pri riešení priemyslového reaktora na výrobu elektrickej energie. V súčasnosti sa zdá, že magnetické udržanie plazmy v tokamakoch je najbližšie k realizácii pokusného zariadenia na produkciu elektrickej energie z riadenej termonukleárnej syntézy. Ostáva tu však technologický problém materiálov na stenu reaktora, ktoré by boli dlhodobodolné proti žiareniu neutrónov. Steny reaktora sú totiž vystavené silným neutrónovým tokom pri teplotách nad 400 °C, čo spôsobuje krehnutie a zmenu štruktúry známych materiálov. Okrem toho nastáva silná erózia steny rozprašovaním materiálu pri dopade elektrónov a iónov z plazmy ich difúziou kolmo na magnetické plochy. Nepriaznivo sa tiež uplatňujú toky

rýchlych neutrálnych častíc vznikajúcich výmenou náboja a toky α častíc produkovaných jadrovou reakciou. Zložitá geometria toroidálnych magnetických nádob komplikuje výmenu poškodených dielov reaktora, čím narastajú finančné náklady a nároky na ochranu pracovníkov proti ožiareniu z rádioaktivity materiálov reaktora, ktorá je indukovaná dopadom neutrónov.

Inerciálne udržanie plazmy je dnes približne na rovnakom stupni vedeckého poznania, ale technická a technologická úroveň súvisiaca s realizáciou elektrárne je výrazne odlišná. Reaktor je totiž v tomto prípade technicky a technologicky menej náročný. Má jednoduchý sférický tvar a nároky na vákuovú čistotu sú podstatne menšie. Neprítomnosť cievok na budenie magnetického poľa je výhodou po konštrukčnej i ekonomickej stránke. Predpokladá sa, že prvú stenu, zachytávajúcu neutrónový tok, by tvorila prúdiaca vrstva roztaveného lítia, ktorá by sa neustále obnovovala a odvádzala tak teplo uvoľnené z reakcie. Tým by toky neutrónov na pevnú stenu reaktora poklesli asi o jeden rád a nároky na odolnosť materiálu pevnej steny by sa podstatne znížili. Aj ich zbytková rádioaktivita by bola menšia, čo by znižovalo zasa nároky na bezpečné uloženie použitého materiálu. Treba pripomenúť, že zdroje zväzkov svetla alebo iónov pre inerciálne zariadenia majú modulárnu štruktúru, čo by sa dalo využiť aj pri realizácii komory reaktora. Modulárna štruktúra totiž významne uľahčuje vykonávanie údržby a opráv. Napríklad komory by mohli byť dve, z ktorých jedna by bola v prevádzke, zatiaľ čo na druhej by prebiehala údržba. Aj keď výskum inerciálnych systémov sa začal o desaťročie neskôr v porovnaní s magnetickým udrzaním, zariadenie NIF, s fyzikálnymi parametrami blízkymi tokamaku ITER, má byť prevádzky schopné už v roku 2004; t.j. o desaťročie skôr. U inerciálnych systémov však treba ešte vykonať mnoho práce na zdokonalení impulzných zdrojov výkonu na ohrev terčika. Menovite sa jedná o problém nízkej účinnosti a malej opakovacej frekvencie súčasných laserov.

Dodatok A

Kinetická rovnica

A.1 Všeobecný tvar

Rozdeľovacia funkcia $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, ako sme ju definovali v odseku 3.1, závisí od všetkých síl, ktoré pôsobia na častice. Pôsobením síl sa menia rýchlosti častíc a v dôsledku pohybu častíc aj ich poloha. Pri týchto zmenách sa však musí zachovávať počet častíc, čo vedie na podmienku pre tvar rozdeľovacej funkcie. Pohyb častice a zmenu jej rýchlosti si znázorníme pohybom bodu v šesťrozmernom fázovom priestore, ktorého poloha je daná usporiadanou šesticou čísel, z ktorých prvé tri sú zviazané s polohovým vektorom častice \mathbf{r} a ďalšie tri určujú rýchlosť častice \mathbf{v} . Tento priestor však nie je rozmerovo homogénny, čo neumožňuje definovať vzdialenosti bodov v priestore. Rozmerovú nehomogenitu fázového priestoru odstránime bezrozmernými súradnicami

$$\xi_1 = \frac{x}{[x]}; \quad \xi_2 = \frac{y}{[y]}; \quad \xi_3 = \frac{z}{[z]}; \quad \xi_4 = \frac{v_x}{[v_x]}; \quad \xi_5 = \frac{v_y}{[v_y]}; \quad \xi_6 = \frac{v_z}{[v_z]}, \quad (\text{A.1})$$

kde symbol $[a]$ označuje rozmer veličiny a . Súradnice ξ_i predstavujú zložky šesťrozmerného vektora $\boldsymbol{\xi}$. Označme $1/\alpha = [x] = [y] = [z]$; $1/\beta = [v_x] = [v_y] = [v_z]$, potom

$$\boldsymbol{\xi} = (\alpha\mathbf{r}, \beta\mathbf{v}) = \alpha\mathbf{r} + \beta\mathbf{v}.$$

Rozdeľovaciu funkciu pretransformujeme do nových premenných ξ_i nasledovne: vyjadríme počet častíc dN v elemente $d\Omega dC$

$$dN = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\Omega dC = f(x, y, z, v_x, v_y, v_z, t) dx dy dz dv_x dv_y dv_z$$

a pomocou Jacobiho determinantu prislúchajúcej transformácii (A.1) zavedieme objemový element šesťrozmerného fázového priestoru $d\Gamma = d\xi_1 \dots d\xi_6$

$$dN = f\left(\frac{\xi_1}{\alpha}, \frac{\xi_2}{\alpha}, \frac{\xi_3}{\alpha}, \frac{\xi_4}{\beta}, \frac{\xi_5}{\beta}, \frac{\xi_6}{\beta}, t\right) \left| \frac{\partial(x, y, z, v_x, v_y, v_z)}{\partial(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6)} \right| d\xi_1 \dots d\xi_6.$$

Hodnota Jacobiho determinantu je $1/\alpha^3\beta^3$. Ak zavedieme rozdeľovaciu funkciu v šesťrozmernom fázovom priestore $\psi(\boldsymbol{\xi}, t)$, dostaneme

$$dN = \psi(\boldsymbol{\xi}, t) d\xi_1 \dots d\xi_6 = \psi(\boldsymbol{\xi}, t) d\Gamma,$$

pričom medzi funkciami f a ψ platí nasledujúci vzťah

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \alpha^3 \beta^3 \psi(\alpha \mathbf{r} + \beta \mathbf{v}, t). \quad (\text{A.2})$$

Pohyb častice je reprezentovaný pohybom fázového bodu s polohovým vektorom ξ . Zvoľme si teraz vo fázovom priestore ľubovoľný objem Γ_0 . V ňom je

$$N = \int_{\Gamma_0} \psi(\xi, t) d\Gamma$$

častíc. Jednou z príčin zmeny počtu fázových bodov N je ich výtok cez povrch Φ_0 , ktorý ohraničuje objem Γ_0 . Výtok je spôsobený pohybom častíc a zmenou ich rýchlostí pod vplyvom vonkajších síl a možno ho vyjadriť pomocou koncentrácie fázových bodov na ploche Φ_0 v tvare

$$\int_{\Phi_0} \mathbf{u} \psi(\xi, t) \cdot d\Phi,$$

kde $d\Phi$ je orientovaný element povrchu vo fázovom priestore a \mathbf{u} je šesťrozmerná rýchlosť pohybu fázových bodov pod vplyvom vonkajších síl:

$$\mathbf{u} = \frac{d\xi}{dt} = \left(\alpha \mathbf{v}, \beta \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right).$$

Takto sa ale nedá napísať zmena počtu fázových bodov v objeme Γ_0 pochádzajúca od vzájomného silového pôsobenia medzi časticami, t.j. od zrážok. Počas zrážok sa totiž rýchlosť fázového bodu mení skokom o veľkú hodnotu. Preto zrážkou môže uniknúť z objemu aj častica, ktorej prislúcha fázový bod ležiaci ďaleko od plochy Φ_0 . Vplyv zrážok teda treba vypočítať iným spôsobom a zmenu počtu fázových bodov v objeme Γ_0 vplyvom zrážok medzi časticami vyjadríme zatiaľ formálne ako integrál

$$\int_{\Gamma_0} \frac{\delta\psi}{\delta t} d\Gamma,$$

kde $\delta\psi/\delta t$ charakterizuje zmenu ψ od vzájomného pôsobenia častíc. Sem zahrnieme aj vznik (ionizácia) alebo zánik častíc (rekombinácia) v objeme.

Zo zachovania počtu fázových bodov (častíc) vyplýva

$$\frac{dN}{dt} = \int_{\Gamma_0} \frac{\partial\psi}{\partial t} d\Gamma = - \int_{\Phi_0} \mathbf{u} \psi \cdot d\Phi + \int_{\Gamma_0} \frac{\delta\psi}{\delta t} d\Gamma.$$

Úpravou plošného integrálu pomocou Gaussovej vety dostaneme

$$\int_{\Gamma_0} \left[\frac{\partial\psi}{\partial t} + \nabla_6 \cdot (\mathbf{u}\psi) - \frac{\delta\psi}{\delta t} \right] d\Gamma = 0,$$

kde

$$\nabla_6 = \left(\frac{\partial}{\partial \xi_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \xi_6} \right)$$

je nabla operátor v šesťrozmernom fázovom priestore, ktorý môžeme vyjadriť pomocou nabla operátora v konfiguračnom priestore ∇ a nabla operátora v rýchlostnom priestore ∇_v nasledovne

$$\nabla_6 = \left(\frac{1}{\alpha} \nabla, \frac{1}{\beta} \nabla_v \right).$$

Ak uvážime, že Γ_0 je ľubovoľný objem, integrál sa rovná nule iba ak aj integrand je nulový. Takto dostaneme rovnicu kontinuity pre fázové body

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla_6 \cdot (\mathbf{u}\psi) = \frac{\delta \psi}{\delta t}.$$

Druhý člen na ľavej strane môžeme upraviť takto:

$$\nabla_6 \cdot (\mathbf{u}\psi) = \left(\frac{1}{\alpha} \nabla, \frac{1}{\beta} \nabla_v \right) \cdot \left(\alpha \mathbf{v}\psi, \beta \frac{d\mathbf{v}}{dt} \psi \right) = \nabla \cdot (\mathbf{v}\psi) + \nabla_v \cdot \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} \psi \right).$$

Ak $d\mathbf{v}/dt$ vyjadríme pomocou vonkajšej sily \mathbf{F} , v nerelativistickom prípade dostaneme výsledok

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\psi) + \nabla_v \cdot \left(\frac{\mathbf{F}}{m} \psi \right) = \frac{\delta \psi}{\delta t},$$

pričom m je hmotnosť častíc. Pomocou (A.2) dostaneme konečný tvar **kinetickej rovnice** pre i -ty druh častíc plazmy (index i z dôvodov prehľadnosti sme nepísali)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}f) + \nabla_v \cdot \left(\frac{\mathbf{F}}{m} f \right) = \frac{\delta f}{\delta t}, \quad (\text{A.3})$$

V literatúre sa často stretávame s modifikovaným tvarom kinetickej rovnice

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_v f = \frac{\delta f}{\delta t},$$

ktorý je správny len ak $\nabla_v \cdot \mathbf{F} = 0$. Túto podmienku okrem síl, ktoré explicitne nezávisia od rýchlosti, spĺňa aj Lorentzova sila $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, preto modifikovaný tvar kinetickej rovnice je použiteľný aj na plazmu v magnetickom poli.

