

Proud plynu

Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [Pam^3s^{-1} = W]$$

Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul ν' , které procházejí daným průřezem za 1s

$$m_0 \nu' = \frac{dm}{dt}, \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m}{m_0} \frac{T}{p}$$

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = kT \nu'$$

$$I = kT \nu'$$

Objemová rychlost proudění S

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_{p=\text{konst}} = S \quad [m^3 s^{-1}]$$

$$I = p \left(\frac{dV}{dt}\right)_p = pS$$

$$I = pS$$

Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu V s plynem o tlaku p , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V$$

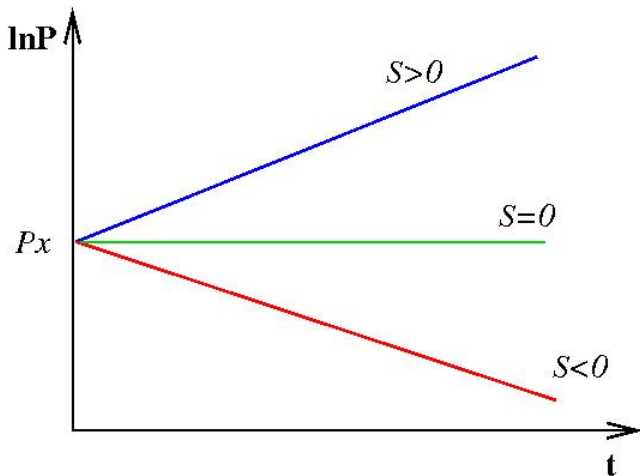
$$V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

Závislost tlaku na čase



Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků $p_2 - p_1$ a proudu plynu I

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [m^3 s^{-1}]$$

Rychlost odčerpávání vak. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci $p = 0 \text{ Pa}$, $G = S$

Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [m^{-3} s]$$

Při paralelním spojení vakuových dílů

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Při seriovém spojení vakuových dílů

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

Objemová rychlost na výstupu z trubice

Mějme trubici s vodivostí G , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky p_1 , p_2 ; $p_2 > p_1$ a objemové rychlosti S_1 , S_2 .

$$I = G(p_2 - p_1)$$

$$I = p_1 S_1$$

$$I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{l}{G} \quad , \quad p_2 = \frac{l}{S_2} \quad , \quad p_1 = \frac{l}{S_1}$$
$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \Rightarrow S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$

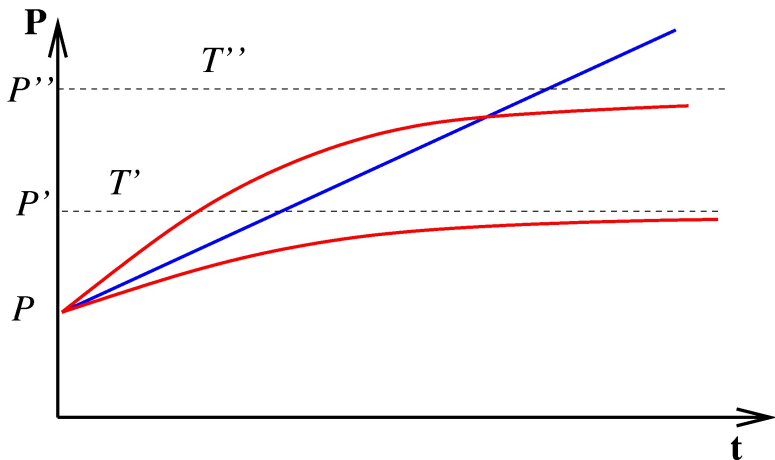
Vliv netěsností

- skutečné netěsnosti (netěsné spoje, dirky, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N(p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

- zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

Vliv netěsností



Mezní tlak

Při čerpání, objemová rychlost $S < 0$ by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že $p = p_0 = 0$ Pa. Ve skutečnosti vždy platí $p_0 > 0$ (netěsnosti, zdroje plynu, ...).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$

Zdroje plynu

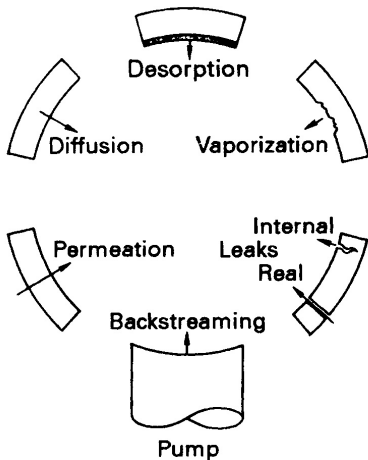
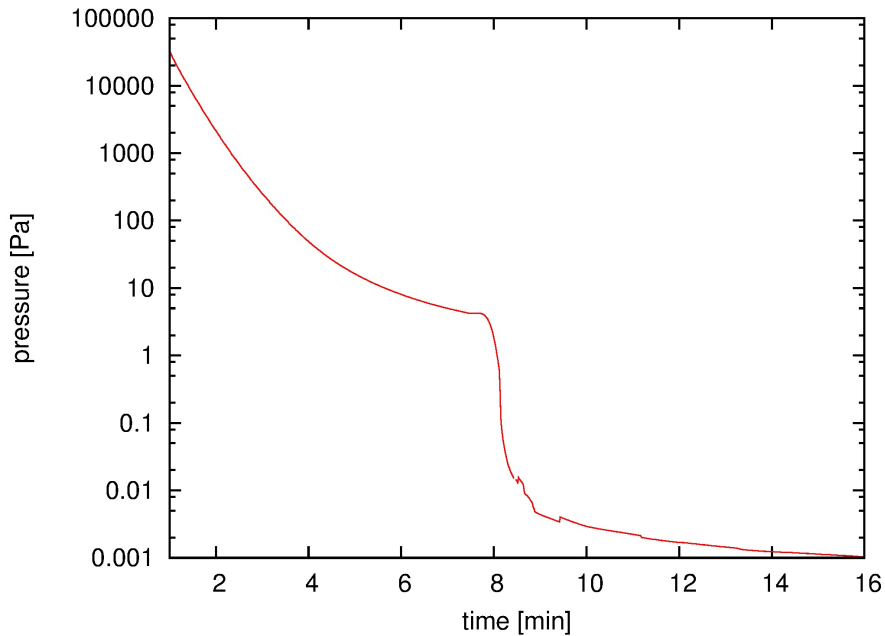
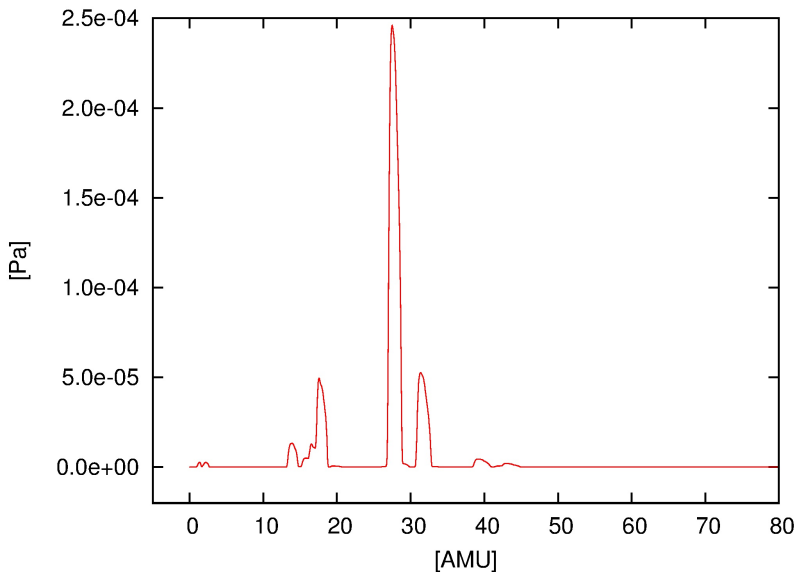
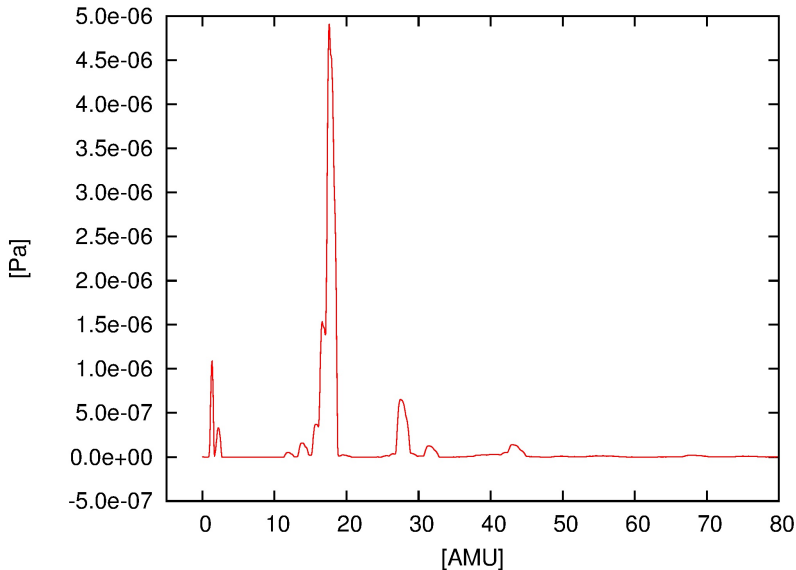