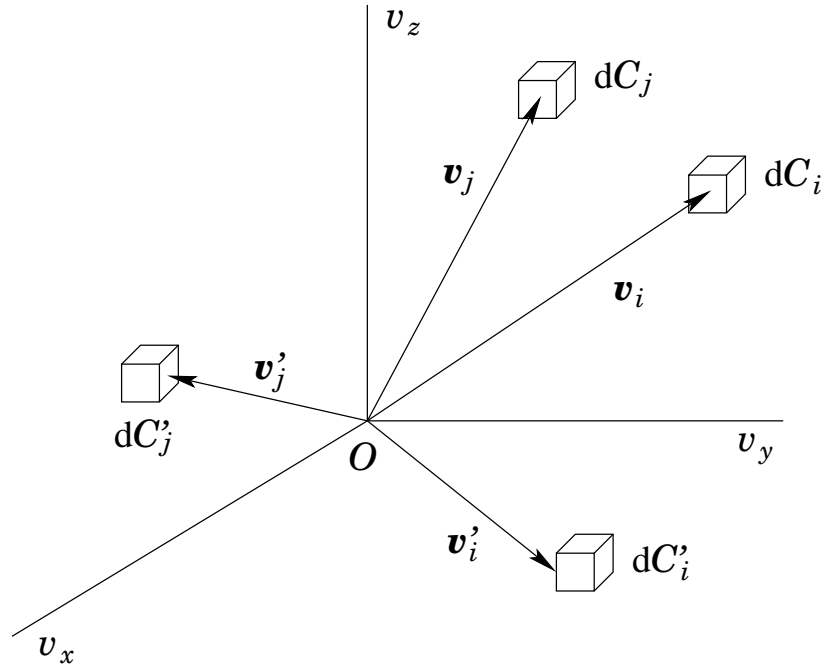
A.2 Zrážkový integrál

Člen na pravej strane kinetickej rovnice sme formálne zaviedli na opísanie silového pôsobenia medzi časticami počas zrážok pružných i nepružných (t.j. keď častice zanikali alebo vznikali). Teraz sa budeme zaoberať jeho tvarom pri pružných binárnych zrážkach. Budeme skúmať ako sa zmení rozdeľovacia funkcia f_i pre častice i -teho druhu, keď sa zrážajú s časticami j -teho druhu. Predpokladáme, že zrážka má **binárny charakter** – ostatné častice plazmy, okrem dvoch interagujúcich, nemajú vplyv na priebeh zrážky. Zrážky budeme sledovať vo zvolenom objemovom elemente $d\Omega$, pričom sa budeme zaujímať o zmenu počtu častíc i -teho druhu s rýchlosťami ležiacimi v elemente rýchlostného

priestoru dC_i v dôsledku zrážok s časticami j -teho druhu. Formálne túto zmenu zapíšeme v tvare

$$\left(\frac{\delta f_i}{\delta t}\right)_j dC_i d\Omega.$$

Výberom rýchlostného elementu dC_i sme už vlastne zvolili rýchlosť častice o veľkosti \mathbf{v}_i (obr. A.1), ktorá sa zrazí s časticou j -teho druhu v elemente objemu $d\Omega$ s rýchlosťou \mathbf{v}_j . Táto zrážka spôsobí úbytok častíc i -teho druhu v elemente dC_i , ktorý vypočítame pomo-



Obr. A.1: Schématické zobrazenie rýchlostí častíc i -teho a j -teho druhu pred a po binárnej zrážke v rýchlostnom priestore

cou diferenciálneho zrážkového prierezu $d\sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) = \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij})d\omega$, kde $d\omega$ je element priestorového uhla¹, do ktorého letí i -ta častica po zrážke a $g_{ij} = |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j|$ je absolútna hodnota relatívnej rýchlosti zrážajúcich sa častíc. Označme $dN_j = f_j(\mathbf{v}_j)dC_j d\Omega$ počet častíc j -teho druhu v elemente objemu $d\Omega$ s rýchlosťou z dC_j a $dj_i = g_{ij}f_i(\mathbf{v}_i)dC_i$ hustotu toku častíc i -teho druhu s rýchlosťami v elemente dC_i (premenné \mathbf{r} a t explicitne nepíšeme, lebo zrážka sa odohráva v rovnakom mieste i čase). Potom počet častíc i -teho druhu za jednotku času, ktoré po zrážke letia do priestorového uhla $d\omega$, je

$$dj_i dN_j \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij})d\omega.$$

Celkový počet častíc i -teho druhu, ktoré opustia element dC_i za jednotku času v dôsledku pružných zrážok s j -tymi časticami, dostaneme integráciou cez všetky možné rých-

¹ $d\omega = \cos\vartheta d\vartheta d\phi$, kde ϑ je uhol rozptylu i -tej častice po zrážke a ϕ je azimutálny uhol.

losti \mathbf{v}_j a uhly rozptylu ω

$$dA_{ij}^- = dC_i d\Omega \int_{4\pi} d\omega \int_{C_j} f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_j.$$

Číslo 4π charakterizuje integráciu podľa ω cez celý priestorový uhol.

Prírastok počtu častíc v elemente rýchlostného priestoru dC_i dostaneme sčítaním všetkých príspevkov od zrážok, keď rýchlosť po zrážke nadobúda hodnotu \mathbf{v}_i . Treba teda určiť aké musia byť rýchlosti častíc pred zrážkou, aby po nej i -ta častica práve nadobudla rýchlosť priradenú elementu dC_i . Vzájomná väzba medzi rýchlosťami častíc znázornenými na obr. A.1 pred zrážkou a po zrážke vzniká zákonmi zachovania pre pružné zrážky. Zo zákona zachovania momentu hybnosti vyplýva, že pohyb častíc pred zrážkou i po nej sa deje v rovine. Tým sa znižuje počet stupňov volnosti pre rýchlosti po zrážke, takže treba určiť štyri neznáme veličiny – zložky rýchlostí \mathbf{v}'_i a \mathbf{v}'_j – pomocou zákonov zachovania hybnosti a energie

$$m_i \mathbf{v}_i + m_j \mathbf{v}_j = m_i \mathbf{v}'_i + m_j \mathbf{v}'_j \quad (\text{A.4})$$

$$m_i v_i^2 + m_j v_j^2 = m_i v_i'^2 + m_j v_j'^2. \quad (\text{A.5})$$

V rovinnej geometrii posledné rovnice predstavujú systém troch skalárnych rovníc, čo je na určenie štyroch neznámych veličín nedostačujúce. Ak však doplníme údaj o uhle rozptylu ϑ , tak úloha určenia rýchlostí po zrážke sa stáva jednoznačnou. Symetria zákonov zachovania umožňuje úlohu aj obrátiť: určiť rýchlosti častíc pred zrážkou tak, aby po zrážke rýchlosť i -tej častice smerovala do elementu dC_i . Ak teda rýchlosti \mathbf{v}'_i a \mathbf{v}'_j na obr. A.1 predstavujú stav po zrážke s uhlom rozptylu ϑ , keď rýchlosti pred zrážkou boli \mathbf{v}_i a \mathbf{v}_j , tak inverziou pohybu (tzv. inverzná zrážka) môžeme zabezpečiť časticiam i -teho druhu vstup do elementu dC_i . Celkový prírastok častíc i -teho druhu v elemente dC_i za jednotku času získame integráciou cez všetky možné rýchlosti \mathbf{v}'_j a cez všetky uhly rozptylu

$$dA_{ij}^+ = dC'_i d\Omega \int_{4\pi} d\omega \int_{C'_j} f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) g'_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g'_{ij}) dC'_j.$$

Ak uvážime, že v ťažiskovom súradnom systéme sú absolútne hodnoty rýchlosti zrážajúcej sa častice pred a po zrážke rovnaké, tak platí $g'_{ij} = g_{ij}$. Medzi elementami rýchlostného priestoru platí vzťah

$$dC'_i dC'_j = |J| dC_i dC_j,$$

kde J je Jacobiho determinant transformácie (funkcionálny determinant), ktorú reprezentujú už spomínané tri zákony zachovania. Zo symetrie týchto zákonov vyplýva, že ak navzájom zameníme čiarkované a nečiarkované rýchlosti, tak príslušné rovnice sa nezmenia. Preto $|J'| = |J|$, kde J' je Jacobiho determinant inverznej transformácie. Všeobecne ale platí $JJ' = 1$, takže $|J| = 1$, čo poskytne dôležitý vzťah

$$dC'_i dC'_j = dC_i dC_j. \quad (\text{A.6})$$

Potom pre celkovú rýchlosť zmeny počtu častíc i -teho druhu dostaneme

$$\left(\frac{\delta f_i}{\delta t}\right)_j dC_i d\Omega = dA_{ij}^+ - dA_{ij}^-.$$

Ak dosadíme za dA_{ij}^- a dA_{ij}^+ predchádzajúce výrazy, pre zmenu rozdeľovacej funkcie v dôsledku pružných zrážok častíc i -teho druhu s časticami j -teho druhu dostaneme

$$\left(\frac{\delta f_i}{\delta t}\right)_j = \int_{4\pi} d\omega \int_{C_j} [f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) - f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j)] g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_j. \quad (\text{A.7})$$

Počas integrácie sa vektory \mathbf{v}'_i a \mathbf{v}'_j určujú z rýchlostí \mathbf{v}_i a \mathbf{v}_j pre zadaný priestorový uhol ω pomocou zákonov zachovania (A.4) a (A.5), tak ako sme to spomínali v súvislosti s obr. A.1. Kinetickú rovnicu, ktorej pravá strana má tvar (A.7), nazývame **Boltzmannova kinetická rovnica**. Z matematického hľadiska sa jedná o integro-diferenciálnu rovnicu.