Fig. 4.1 Potential sources of gases and vapors in a vacuum system.



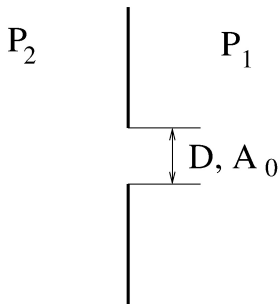




Vodivost vakuových spojů

Vodivost otvorů

$$P_2 > P_1$$



Molekulární proudění

$$\lambda > D$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_2}{kT} v_a$$

$$\nu_{1-2} = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_1}{kT} v_a$$

$$\nu' = \nu_{2-1} - \nu_{1-2} = \frac{1}{4} \frac{v_a}{kT} (P_2 - P_1)$$

$$I_A = kT\nu' A_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 (P_2 - P_1)$$

$$G = \frac{I_A}{P_2 - P_1} = \frac{1}{4} v_a A_0$$

$$G = \frac{1}{4} v_a A_0$$

$$T = 293 \text{ K}, M_0 = 29(\text{vzduch})$$

$$G = 115.6 A_0 \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

Vakuová vodivost kruhového otvoru při $T = 293 \text{ K}$, v molekulárním režimu proudění pro vzduch:

Průměr [mm]	G [l/s]
16	23.2
25	56.7
40	145.3
63	360
100	908
160	2324
200	3622

Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny: A

Plocha otvoru: A_0

Plochu A_0 nahradíme efektivní plochou

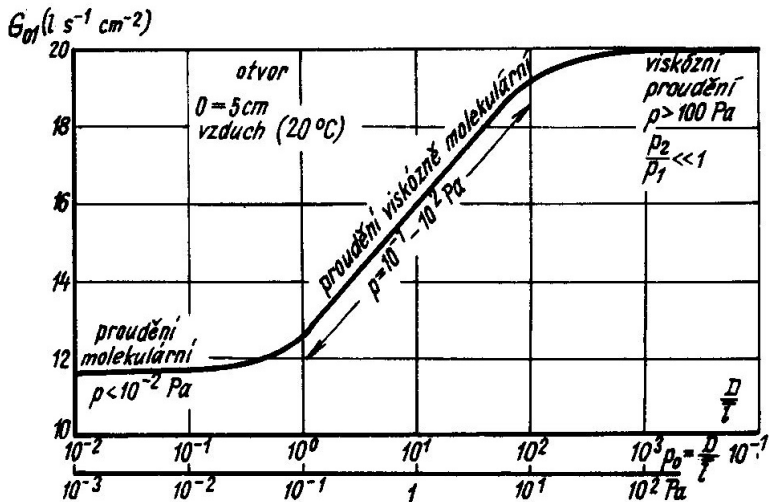
$$A'_0 = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

$$G'_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

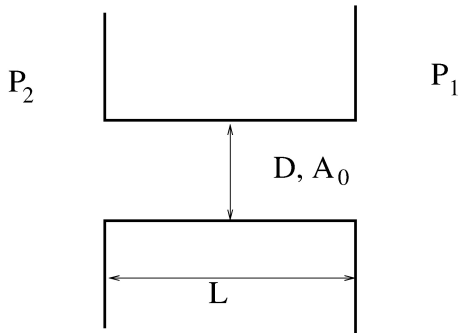
Laminární proudění

$$G = A_0 \frac{1}{1 - \beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} \left(1 - \beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{m_0}{kT}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{P_1}{P_2} \quad , \quad \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$



Vodivost trubic



Obecně platí

$$R = R_T + R_O = \frac{1}{G_T} + \frac{1}{G_O}$$

speciální případy:

$$L \rightarrow 0 \Rightarrow R_T \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow R_O$$

$$L \gg D \Rightarrow R_T \gg R_O \Rightarrow R \rightarrow R_T$$

Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D, \quad \lambda \gg L$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad P = nkT$$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\omega = \nu_2 - \nu_1 = \frac{P_2 - P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$I = kT\nu A_0, \quad G = \frac{I}{P_2 - P_1}$$

$$I = CkT\omega \Rightarrow G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 kT}} = C\sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

Pro vzduch, $T = 293 \text{ K}$ a kruhový průřez trubice:

$$G = 121 \frac{D^3}{L} \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

Známe-li vodivost trubice pro vzduch, pak vodivost pro molekulární proudění pro plyn X je dána vztahem:

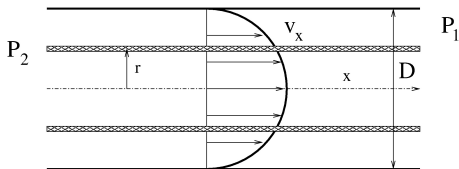
$$G_X = \sqrt{\frac{M_{0(\text{vz})}}{M_{0(X)}}} G_{\text{vz}}$$

Pro $L = 1 \text{ m}$, $D = 40 \text{ mm}$, $T = 293 \text{ K}$:

Plyn	G [l/s]
vzduch	7.7
H_2	29.3
He	20.7
Ar	6.5
Xe (M=131)	3.6
dif.olej (M~ 500)	1.8

Laminární proudění

rozdělení rychlostí má osovou symetrii, sloupec plynu ve válci s poloměrem r se pohybuje působením síly $F_+ = \pi r^2(P_2 - P_1)$
třecí síla působí na ploše $2\pi rL$ a je rovna $F_- = -\eta 2\pi rL \frac{dv_x}{dr}$



$$F_+ = F_- \Rightarrow \pi r^2(P_2 - P_1) = -\eta 2\pi r L \frac{dv_x}{dr}$$

$$dv_x = -\frac{P_2 - P_1}{2\eta L} r dr$$

$$v_x = -\frac{P_2 - P_1}{4\eta L} r^2 + \text{konst.}$$

pro $r = \frac{D}{2}$ je $v_x = 0 \Rightarrow \text{konst.} = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L} \frac{D^2}{4}$

$$v_x = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right)$$

označme $P_s = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)$

$$dl = P_s d \left(\frac{dV}{dt} \right)_{P_s} = P_s v_x dA_r = 2P_s \pi v_x r dr$$

$$dl = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right) r dr$$

$$l = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L} \int_0^{\frac{D}{2}} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right) r dr$$

$$l = P_s \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4}{L} (P_2 - P_1) \Rightarrow G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