Ak častíc j -teho druhu je viac typov, tak výsledný zrážkový člen dostaneme sčítaním príspevkov od každého typu častíc:

$$\left(\frac{\delta f_i}{\delta t}\right) = \sum_j \int_{4\pi} d\omega \int_{C_j} [f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) - f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j)] g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_j. \quad (\text{A.8})$$

Vo všeobecnosti, pri sčítavaní sa uvažuje aj prípad keď $j = i$, čo je aktuálne napríklad pri riešení difúzie nenabitých častíc v mnohozložkových zmesiach. V plazme však tento prípad opisuje zrážky medzi nabitými časticami (elektrón-elektrón a ión-ión), ktoré ale už nemajú len binárny charakter. Dôležitejšími sa totiž stávajú mnohonásobné Coulombove zrážky, keď na vybranú nabitú časticu pôsobí súčasne elektrické pole viacerých nabitých častíc. V takom prípade na opis situácie môže byť vhodnou Fokkerova-Planckova rovnica.

A.3 Rovnice pre stredné hodnoty

Stredné hodnoty fyzikálnych veličín v plazme obvykle predstavujú makroskopické prejavy veličín zviazaných s časticami plazmy. Ako najznámejšie prípady možno uviesť rovnicu kontinuity a rovnicu pre prenos hybnosti, s ktorými sme sa už stretli v predchádzajúcich kapitolách. Práve kinetická rovnica poskytuje exaktný prostriedok na odvodenie rovníc pre stredné hodnoty.

Označme ako Φ ľubovoľnú fyzikálnu veličinu zviazanú so stavom častice i -teho druhu. Môže to byť napr. rýchlosť, kinetická energia, tok hybnosti častice a pod. Vo všeobecnosti Φ je tenzor a môže byť funkciou \mathbf{r} , \mathbf{v} a t . Potenciálne možný tenzorový charakter veličiny Φ nás núti k opatrnému používaniu komutatívneho zákona, i keď je to aktuálne až pri ráde tenzora vyššom ako jedna. Násobme kinetickú rovnicu pre častice i -teho druhu zľava veličinou Φ a vykonajme integráciu cez celý rýchlostný priestor. Potom postupnou úpravou jednotlivých členov dostaneme:

$$\int_C \Phi \frac{\partial f}{\partial t} dC = \frac{\partial}{\partial t} \int_C \Phi f dC - \int_C \frac{\partial \Phi}{\partial t} f dC = \frac{\partial n \langle \Phi \rangle}{\partial t} - n \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\rangle$$

$$\begin{aligned}
\int_C \Phi \nabla \cdot (\mathbf{v}f) dC &= \nabla \cdot \int_C \mathbf{v}\Phi f dC - \int_C \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi f dC = \nabla \cdot (n\langle \mathbf{v}\Phi \rangle) - n\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi \rangle \\
\int_C \Phi \nabla_v \cdot (\mathbf{a}f) dC &= \int_{S(C)} \mathbf{a}\Phi f \cdot d\mathbf{S} - \int_C \mathbf{a} \cdot \nabla_v \Phi f dC = -n\langle \mathbf{a} \cdot \nabla_v \Phi \rangle \\
\int_C \Phi \frac{\delta f}{\delta t} dC &= \int_C \Phi \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)^{(el)} dC + \int_C \Phi \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)^{(inel)} dC.
\end{aligned}$$

Zaviedli sme koncentráciu častíc $n = \int_C f dC$ a zrýchlenie $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$. Pri vektorových operáciách sme použili vzťah $\nabla \cdot (\mathbf{u}\Phi) = \Phi \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Phi$, pričom \mathbf{u} je vektor. Pomocou Gaussovej vety sme upravili objemový integrál cez celý rýchlostný priestor C na plošný integrál cez uzavretú plochu S , ktorá ohraničuje priestor C . Hodnota plošného integrálu je nulová, pretože výskyt nekonečne veľkých rýchlostí je nulový, takže

$$\lim_{|\mathbf{v}| \rightarrow \infty} \mathbf{a}\Phi f(\mathbf{v}) \rightarrow 0.$$

V poslednom riadku sme zrážky častíc rozdelili na pružné (index „el“) a na nepružné (index „inel“). Ak tieto parciálne výsledky zosumarizujeme, dostaneme

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n\langle \Phi \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (n\langle \mathbf{v}\Phi \rangle) &= n \left[\left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\rangle + \langle \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi \rangle + \langle \mathbf{a} \cdot \nabla_v \Phi \rangle \right] + \\
&+ \int_C \Phi \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)^{(el)} dC + \int_C \Phi \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)^{(inel)} dC. \quad (\text{A.9})
\end{aligned}$$

Teraz upravíme integrál pre pružné binárne zrážky častíc i -teho druhu s časticami j -teho druhu:

$$\begin{aligned}
\int_C \Phi \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)^{(el)} dC &= \int_{C_i} \Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}_i, t) \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i = \\
&= \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} \Phi_i(\mathbf{v}_i) [f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) - f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j)] g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j = \\
&= \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} \Phi_i(\mathbf{v}_i) f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j - \\
&- \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} \Phi_i(\mathbf{v}_i) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j.
\end{aligned}$$

Integrál v predposlednom riadku počítame cez všetky možné zrážkové parametre a cez všetky možné rýchlosti \mathbf{v}_i a \mathbf{v}_j . K rovnakému výsledku dospejeme, ak výpočty urobíme pre inverzné zrážky, čo dosiahneme zámenou čiarkovaných s nečiarkovanými rýchlosťami

$$\int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} \Phi_i(\mathbf{v}_i) f_i(\mathbf{v}'_i) f_j(\mathbf{v}'_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{4\pi} d\omega \int_{C'_i} \int_{C'_j} \Phi_i(\mathbf{v}'_i) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g'_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g'_{ij}) dC'_i dC'_j = \\
&= \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} \Phi_i(\mathbf{v}'_i) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j.
\end{aligned}$$

Pri úprave sme využili aj rovnosť $g'_{ij} = g_{ij}$ a vzťah (A.6). Nakoniec dostaneme

$$\int_{C_i} \Phi_i(\mathbf{v}_i) \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i = \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} [\Phi_i(\mathbf{v}'_i) - \Phi_i(\mathbf{v}_i)] f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j. \quad (\text{A.10})$$

Využitie rovníc pre stredné hodnoty si ukážeme na dvoch príkladoch: prvým bude rovnica kontinuity a druhým rovnica pre prenos hybnosti.

A.3.1 Rovnica kontinuity

Ak dosadíme v rovnici (A.9) $\Phi = 1$, dostaneme známy tvar rovnice kontinuity

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \langle \mathbf{v}_i \rangle) = \int_C \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i + \int_C \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(inel)} dC_i$$

Podľa (A.10) člen pre pružné zrážky na pravej strane rovnice je nulový a $\langle \mathbf{v}_i \rangle = \mathbf{V}_i$ je driftová rýchlosť častíc i -teho druhu. Člen pre nepružné zrážky sčítava zmeny počtu častíc so všetkými rýchlosťami, čo sa nakoniec rovná zmene počtu častíc v jednotke objemu za jednotku času, ako sme sa už oboznámili v predchádzajúcich kapitolách. Takto dostaneme známy tvar rovnice kontinuity pre častice i -teho druhu

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) = \frac{\delta n_i}{\delta t}.$$

A.3.2 Rovnica pre prenos hybnosti

V tomto prípade hľadáme makroskopický prejav rýchlosti častice i -teho druhu \mathbf{v}_i alebo jej hybnosti $m_i \mathbf{v}_i$. Zvolíme si teda $\Phi_i = \mathbf{v}_i$ a po dosadení do rovnice (A.9) ostanú iba nasledujúce nenulové členy

$$\frac{\partial n_i \langle \mathbf{v}_i \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \langle \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i \rangle) = n_i \langle \mathbf{a}_i \cdot \nabla_v \mathbf{v}_i \rangle + \int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i + \int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(inel)} dC_i. \quad (\text{A.11})$$

Pri ďalších úpravách zavedieme nasledujúce veličiny. Zrýchlenie vyjadríme pomocou sily od vonkajších polí $\mathbf{a}_i = \mathbf{F}_i/m_i$ a ako v predchádzajúcom odseku budeme používať driftovú rýchlosť $\mathbf{V}_i = \langle \mathbf{v}_i \rangle$. Ďalej, podobne, ako v odseku 3.5 rozložíme rýchlosť častice na driftovú a chaotickú rýchlosť $\mathbf{v}_i = \mathbf{V}_i + \mathbf{c}_i$ a následne zavedieme tenzor tlaku $\mathbf{P} = m_i n_i \langle \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i \rangle$. Pretože \mathbf{v}_i je polohovým vektorom v rýchlostnom priestore, platí $\nabla_v \mathbf{v}_i = \mathbf{I}$,

kde \mathbf{I} je jednotkový tenzor druhého rádu. Ešte si pripomenieme medzivýsledok, s ktorým sme sa už stretli v odseku 3.5

$$\frac{\partial n_i \mathbf{V}_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i) = n_i \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + n_i \mathbf{V}_i \cdot \nabla \mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i \frac{\delta n_i}{\delta t},$$

pričom pri úprave sme použili aj rovnicu kontinuity.

Teraz sa zameriame na úpravu člena pre pružné zrážky. Pomocou (A.10) tento člen sa dá napísať

$$\int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i = \int_{4\pi} d\omega \int_{C_i} \int_{C_j} (\mathbf{v}'_i - \mathbf{v}_i) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) dC_i dC_j.$$

V integráli na pravej strane rovnice súčin $f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j)$ nezávisí od rozptylového uhla a preto môžeme ho dať pred integrál podľa $d\omega$. Vďaka tomu sa môžeme najprv venovať integrálu

$$\int_{4\pi} (\mathbf{v}'_i - \mathbf{v}_i) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) d\omega.$$

Doteraz sme zrážky častíc opisovali v laboratórnom systéme súradníc. Na ďalšie výpočty bude užitočné prejsť do systému spojeného s ťažiskom zrážajúcich sa častíc (ťažiskový súradnicový systém). Medzi príslušnými diferenciálnymi prierezmi platí vzťah [20]

$$\sigma_{ij}^{(T)}(\Theta, \phi) d\omega_T = \sigma_{ij}^{(0)}(\vartheta, \phi) d\omega,$$

pričom Θ je rozptylový uhol a $d\omega_T$ je element priestorového uhla v systéme ťažiska. Azimutálny uhol ϕ je spoločný (určuje orientáciu roviny, v ktorej ležia dráhy zrážajúcich sa častíc).