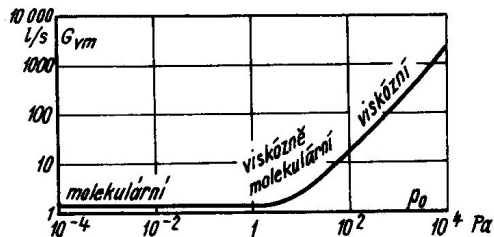
$$G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

Pro vzduch, $T = 293 \text{ K}$, $M_0 = 29$

$$G = 1358 P_s \frac{D^4}{L} [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

pro jiný plyn a teplotu $T = 293 \text{ K}$

$$G_x = G_{vz} \frac{d_{0(x)}^2}{d_{0(vz)}^2} \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(x)}}}$$



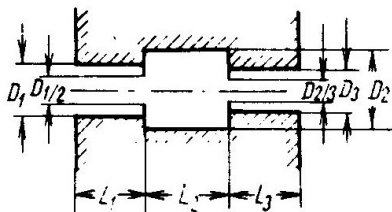
Obr. 2.39. Vodivost potrubí G jako funkce tlaku p_0 v širokém oboru tlaků. Vzduch o teplotě 20 °C, potrubí o $L = 10$ cm a $D = 1$ cm

3

Vakuová vodivost ohybu (kolena)

V prvním přiblížení použijeme aproximaci trubicí s délkou rovnou osově délce oblouku (kolena).

$$L_{os} < L_{ef} < L_{os} + 1.33 \times D$$



4

$$R = R_{D1} + R_{L1} + R_{D1/2} + R_{L2} + R_{D2/3} + R_{L3}$$

⁴J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981

Určení vodivosti vakuového prvku

- výpočtem
- simulací - metoda Monte-Carlo
- měřením

Výpočtem

pro molekulární proudění:

$$G = a \frac{v_a}{4} A$$

- a - pravděpodobnost
- A - plocha otvoru

Table 3.1 Transmission Probability a for Round Pipes

l/d	a	l/d	a
0.00	1.00000	1.6	0.40548
0.05	0.95240	1.7	0.39195
0.10	0.90922	1.8	0.37935
0.15	0.86993	1.9	0.36759
0.20	0.83408	2.0	0.35658
0.25	0.80127	2.5	0.31054
0.30	0.77115	3.0	0.27546
0.35	0.74341	3.5	0.24776
0.40	0.71779	4.0	0.22530
0.45	0.69404	4.5	0.20669
0.50	0.67198	5.0	0.19099
0.55	0.65143	6.0	0.16596
0.60	0.63223	7.0	0.14684
0.65	0.61425	8.0	0.13175
0.70	0.59737	9.0	0.11951
0.75	0.58148	10.0	0.10938
0.80	0.56655	15.0	0.07699
0.85	0.55236	20.0	0.05949
0.90	0.53898	25.0	0.04851
0.95	0.52625	30.0	0.04097
1.0	0.51423	35.0	0.03546
1.1	0.49185	40.0	0.03127
1.2	0.47149	50.0	0.02529
1.3	0.45289	500.0	0.26479×10^{-2}
1.4	0.43581	5000.0	0.26643×10^{-3}
1.5	0.42006	∞	$4d/3l$

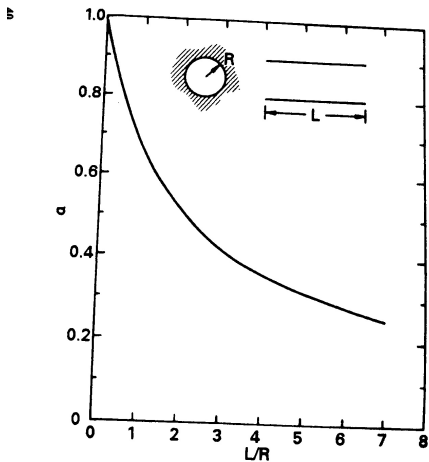


Fig. 3.5 Molecular transmission probability of a round pipe. Reprinted with permission from *Le Vide*, No. 103, p. 42, L. L. Levenson et al. Copyright 1963, Société Française des Ingénieurs et Techniciens du Vide.

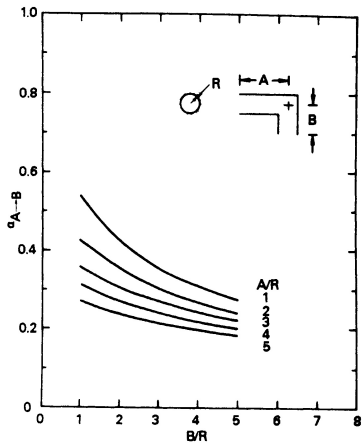


Fig. 3.10 Molecular transmission probability of an elbow. Reprinted with permission from *J. Appl. Phys.*, 31, p. 1169, D. H. Davis. Copyright 1960, The American Institute of Physics.

Simulací - metoda Monte-Carlo

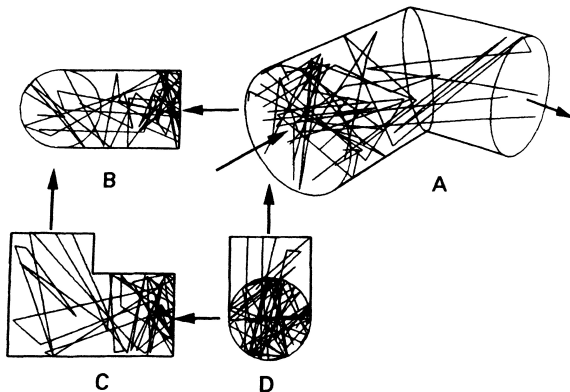
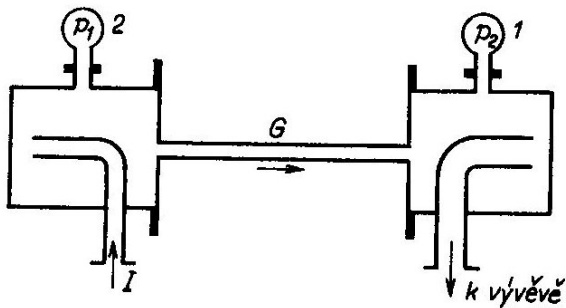
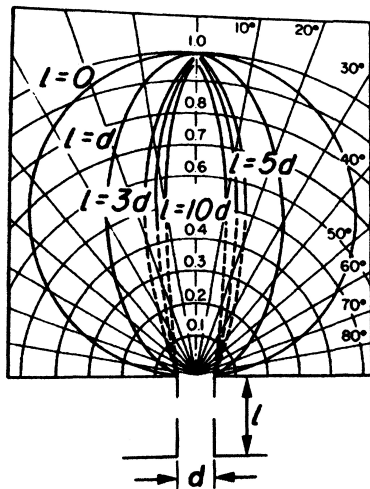


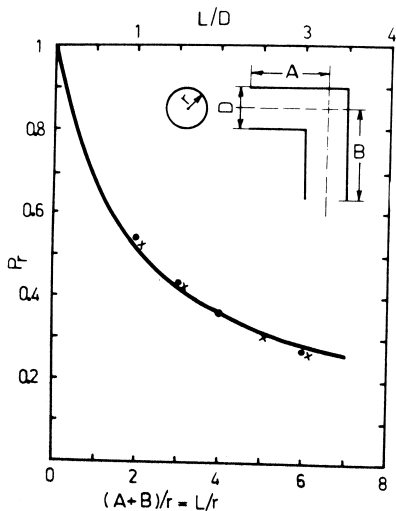
Fig. 3.4 A computer graphical display of the trajectories of 15 molecules entering an elbow in free molecular flow. Courtesy of A. Appel, IBM T. J. Watson Research Center.