Rozdiel medzi rýchlosťami i -tej častice pred a po zrážke sa dá upraviť s využitím poznatkov v sekcii 3.4.1 nasledovne

$$\mathbf{v}'_i - \mathbf{v}_i = \mathbf{w}'_i - \mathbf{w}_i = \frac{m_j}{m_i + m_j} (\mathbf{g}'_{ij} - \mathbf{g}_{ij}) = \frac{m_j}{m_i + m_j} g_{ij} (\boldsymbol{\varepsilon}'_i - \boldsymbol{\varepsilon}_i),$$

pričom sme zaviedli jednotkové vektory $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{w}_i/w_i$ a $\boldsymbol{\varepsilon}'_i = \mathbf{w}'_i/w_i$. Pre ich skalárny súčin zrejme platí $\boldsymbol{\varepsilon}'_i \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_i = \cos \Theta$. Vytvoríme nový vektor $\boldsymbol{\varepsilon}'_{\perp i} = \boldsymbol{\varepsilon}'_i - \boldsymbol{\varepsilon}_i \cos \Theta$, ktorý je kolmý na smer pohybu častice pred zrážkou $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ a je funkciou uhlov Θ a ϕ . Potom zrejme platí

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_i - \boldsymbol{\varepsilon}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_i (\cos \Theta - 1) + \boldsymbol{\varepsilon}'_{\perp i}(\Theta, \phi).$$

Ak teraz zosumarizujeme všetky vzťahy, možno pôvodný integrál upraviť

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} (\mathbf{v}'_i - \mathbf{v}_i) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) d\omega &= \frac{m_j}{m_i + m_j} \boldsymbol{\varepsilon}_i g_{ij}^2 \int_{4\pi} (\cos \Theta - 1) \sigma_{ij}^{(T)}(\omega_T, g_{ij}) d\omega_T + \\ &+ \frac{m_j}{m_i + m_j} g_{ij}^2 \int_0^\pi \sin \Theta d\Theta \int_0^{2\pi} \sigma_{ij}^{(T)}(\Theta, \phi, g_{ij}) \boldsymbol{\varepsilon}'_{\perp i}(\Theta, \phi) d\phi. \end{aligned}$$

Pre symetrické interakčné potenciály, účinný prierez pre pružné zrážky $\sigma_{ij}^{(T)}$ nezávisí od azimutálneho uhla ϕ . Následne aj orientácia vektora $\boldsymbol{\varepsilon}'_{\perp i}$ je symetricky rozložená – od uhla ϕ závisí orientácia, ale nie absolútna hodnota vektora $\boldsymbol{\varepsilon}'_{\perp i}$. Potom posledný integrál podľa ϕ je nulový. Použitím tohoto faktu dostaneme

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} (\mathbf{v}'_i - \mathbf{v}_i) g_{ij} \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, g_{ij}) d\omega &= -\frac{m_j}{m_i + m_j} \mathbf{g}_{ij} g_{ij} \int_{4\pi} (1 - \cos \Theta) \sigma_{ij}^{(T)}(\omega_T, g_{ij}) d\omega_T = \\ &= -\frac{m_j}{m_i + m_j} \mathbf{g}_{ij} g_{ij} \sigma_{ij}(g_{ij}) = -\frac{1}{n_j} \frac{m_j}{m_i + m_j} \mathbf{g}_{ij} \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) = -\frac{1}{n_j} \frac{m_j}{m_i + m_j} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}). \end{aligned}$$

Počas úprav sme zaviedli prierez pre prenos hybnosti² počas zrážok častíc i -teho s časticami j -teho druhu

$$\sigma_{ij}(g_{ij}) = \int_{4\pi} (1 - \cos \Theta) \sigma_{ij}^{(T)}(\omega_T, g_{ij}) d\omega_T$$

a zrážkovú frekvenciu pre prenos hybnosti pri zrážkach častíc i -teho a j -teho druhu (vzťahuje sa na ťažiskový súradnicový systém)

$$\nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) = g_{ij} \sigma_{ij}(g_{ij}) n_j.$$

S využitím nových označení môžeme zrážkový člen pre pružné zrážky napísať v tvare

$$\begin{aligned} \int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i &= -\frac{1}{n_j} \frac{m_j}{m_i + m_j} \int_{C_i} \int_{C_j} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j = \\ &= \frac{1}{n_j} \frac{m_j}{m_i + m_j} \left[\int_{C_i} \int_{C_j} \mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j - \int_{C_i} \int_{C_j} \mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j \right]. \end{aligned}$$

Integrály uvedené v poslednom riadku reprezentujú stredné hodnoty súčinov $\mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij})$ a $\mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij})$ ustrednené cez rýchlosti obidvoch druhov častíc (relatívna rýchlosť g_{ij} závisí od obidvoch rýchlostí \mathbf{v}_i i \mathbf{v}_j). Ak využijeme nasledujúci vzťah

$$n_i n_j = \int_{C_i} \int_{C_j} f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j,$$

dostaneme

$$\begin{aligned} \int_{C_i} \int_{C_j} \mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j &= n_i n_j \langle \mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j} \\ \int_{C_i} \int_{C_j} \mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)}(g_{ij}) f_i(\mathbf{v}_i) f_j(\mathbf{v}_j) dC_i dC_j &= n_i n_j \langle \mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j}, \end{aligned}$$

pričom symbolom $\langle \rangle_{\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j}$ označujeme strednú hodnotu počítanú súčasne cez rýchlosti podľa oboch rozdeľovacích funkcií pre častice i -teho a j -teho druhu. Takto zrážkový člen

²V literatúre sa označuje aj ako difúzny prierez.

pre pružné zrážky môžeme symbolicky napísať v tvare

$$\int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i = -n_i \frac{m_j}{m_i + m_j} \left[\langle \mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{v_i, v_j} - \langle \mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{v_i, v_j} \right].$$

Analýzu posledného výsledku vykonáme analogicky ako v prípade rovnice (3.21). Predpokladajme, že interakcia medzi časticami i -teho a j -teho druhu je daná polarizačnými silami (tzv. Maxwelllove molekuly). Vtedy súčin $g_{ij}\sigma_{ij}(g_{ij})$ nezávisí od relatívnej rýchlosti častíc a zrážková frekvencia $\nu_{ij}^{(T)}$ je tiež konštantná. Potom

$$\int_{C_i} \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_j^{(el)} dC_i = -n_i \frac{m_j}{m_i + m_j} \nu_{ij}^{(T)} (\langle \mathbf{v}_i \rangle_{v_i, v_j} - \langle \mathbf{v}_j \rangle_{v_i, v_j}) = -n_i \frac{m_j}{m_i + m_j} \nu_{ij}^{(T)} (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j).$$

Ak tento zápis formálne ponecháme aj v prípade iných interakčných síl, tak tým definujeme efektívnu zrážkovú frekvenciu ν_{ij}

$$\nu_{ij} (\langle \mathbf{v}_i \rangle_{v_i, v_j} - \langle \mathbf{v}_j \rangle_{v_i, v_j}) = \langle \mathbf{v}_i \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{v_i, v_j} - \langle \mathbf{v}_j \nu_{ij}^{(T)} \rangle_{v_i, v_j},$$

ktorá už nie je konštantná, ale sa mení s rozdeľovacou funkciou zrážajúcich sa častíc pri zmene síl od vonkajších polí. Ak by sme poznali príslušné rozdeľovacie funkcie, tak by sme ju podľa tohoto vzťahu aj vedeli vypočítať. V praxi však uprednostňujeme jej výpočet z nameraných hodnôt pohyblivosti použitím vzťahu (3.30) (v tomto prípade index i reprezentuje nabitú časticu a index j molekuly plynu).

Ešte ostáva člen pre nepružné zrážky, ktorý môže mať mnoho rôznych interpretácií, v závislosti od chemického zloženia plazmy a od prebiehajúcich procesov. Pre názornosť sa preto obmedzíme iba na základné procesy tvorby nabitých častíc ionizáciou molekúl plynu a na objemové procesy zániku nabitých častíc ich vzájomnou rekombináciou. Formálne rozdelíme člen pre zmenu rozdeľovacej funkcie v dôsledku nepružných zrážok na dve časti: časť pri ktorej častice vznikajú (index (+)) a časť opisujúcu zánik častíc (index (-))

$$\left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(inel)} = \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(+)} - \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(-)}.$$

Integráciou cez všetky možné rýchlosti častíc i -teho druhu dostaneme

$$\frac{\delta n_i}{\delta t} = \int_{C_i} \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(inel)} dC_i = \int_{C_i} \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(+)} dC_i - \int_{C_i} \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(-)} dC_i = \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(+)} - \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(-)},$$

čím sme rozdelili člen pre produkciu častíc na pravej strane rovnice kontinuity na dve časti opisujúce tvorbu a zánik častíc.

Teraz budeme predpokladať, že index i opisuje jeden z druhov nabitých častíc a index j plyn v ktorom sa nabitú časticu pohybujú. Počas ionizácie nárazom elektrónu sa atómu alebo molekule odovzdáva iba veľmi malá hybnosť. Preto kinetické energie vznikajúcich iónov sú prakticky rovnaké ako u pôvodných molekúl. U vznikajúcich elektrónov

je situácia iná, pretože tie preberajú časť kinetickej energie od primárnych elektrónov. Vzhľadom na izotropný tvar rozdeľovacej funkcie primárnych elektrónov³, predpokladáme izotropiu aj u vznikajúcich elektrónov. Ešte treba spomenúť špeciálny prípad disociatívnej ionizácie molekúl, keď ionizovaný atóm nadobúda veľkú energiu vďaka prechodu na odpudivé vibračné stavy (analógia disociácie molekúl excitáciou elektrónových stavov, pozri obr. 7.7). Aj tu je však oprávnený predpoklad izotropnej rozdeľovacej funkcie pre rýchlosti vznikajúcich iónov. Vďaka izotropnému charakteru rozdeľovacích funkcií, ktoré prislúchajú vznikajúcim nabitým časticiam, výsledná prenášaná hybnosť je zanedbateľne malá, ak molekuly plynu majú nulovú driftovú rýchlosť. Ak však neutrálny plyn prúdi rýchlosťou \mathbf{V}_j , tak prenesenú hybnosť za jednotku času v jednotke objemu môžeme aproximovať výrazom

$$m_i \mathbf{V}_j \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(+)}.$$

Počas rekombinácie nabitých častíc sa ich stredná hybnosť $m_i \mathbf{V}_i$ stráca. Preto pri rekombinácii pozorujeme úbytok hybnosti za jednotku času v jednotke objemu

$$m_i \mathbf{V}_i \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(-)}.$$

Člen pre nepružné zrážky potom nadobudne konečný tvar

$$\int_{C_i} m_i \mathbf{v}_i \left(\frac{\delta f_i}{\delta t} \right)^{(inel)} dC_i = m_i \mathbf{V}_j \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(+)} - m_i \mathbf{V}_i \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(-)}.$$

Ak teraz všetky upravené členy dosadíme do pôvodnej rovnice (A.11) a výslednú rovnicu celú vynásobíme podielom m_i/n_i , dostaneme po jednoduchých úpravách konečný tvar rovnice pre prenos hybnosti

$$m_i \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + m_i \mathbf{V}_i \cdot \nabla \mathbf{V}_i = \langle \mathbf{F}_i \rangle - \frac{1}{n_i} \nabla \cdot \mathbf{P}_i - m_{ij} \nu_{ij} (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j) - \frac{m_i}{n_i} \left(\frac{\delta n_i}{\delta t} \right)^{(+)} (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j),$$

pričom $1/m_{ij} = (1/m_i + 1/m_j)$ je redukovaná hmotnosť častíc i -teho a j -teho druhu. Porovnaním s pôvodnou rovnicou pre prenos hybnosti (3.31) vidíme, že pre plyn, ktorý neprúdi ($\mathbf{V}_j = \mathbf{0}$) je zhoda takmer úplná. Jediný rozdiel je v poslednom člene na pravej strane rovnice, kde v pôvodnej rovnici bol člen $\delta n_i/\delta t$ v tvare ako na pravej strane rovnice kontinuity, ale teraz tam je $(\delta n_i/\delta t)^{+}$.

Analogicky možno získať aj ďalšie rovnice napr. rovnicu pre prenos energie. V tomto prípade hľadáme makroskopický prejav kinetickej energie častice i -teho druhu. Opisuje zákon zachovania energie častíc i -teho druhu. Podobným spôsobom možno získať aj ďalšie rovnice pre stredné hodnoty iných veličín. Všeobecne tieto rovnice nazývame momentami

³Toto tvrdenie je správne, ak plazma sa nenachádza v magnetickom poli. Izotropiu podstatne nenaruší ani silné elektrické pole, pretože pri zrážkach sa elektrónom významne mení iba hybnosť, ale nie kinetická energia.

kinetickej rovnice podľa rýchlosti, pričom ich číslujeme podľa mocniny rýchlosti obsiahnutej vo veličine Φ . Nultým momentom je potom rovnica kontinuity, prvým momentom rovnica pre prenos hybnosti, druhým momentom rovnica pre prenos energie a pod. Takto môžeme vytvárať aj vyššie momenty kinetickej rovnice. Problém však spočíva v tom, že momenty kinetickej rovnice nie sú nikdy kompletne, pretože počet neznámych veličín prevyšuje počet rovníc pre momenty. V rovnici kontinuity nepoznáme koncentráciu n_i a driftovú rýchlosť \mathbf{V}_i . Ak priberieme rovnicu pre prenos hybnosti, tak okrem týchto dvoch neznámych nám ešte pribudne tenzor tlaku \mathbf{P}_i . Rovnica pre prenos energie okrem týchto troch neznámych veličín zavádza štvrtú neznámu, vektor hustoty toku tepla. Je teda zrejmé, že určitá informácia sa procesom integrácie kinetickej rovnice stráca. Preto je účelné počet rovníc urezať a niektorú z neznámych veličín doplniť nejakými dodatočnými predpokladmi. Ilustráciu takého postupu si ukážeme v nasledujúcom odseku.

Dodatok B

Teória ohraničenej plazmy s uvážením zotrvačnosti nabitých častíc

Schottkyho teória sa dala použiť na opis plazmy v ohraničenom priestore (napr. v sklenej výbojke), iba ak nabité častice k stenám prenikali ambipolárnou difúziou. Pri znižovaní tlaku však sa predlžuje stredná voľná dráha nabitých častíc, čo urýchľuje ich transport na steny. V experimentoch, keď stredná voľná dráha je porovnateľná s rozmermi plazmy, sa však zistilo, že zánik častíc na stenách prebieha pomalšie než vyplýva zo Schottkyho teórie. Príčinou tohoto javu je zanedbanie zotrvačnosti nabitých častíc (menej kladných iónov) v Schottkyho teórii. Preto teraz namiesto rovníc pre ambipolárnu difúziu použijeme pohybové rovnice pre elektrónový a iónový plyn, pričom sa obmedzíme na rovinnú geometriu. Postup v cylindrickej geometrii je analogický, ale systém rovníc nemá analytické riešenie – treba použiť numerické metódy.

Podobne ako v Schottkyho teórii budeme hľadať priestorové rozloženie koncentrácie nabitých častíc v plazme, spolu s profilmi ich driftovej rýchlosti a elektrostatického potenciálu. Pritom predpokladáme, že nabité častice zanikajú len na izolovaných stenách, čiže objemovú rekombináciu nabitých častíc neuvažujeme. Postup pri riešení tohoto problému sa opiera o prácu [17]; ďalšie podrobnosti možno najstáť aj v knihe [16].

B.1 Formulácia problému

Budeme sa zaoberať plazmou v ustálenom stave, ohraničenou dvoma nekonečnými, navzájom rovnobežnými izolovanými rovinnými stenami, ako je to znázornené na obr. 4.3. Podobne ako v odseku 4.3.1, označíme ako l vzdialenosť rovín od roviny symetrie. Ustálený stav možno dosiahnuť tak, že zanikajúce častice na stenách sa neustále dopĺňujú v objeme plazmy objemovou ionizáciou účinkom elektrického výboja, čo možno opísať

rovnícami kontinuity pre elektróny a kladné ióny

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_-}{\partial t} + \nabla \cdot (n_- \mathbf{V}_-) &= \frac{\delta n_-}{\delta t} \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \nabla \cdot (n_+ \mathbf{V}_+) &= \frac{\delta n_+}{\delta t}.\end{aligned}$$

Nabité častice vznikajú ionizáciou nárazom elektrónu, takže pravé strany rovníc kontinuity sa rovnajú αn_- . V ustálenom stave sú parciálne derivácie podľa času nulové. Z homogenity plazmy v smere osí y a z vyplýva, že všetky fyzikálne veličiny budú iba funkciami x , v dôsledku čoho predchádzajúce rovnice kontinuity nadobudnú tvar

$$\begin{aligned}\frac{dn_- V_-}{dx} &= \alpha n_- \\ \frac{dn_+ V_+}{dx} &= \alpha n_-, \end{aligned}$$

pričom V_- a V_+ sú driftové rýchlosti v smere osi x . Vzájomným odčítaním týchto rovníc zistíme, že $n_+ V_+ - n_- V_-$ je konštanta. Hodnotu konštanty určíme z podmienky, že v smere kolmom na steny elektrický prúd netečie a preto x -ová zložka prúdovej hustoty na stene je nulová: $i_x = e(j_{+x} - j_{-x}) = e(n_+ V_+ - n_- V_-) = 0$ a teda aj $n_+ V_+ - n_- V_- = 0$, z čoho vyplýva nulová hodnota konštanty a platnosť podmienky $n_+ V_+ = n_- V_-$ v celom priestore.

Prítomnosť plazmy medzi rovinami požaduje splnenie podmienky $h \ll l$, kde h je Debyeova dĺžka. Potom prakticky v celej oblasti (s výnimkou zanedbateľne tenkej elektrickej dvojvrstvy pri stenách) je splnená podmienka kvázineutrality $n_+ = n_-$ a následne z nulovej prúdovej hustoty vyplýva aj $V_+ = V_-$. Preto v nasledujúcich rovniciach budeme označovať spoločnú koncentráciu nabitých častíc ako n a ich spoločnú driftovú rýchlosť ako V . Tensor tlaku v rovnici pre prenos hybnosti zo sekcie A.3 nahradíme skalárnym tlakom, ktorý vyjadríme pomocou teploty kladných iónov T_+ a elektrónov T_- , o ktorých predpokladáme, že sa s polohou v plazme nemenia, potom

$$\nabla \cdot \mathbf{P}_+ = kT_+ \nabla n \quad \text{a} \quad \nabla \cdot \mathbf{P}_- = kT_- \nabla n,$$

pričom namiesto indexov i a j píšeme indexy $+$, $-$ pre nabité častice a g rezervujeme pre plyn. Upravená rovnica kontinuity (spoločná pre elektróny i ióny) a rovnice pre prenos hybnosti pre kladné ióny a elektróny v ustálenom stave nadobudnú tvar

$$\begin{aligned}V \frac{dn}{dx} + n \frac{dV}{dx} &= \alpha n \\ nV \frac{dV}{dx} &= -\frac{ne}{m_+} \frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT_+}{m_+} \frac{dn}{dx} - \left(\alpha + \frac{m_{+g}}{m_+} \nu_{+g}\right) nV \\ nV \frac{dV}{dx} &= \frac{ne}{m_-} \frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT_-}{m_-} \frac{dn}{dx} - \left(\alpha + \frac{m_{-g}}{m_-} \nu_{-g}\right) nV,\end{aligned}$$

kde sme zaviedli elektrostatický potenciál φ opisujúci elektrické pole od povrchového náboja na izolovaných stenách. Pre elektróny platí $m_{-g} \approx m_-$, odchýlka pre kladné ióny

je ale väčšia. Na zjednodušenie zápisu zavedieme zrážkovú frekvenciu $\nu_+ = m_{+g}\nu_{+g}/m_+$, ktorú možno určiť priamo z pohyblivosti iónu podľa vzťahu $\nu_+ = e/m_+\mu_+$. Predchádzajúce rovnice možno upraviť (n_0 je konštanta, ktorej význam zistíme neskôr)

$$\frac{dV}{dx} + V \frac{d \ln(n/n_0)}{dx} = \alpha$$

$$V \frac{dV}{dx} = -\frac{e}{m_+} \frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT_+}{m_+} \frac{d \ln(n/n_0)}{dx} - (\alpha + \nu_+)V$$

$$V \frac{dV}{dx} = \frac{e}{m_-} \frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT_-}{m_-} \frac{d \ln(n/n_0)}{dx} - (\alpha + \nu_{-g})V.$$