Měření vodivosti trubice



9





Porovnání: simulace - bod, experiment - x, výpočet ¹¹

¹¹F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

Čerpací rychlost

Čerpací rychlostí se rozumí množství plynu, odčerpaného vývěvou z daného prostoru za jednotku času při daném tlaku.

$$S = -\frac{dV}{dt}$$

$$pV = (p - dp)(V + dV) \Rightarrow p \frac{dV}{dt} = V \frac{dp}{dt}$$

$$S = -\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{p} \frac{dp}{dt}$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}p$$

označme p_0 mezní tlak

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$\ln(p - p_0) = -\frac{S}{V}t + konst, \text{ pro } t = 0 \text{ s, } p = p_1$$

$$konst = \ln(p_1 - p_0) \Rightarrow \ln\left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$p - p_0 = (p_1 - p_0)e\left(-\frac{S}{V}t\right)$$

pro $p_0 \ll p_1$

$$p = p_0 + p_1 e\left(-\frac{S}{V}t\right)$$

tento vztah udává hodnotu tlaku v čase t pro $S=\text{konst}$

Průměrná čerpací rychlost

v čase od t_1 do t_2

$$\ln \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right) = -\frac{S}{V} t$$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1} - p_0}{p_{t_2} - p_0} \right)$$

$$\text{pro } p_0 \ll p_{t_1} \text{ a } p_0 \ll p_{t_2} \Rightarrow S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1}}{p_{t_2}} \right)$$

doba potřebná k snížení tlaku z p_{t_1} na p_{t_2} , při konstantní čerpací rychlosti S

$$t = t_2 - t_1 = \frac{V}{S} \ln \left(\frac{p_{t_1}}{p_{t_2}} \right)$$

Okamžitá čerpací rychlost

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V} \left(1 - \frac{p_0}{p}\right) p = \frac{S_p}{V} p$$

$$S_p = S \left(1 - \frac{p_0}{p}\right)$$

je okamžitá čerpací rychlost při tlaku p .

V čase $t = 0$ s a při $p \gg p_0$ je $S_p \approx S$

V čase $t \rightarrow \infty$, $p = p_0$ je $S_p = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

Měření čerpací rychlosti

- Metoda stálého objemu
- Metoda stálého tlaku
- Metoda stálého množství plynu

Metoda stálého objemu

Je založena na měření závislosti $p = f(t)$ pro $V = konst$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1} - p_0}{p_{t_2} - p_0} \right)$$

platí pokud mohu zanedbat desorbci plynu ze stěn

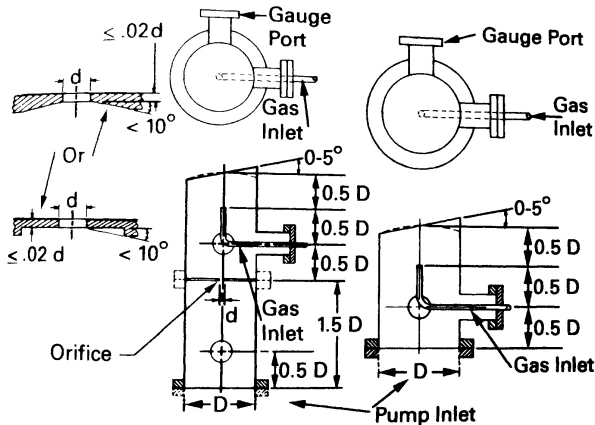


Fig. 7.1 Test domes for the measurement of mechanical and high vacuum pumps. Right: Flowmeter method test dome. This dome is used for speed measurement in pumps with a diameter greater than 50 mm. Left: Conductance (orifice) test dome. This dome is used for speed measurement at low gas flows. Reprinted with permission from *J. Vac. Sci. Technol.* 4, 5, p. 2552, M. Hablani, Copyright 1987, The American Vacuum Society.

Metoda stálého množství plynu

Plyn cirkuluje v uzavřeném okruhu

$$I = G(P_2 - P_1) = P_1 S \Rightarrow S = G \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