Aby sme zjednodušili proces budúcich úprav rovníc, zavedieme nasledujúce bezrozmerné veličiny

$$A = \frac{\alpha}{\alpha + \nu_+}; \quad \tau = \frac{T_+}{T_-}; \quad u = \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{V}{\sqrt{1 + \tau}};$$

$$s = \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{\alpha + \nu_+}{\sqrt{1 + \tau}} x; \quad R = \frac{m_+(\alpha + \nu_+)}{m_-(\alpha + \nu_{-g})}; \quad \eta = \frac{e\varphi}{kT_-}.$$

Ďalej predpokladáme, že aj zrážkové frekvencie α a ν_+ sa nemenia so súradnicou x . Podobný uzáver však nemôžeme urobiť o zrážkovej frekvencii ν_{-g} , ktorá sa mení s intenzitou elektrického poľa, čo súvisí s malou hmotnosťou elektrónov. Preto bezrozmernú veličinu R nemožno považovať za konštantu. Potom v bezrozmerných premenných systém rovníc nadobudne jednoduchší tvar

$$\frac{du}{ds} + u \frac{d \ln(n/n_0)}{ds} = A$$

$$u(1 + \tau) \left(1 + \frac{du}{ds}\right) = -\frac{d\eta}{ds} - \tau \frac{d \ln(n/n_0)}{ds}$$

$$u(1 + \tau) \left(\frac{1}{R} + \frac{m_-}{m_+} \frac{du}{ds}\right) = \frac{d\eta}{ds} - \frac{d \ln(n/n_0)}{ds}.$$

Sčítaním druhej a tretej rovnice eliminujeme neznámu η a pomocou prvej rovnice vylúčime aj zvyšný člen $\ln(n/n_0)$, čím získame diferenciálnu rovnicu na určenie bezrozmernej rýchlosti u

$$\frac{du}{ds} = \frac{A + (1 + 1/R)u^2}{1 - (1 + m_-/m_+)u^2}.$$

Zo známej závislosti bezrozmernej driftovej rýchlosti u možno určiť aj priebeh koncentrácie a bezrozmerného potenciálu

$$-\frac{d \ln(n/n_0)}{ds} = u \left(1 + \frac{1}{R}\right) + u \frac{du}{ds} \left(1 + \frac{m_-}{m_+}\right)$$

$$-\frac{d\eta}{ds} = u \left(1 - \frac{\tau}{R}\right) + u \frac{du}{ds} \left(1 - \tau \frac{m_-}{m_+}\right).$$

Pretože platí $m_-/m_+ \ll 1$ a $\tau \leq 1$, môžeme vo všetkých troch rovniciach zanedbať výrazy m_-/m_+ a $\tau m_-/m_+$ oproti 1. Hodnoty funkcie R posúdime pomocou pohyblivostí μ_+ a μ_- . K tomu vyjadríme ionizačnú frekvenciu α pomocou parametra A nasledovne: $\alpha = \nu_+ A / (1 - A)$. Potom dostaneme

$$\frac{1}{R} = A \frac{m_-}{m_+} + (1 - A) \frac{\mu_+}{|\mu_-|}.$$

Pomer pohyblivostí $\mu_+ / |\mu_-|$ nadobúda najväčšie hodnoty pre najľahšie ióny, keď pomer má hodnotu 0,02. Ďalej z definície veličiny A vyplýva: $0 < A \leq 1$, takže platí $1/R \ll 1$, čo umožní zanedbať aj všetky členy obsahujúce funkciu R . Takto dostaneme

$$\frac{du}{ds} = \frac{A + u^2}{1 - u^2} \quad (\text{B.1})$$

$$-\frac{d \ln(n/n_0)}{ds} = u + u \frac{du}{ds} \quad (\text{B.2})$$

$$-\frac{d\eta}{ds} = u + u \frac{du}{ds} = -\frac{d \ln(n/n_0)}{ds}. \quad (\text{B.3})$$

Ak sa pozrieme na sústavu diferenciálnych rovníc spolu s definičnými vzťahmi pre bezrozmerné veličiny, tak zistíme, že parametre súvisiace s vlastnosťami elektrónov sa v nich, až na jednu výnimku, už neobjavujú. Tou výnimkou je energia elektrónov reprezentovaná ich teplotou a frekvencia ionizačných zrážok, ktorá ovšem tiež závisí od energie elektrónov. Čiže podobne ako pri ambipolárnej difúzii, elektrónový plyn svojou vysokou teplotou zabezpečuje elektrické pole, ktoré urýchľuje kladné ióny smerom k záporne nabitým stenám. Práve veľká hmotnosť a zrážky iónov s molekulami plynu, spolu s priestorovým nábojom, bránia rýchlemu úniku elektrónov na steny.

Posledná rovnica (B.3) sa dá upraviť na Boltzmannov zákon

$$\eta = \eta_0 + \ln(n/n_0); \quad \text{alebo} \quad n = n_0 \exp \left[\frac{e(\varphi - \varphi_0)}{kT_-} \right], \quad (\text{B.4})$$

pričom φ_0 je potenciál v mieste, kde $n = n_0$. Z rovnice (B.1) vidíme, že pre $|u| \rightarrow 1$ derivácia du/ds diverguje. Pre elektrické pole dostaneme (s využitím (B.3))

$$-\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{kT_-}{e} \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{\alpha + \nu_+}{\sqrt{1 + \tau}} \frac{d\eta}{ds} \propto u \left(1 + \frac{du}{ds} \right).$$

Elektrické pole pre $|u| \rightarrow 1$ teda diverguje, čo možno vysvetliť tak, že teória svojou požiadavkou na kvázineutralitu už nie je zlučiteľná s podmienkami pri stene, kde vzniká elektrická dvojvrstva. Miesta v plazme, kde $|u| = 1$, môžeme teda interpretovať ako hranicu medzi plazmou a elektrickou dvojvrstvou. Pretože hrúbka elektrickej dvojvrstvy je zanedbateľná v porovnaní so vzdialenosťou stien, tak $|x| \approx l$ v miestach, kde $|u| = 1$. Ak zavedieme podobné označenia ako v odseku 4.5, tak na hranici dvojvrstvy platí $|u| = u_b = 1$ a pre driftovú rýchlosť elektrónov a kladných iónov v týchto miestach dostaneme

$$V_b = u_b \sqrt{\frac{k(T_- + T_+)}{m_+}} = \sqrt{\frac{k(T_- + T_+)}{m_+}} \geq \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}},$$

čo znamená splnenie Bohmovho kritéria stability pre bezzrážkovú elektrickú dvojvrstvu.

B.2 Riešenie rovníc

Rovnicu (B.1) upravíme

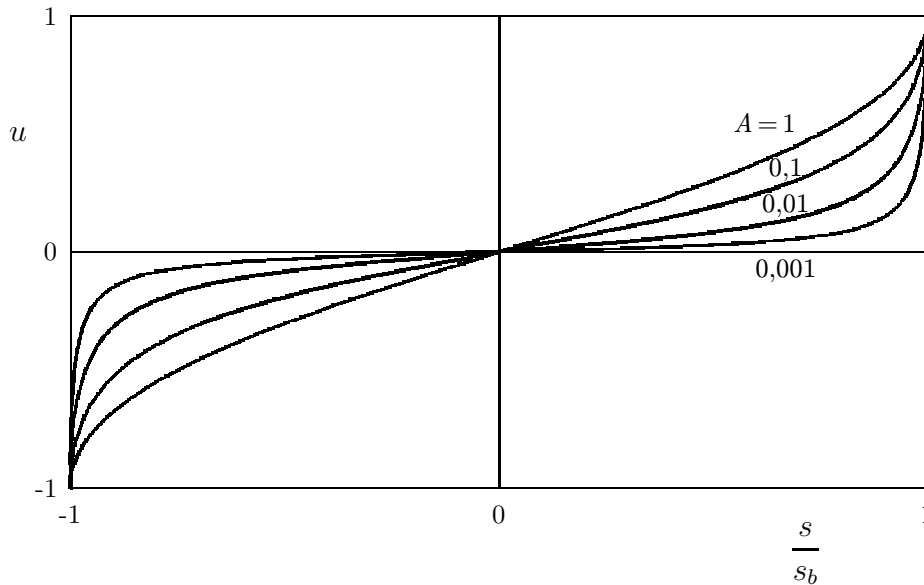
$$\frac{ds}{du} = \frac{1-u^2}{A+u^2} = \frac{1+A}{A+u^2} - 1 = \frac{1+A}{A} \frac{1}{1+(u/\sqrt{A})^2} - 1,$$

a integráciou získame jej riešenie

$$s = \frac{1+A}{\sqrt{A}} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{A}} - u + C. \quad (\text{B.5})$$

Zo symetrie problému, pre $x = 0$ je driftová rýchlosť V nulová. Preto ak $u = 0$ je $s = 0$, z čoho vyplýva $C = 0$. Ak rovnicu (B.2) vynásobíme s ds/du , dostaneme

$$-\frac{d \ln n/n_0}{du} = u \frac{ds}{du} + u = u \left(\frac{1-u^2}{A+u^2} + 1 \right) = u \frac{1+A}{A+u^2}.$$



Obr. B.1: Pribeh bezrozmernej driftovej rýchlosti nabitých častíc u ako funkcia relatívnej polohy s/s_b pre rôzne hodnoty parametra A

Túto rovnicu už možno ľahko integrovať, pričom dostaneme

$$-\ln(n/n_0) = \frac{1+A}{2} \ln(A+u^2) + K.$$

Integračnú konštantu K určíme z podmienky, že v rovine symetrie ($u = 0$) je $n = n_0$. Potom $2K = -(1+A) \ln A$ a následne profil koncentrácie má tvar

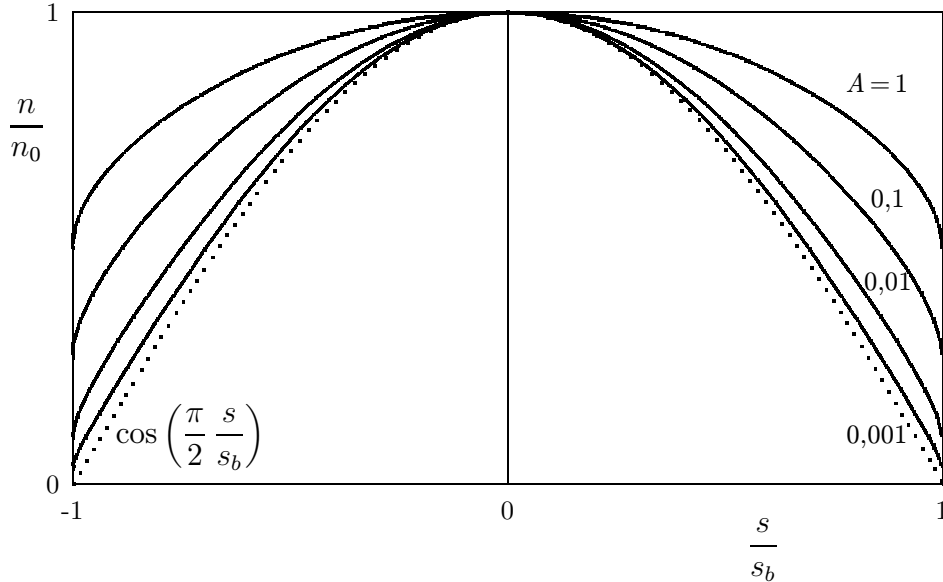
$$\frac{n}{n_0} = \left(\frac{A}{A+u^2} \right)^{\frac{1+A}{2}}. \quad (\text{B.6})$$

Priebeh elektrostatického potenciálu už ľahko získame z rovnice (B.4).

Polohu hranice medzi plazmou a elektrickou dvojvrstvou získame z rovnice (B.5), ak položíme $u = u_b = 1$

$$s_b = \frac{1+A}{\sqrt{A}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{A}} - 1. \quad (\text{B.7})$$

Pomocou známej polohy hranice už môžeme zobrazíť priebehy driftovej rýchlosti a profily koncentrácie. Na obr. B.1 je zobrazený normovaný priebeh bezrozmernej driftovej rýchlosti u ako funkcia relatívnej polohy s/s_b a na obr. B.2 zasa vidno normovaný profil koncentrácie nabitých častíc n/n_0 pre niekoľko hodnôt parametra A . Obe veličiny sú vynesené ako funkcie relatívnej polohy s/s_b . Na porovnanie je prerušovanou čiarou vynesovaný profil koncentrácie podľa Schottkyho teórie. Je zrejmé, že teória uvažujúca zotrvačnosť nabitých častíc poskytuje na hranici plazmy nenulové hodnoty ich koncentrácie.



Obr. B.2: Normovaný profil koncentrácie nabitých častíc n/n_0 pre rôzne hodnoty parametra A . Prerušovaná čiara znázorňuje profil podľa Schottkyho teórie

B.3 Analýza výsledkov

Vidíme, že významné postavenie má parameter $A = \alpha/(\alpha + \nu_+) = 1/(1 + \nu_+/\alpha)$, ktorý závisí od pomeru zrážkovej a ionizačnej frekvencie. Úlohou bude zistiť, ako veličina A závisí od známych parametrov plazmy. Ako východisko použijeme definíciu bezrozmernej veličiny s , ktorú aplikujeme na miesto pri okraji plazmy

$$s_b = \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{\alpha + \nu_+}{\sqrt{1 + \tau}} x_b = \frac{l\nu_+}{1 - A} \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{1}{\sqrt{1 + \tau}}.$$

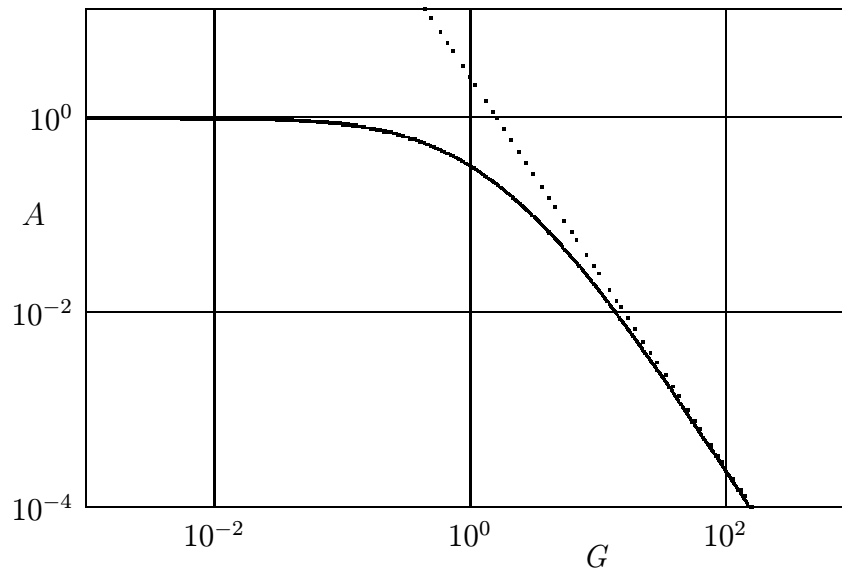
Pri úprave sme dosadili $x_b = l$ a $\alpha + \nu_+ = \nu_+/(1 - A)$. Ak tento výsledok dosadíme do rovnice (B.7), dostaneme

$$l\nu_+ \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{1}{\sqrt{1+\tau}} = (1 - A) \left[\frac{1+A}{\sqrt{A}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{A}} - 1 \right]. \quad (\text{B.8})$$

Pri výpočte hodnoty ľavej strany poznáme vzdialenosť stien $2l$ a zrážkovú frekvenciu ν_+ , ktorú určíme pre daný tlak z pohyblivosti kladných iónov. Teplotu elektrónov T_- treba stanoviť nezávisle napr. experimentálne alebo pridaním ďalšieho momentu kinetickej rovnice – rovnice pre prenos energie. Druhá možnosť však tiež vyžaduje vykonať určité aproximácie; najčastejšie sa zanedbáva tok tepla. Pretože teplota iónov T_+ sa približne rovná teplote plynu, hodnotu τ poznáme s potrebnou presnosťou. Potom parameter A získame riešením rovnice (B.8), ktorá má transcendentný charakter. Tvar riešenia vidno na obr. B.3, kde A je vynesené v závislosti od

$$G = l\nu_+ \sqrt{\frac{m_+}{kT_-}} \frac{1}{\sqrt{1+\tau}}.$$

Na základe známej hodnoty parametra A potom už vieme určiť profil koncentrácie,



Obr. B.3: Riešenie transcendentnej rovnice (B.8) v závislosti od bezrozmerného parametra $G = l\nu_+ \sqrt{m_+/k(T_- + T_+)}$. Prerušovaná čiara reprezentuje Schottkyho teóriu

driftovú rýchlosť i priebeh elektrostatického potenciálu v smere kolmom na steny. Vieme vypočítať aj koncentráciu nabitých častíc n_b a elektrostatický potenciál φ_b na hranici plazmy a dvojvrstvy

$$n_b = n_0 \left(\frac{A}{1+A} \right)^{\frac{1+A}{2}}; \quad \varphi_b = \frac{kT_-}{e} \ln \frac{n_b}{n_0} = \frac{kT_-}{e} \frac{1+A}{2} \ln \frac{A}{1+A},$$

príčom sme predpokladali v mieste $x = 0$ koncentráciu nabitých častíc n_0 a nulový potenciál. Z koncentrácie n_b už potom môžeme určiť aj Debyeovu dĺžku na hranici plazmy a elektrickej dvojvrstvy. Všetky tieto veličiny sú potrebné ako vstupné údaje pre teóriu bezzrážkovej dvojvrstvy (pozri odsek 4.5.2).

Na záver ešte preskúmame dva extrémne prípady. Prvým prípadom bude, keď $A \rightarrow 1$. V tomto prípade $\alpha \gg \nu_+$, čo znamená, že kladné ióny sa pohybujú síce k stenám prakticky bez zrážok, ale ich tok je obmedzený zotrvačnosťou. Elektróny sú potom udržiavané v plazme priestorovým nábojom, takže majú dostatok času na ionizáciu plynu, pričom ich energia neustále narastá od elektrického poľa pochádzajúceho od výbojového prúdu. Z rovnice (B.7) dostaneme $s_b = 0,571$ a $n_b/n_0 = 0,5$. Potom, pomocou definície bezrozmernej dĺžky s , získame aj údaj o ionizačnej frekvencii¹

$$\alpha \approx \frac{s_b}{l} \sqrt{\frac{k(T_- + T_+)}{m_+}},$$

čo sa veľmi dobre zhoduje s teóriou opisujúcou exaktne bezzrážkovú plazmu, ktorú vypracoval Langmuir a Tonks. Táto teória poskytuje $s_b = 0,572$ a $n_b/n_0 = 0,426$, čo sú hodnoty blízke už uvedeným údajom (odchýlky možno vysvetliť tým, že Langmuir a Tonks vo svojej teórii brali do úvahy presnú rozdeľovaciu funkciu pre rýchlosti častíc v radiálnom smere, kým my pracujeme s driftovými rýchlosťami).

Druhým extrémom bude prípad, keď $A \ll 1$, čo znamená $\alpha \ll \nu_+$. Je to prípad, keď kladné ióny vykonávajú mnoho pružných zrážok pri pohybe smerom k stenám. V tomto prípade rovnica (B.7) poskytne výsledok

$$s_b \sqrt{A} \approx \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.9})$$

a rovnica (B.5) zasa nadobudne tvar

$$s \approx \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{A}},$$

z čoho vyplýva

$$u \approx \sqrt{A} \operatorname{tg} (s \sqrt{A}).$$

Dosadením tejto driftovej rýchlosti do rovnice (B.6) a využitím (B.9) dostaneme pre profil koncentrácie výsledok

$$\frac{n}{n_0} \approx \cos (s \sqrt{A}) = \cos \left(\frac{s}{s_b} s_b \sqrt{A} \right) = \cos \left(\frac{x}{l} s_b \sqrt{A} \right) \approx \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{x}{l} \right),$$

ako v prípade Schottkyho teórie. Podmienku (B.9) možno postupne upraviť s využitím vzťahu pre ambipolárnu difúziu (4.9)

$$\frac{\pi}{2} \approx s_b \sqrt{A} \approx l \sqrt{\alpha \frac{e}{k(T_- + T_+)} \frac{m_+ \nu_+}{e}} = l \sqrt{\frac{\alpha}{D_a}}.$$

¹Pripomeňme, že v Schottkyho teórii pre $\nu_+ \rightarrow 0$ platí $\alpha \rightarrow \infty$.

Je zrejmé, že tento poznatok zodpovedá výsledku (4.13). Môžeme teda povedať, že podmienka $\alpha \ll \nu_+$ je ekvivalentná Schottkyho teórii (na obr. B.3 je Schottkyho teória reprezentovaná prerušovanou čiarou). Je tu však jeden rozdiel. Vďaka zotrvačnosti kladných iónov koncentrácia nabitých častíc na hranici plazmy je síce veľmi malá, ale nikdy nie je nulová a teda aj elektrické pole a potenciál ostávajú konečné: koncentrácia je $n_b = n_0 \sqrt{A}$ a elektrostatický potenciál má hodnotu $\varphi_b = (kT_-/e) \ln \sqrt{A}$.

Literatúra

Plazma a výboje

- [1] Lieberman M. A., Lichtenberg A. J.: Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, Wiley-Interscience, New York 1994.
- [2] von Engel A.: Electric Plasmas: Their Nature and Uses, Taylor & Francis, London 1983.
- [3] Chen F. F.: Introduction to Plasma Physics, Plenum Press, New York 1977 (český překlad: Úvod do fyziky plazmatu, Academia, Praha 1984).
- [4] Holt E. H., Haskell R. E.: Foundations of Plasma Dynamics, Macmillan, New York 1965.
- [5] Kleczek J.: Plazma ve vesmíru a laboratoři, Academia, Praha 1968.
- [6] Krall N. A., Trivelpiece A. W.: Principles of Plasma Physics, McGraw-Hill, New York 1973 (ruský překlad: Osnovy fyziky plazmy, Mir, Moskva 1975).
- [7] Kracík J., Tobiáš J.: Fyzika plazmatu, Academia, Praha 1966.
- [8] Kracík J., Šesták B., Aubrecht L.: Základy klasické a kvantové fyziky plazmatu, Academia, Praha 1974.
- [9] Allis W. P.: Motions of Ions and Electrons, in Handbuch der Physik XXI (Flügge S. editor), Springer-Verlag, Berlin 1956.
- [10] Shkarofsky I. P., Johnston T. W., Bachynski M. P.: The Particle Kinetics of Plasmas, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts 1966.
- [11] Bekefi G.: Radiation Processes in Plasmas, Wiley, New York 1966 (ruský překlad: Radiacionnyje processy v plazme, Mir, Moskva 1971).
- [12] Kracík J., Slavík J. B., Tobiáš J.: Elektrické výboje, SNTL, Praha 1964.
- [13] Rajzer Ju. P.: Fyzika gazovogo razrjada, Nauka, Moskva 1987 (anglický překlad: Gas Discharge Physics, Springer-Verlag, Berlin 1991, 1997).
- [14] Lozanskij E. D., Firsov O. B.: Teorija iskry, Atomizdat, Moskva 1975.

- [15] Meek J. M., Craggs J. D.: *Electrical Breakdown of Gases*, Clarendon Press, Oxford 1953.
- [16] Franklin R. N.: *Plasma Phenomena in Gas Discharges*, Clarendon Press, Oxford 1976.
- [17] Self S. A., Ewald H. N.: *Phys. Fluids* **9** (1966) 2486.

Elementárne procesy

- [18] Hasted J. B.: *Physics of Atomic collisions*, Butterworths, London 1964 (ruský preklad: *Fizika atomnych stolknovenij*, Mir, Moskva 1965).
- [19] Brown S. C.: *Basic Data of Plasma Physics*, Wiley-Interscience, New York 1959 (ruský preklad: *Elementarnyje procesy v plazme gazovogo razrjada*, Gosatomizdat, Moskva 1961).
- [20] McDaniel E. W.: *Collision Phenomena in Ionized Gases*, Wiley, New York 1964 (ruský preklad: *Processy stolknovenij v ionizovannyh gazach*, Mir, Moskva 1967).
- [21] Massey H. S. W., Burhop E. H. S., Gilbody H. B.: *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, vol. 1 (*Collision of Electrons with Atoms*), Clarendon Press, Oxford 1969.
- [22] Massey H. S. W., Burhop E. H. S., Gilbody H. B.: *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, vol. 2 (*Electron Collisions with Molecules and Photo-ionization*), Clarendon Press, Oxford 1969.
- [23] Massey H. S. W., Burhop E. H. S., Gilbody H. B.: *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, vol. 3 (*Slow Collisions of Heavy Particles*), Clarendon Press, Oxford 1971.
- [24] Massey H. S. W., Burhop E. H. S., Gilbody H. B.: *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, vol. 4 (*Recombination and Fast Collisions of Heavy Particles*), Clarendon Press, Oxford 1974.

Diagnostika

- [25] Huddleston R. H., Leonard S. L. (editors): *Plasma Diagnostic Techniques*, Academic Press, New York 1965 (ruský preklad: *Diagnostika plazmy*, Mir, Moskva 1967).
- [26] Lochte-Holtgreven W. (editor): *Plasma Diagnostics*, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1968 (ruský preklad: *Metody issledovaniya plazmy*, Mir, Moskva 1971).
- [27] Kozlov O. V.: *Električeskij zond v plazme*, Atomizdat, Moskva 1969.

- [28] Farský V. (editor): Optická diagnostika plazmatu, Folia UJEP Brno, Physica **14** (1973) 15 – 135.
- [29] Griem H. R.: Spectral Line Broadening by Plasmas, Academic Press, New York 1974 (ruský preklad: Uširenije spektraľnych linij v plazme, Mir, Moskva 1978).
- [30] Unsöld A.: Physik der Sternatmosphären, Springer-Verlag, Berlin 1938, 1955 (ruský preklad: Fizika zvezdnych atmosfer, IL, Moskva 1949).
- [31] Gibson E. G.: The Quiet Sun, NASA, Washington 1973 (ruský preklad: Spokojnoe Solnce, Mir, Moskva 1977).

Aplikácie

- [32] Rutscher A., Deutsch H. und kollektiv: Wissensspeicher Plasmatechnik, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1983.
- [33] Roth J. R.: Industrial Plasma Engineering 1 (*Principles*), Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia 1995.
- [34] Roth J. R.: Industrial Plasma Engineering 2 (*Applications to Nonthermal Plasma Processing*), Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia 2001.
- [35] Espe W.: Technológia hmôt vákuovej techniky III, SAV, Bratislava 1962, kap. 15,5 X a XI; 20,2 II a III.
- [36] Pankove J. I. (editor): Display Devices, Springer-Verlag, Berlin 1980, kap. 3 (ruský preklad: Displei, Mir, Moskva 1982).
- [37] <http://cpat.ups-tlse.fr>
<http://www.necel.com/english/banner/tech/>
<http://www.thomson.net/gb/02/pladis/publicat.htm>
<http://www.pctechguide.com>
<http://www.planar.com/support/>
<http://www.fme.fujitsu.com>
- [38] Punset C., Cany S., Boef J. P.: J. Appl. Phys. **86** (1999) 124.
- [39] Böhm J.: Elektrické odlučovače, SNTL, Praha 1977.
- [40] Asnis A. Je., Gutman L. M., Pokladij V. R., Juzkiv Ja. M.: Svařování ve směsi aktivních plynů, SNTL, Praha 1988 (preklad z ruštiny).
- [41] Turňa M.: Špeciálne metódy zvarania, ALFA, Bratislava 1989.
- [42] Dembovský V.: Plazmová metalurgie, SNTL, Praha 1978.

- [43] Krapivina S. A.: Plazmochemičeskije tehnologičeskije processy, Chimija, Leningrad 1981.
- [44] Polak L. S., Ovsjannikov A. A., Sloveckij D. I., Vurzeľ F. B. M.: Teoretičeskaja i prikladnaja plazmochemija, Nauka, Moskva 1975.
- [45] Polak L. S.: Neravnovesnaja chimičeskaja kinetika i jejo primenenije, Nauka, Moskva 1979.
- [46] Kudinov V. V.: Plazmennyje pokrytija, Nauka, Moskva 1977.
- [47] Matejka D., Benko B.: Plazmové striekanie kovových a keramických práškov, ALFA, Bratislava 1988.
- [48] Holemář A., Hrubý V.: Iontová nitridace v praxi, SNTL, Praha 1989.
- [49] Einspruch N. G., Brown D. M. (editori): Plasma Processing for VLSI, Academic Press, New York 1984 (ruský preklad: Plazmennaja tehnologija v proizvodstve SBIS, Mir, Moskva 1987).
- [50] Brčka J.: Plazmatické techniky, STU, Bratislava 1996.
- [51] <http://www.tmcnet.com/submit/2003/Nov/1021446.htm>
- [52] Hagler M. O., Kristiansen M.: An Introduction to Controlled Thermonuclear Fusion, D. C. Heath and co., Lexington 1977 (ruský preklad: Vvedenije v upravljaemyj termojadernyj sintez, Mir, Moskva 1980).
- [53] Balák R., Prokeš K.: Nové zdroje energie, SNTL, Praha 1984.
- [54] Harms A. A., Schoepf K. F., Miley G. H., Kingdon D. R.: Principles of Fusion Energy, World Scientific, Singapore 2000.
- [55] Šunka P.: Advances and Problems in Controlled Fusion Research, *Zborník 9th Symposium on Elementary Processes and Chemical Reactions in Low Temperature Plasma*, Častá 1992, Book of Invited Papers, (Ed. P. Lukáč, M. Morvová), JSMF, Bratislava 1992.
- [56] Volkov E. D., Suprunenko V. A., Šiškin A. A.: Stellarator, Naukova dumka, Kijev 1983.
- [57] Brueckner K. A., Jorna S.: Laser Driven Fusion, KMS Fusion Inc., Ann Arbor (Michigan) 1973 (ruský preklad: Upravljaemyj lazernyj sintez, Atomizdat, Moskva 1977).
- [58] Duderstadt J. J., Moses G. A.: Inertial Confinement Fusion, Wiley, New York 1982 (ruský preklad: Inercialnyj termojadernyj sintez, Energoatomizdat, Moskva 1984).
- [59] <http://arXiv.org/abs/physics/0401110>