



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ústav fyzikální elektrotechniky  
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

## Fyzikální praktikum 3

### Úloha 3. Pohyb nábojů v elektrickém a magnetickém poli

#### Úkoly

1. Ověřte vzorec (2) pro ohniskovou vzdálenost krátké magnetické čočky. Sestrojte graf závislosti  $U_a = f(I_f^2)$  a ze směrnice určete ohniskovou vzdálenost  $f$ .
2. Ověřte platnost vztahu (10) pro magnetické vychylování elektronového paprsku. Sestrojte graf závislosti  $y = f_1(I_v)$  a  $y = f_2(U_a^{-1/2})$ .

#### Teorie

V mnoha elektronických přístrojích se užívá elektronového svazku, který je dále využíván na nejrůznější účely. V těchto případech je třeba tento svazek *fokusovat* nebo *vychylovat*. Jedním z nejjednodušších příkladů je obrazovka, která se zároveň hodí ke sledování tohoto svazku na luminiscenčním stínítku.

Zaostření – fokusaci svazků nabitých částic můžeme provádět krátkou magnetickou čočkou. Krátkou magnetickou čočkou nazýváme cívku, jejíž rotačně symetrické magnetické pole je upraveno tak, že působí na zanedbatelně krátkou část dráhy nabitých částic a fokusuje původně divergentní svazek do bodové stopy na stínítku. Pro ohniskovou vzdálenost  $f$  krátké magnetické čočky platí vztah

$$f = 98 \frac{r}{n^2} \frac{U_a}{I_f^2}, \quad (1)$$

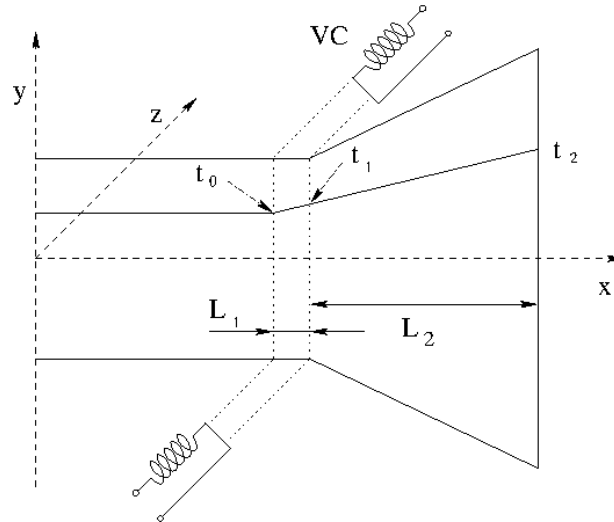
kde  $r$  je poloměr fokusační cívky,  $U_a$  je urychlující napětí, pomocí kterého je svazek urychlen,  $n$  je počet závitů cívky a  $I_f$  je proud tekoucí fokusační cívkou. Abychom mohli určit ohniskovou vzdálenost  $f$  a ověřit platnost vztahu 1, upravíme jej na tvar

$$U_a = \frac{fn^2}{98r} \cdot I_f^2. \quad (2)$$

Nebude-li se během měření poloha fokusační cívky měnit, pak grafem závislosti  $U_a$  na čtverci fokusačního proudu  $I_f$  (tj.  $U_a = f(I_f^2)$ ) při zaostření paprsku do bodu bude přímka. Ze směrnice této přímky lze stanovit ohniskovou vzdálenost, známe-li počet závitů a rozměry cívky.

Vychylování pohybujících se elektronů v magnetickém poli se děje (ostatně stejně jako u fokusace) působením Lorentzovy síly

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (3)$$



Obrázek 1: Silové působení magnetického pole na elektronový svazek. Elektronny vstupují do vychylovacího pole  $B$  v čase  $t_0 = 0$  a setrvávají v něm po dobu  $t_1$  na dráze  $L_1$ . Na dráze  $L_2$  po dobu  $t_2$  již nedochází k vychylování. Lorentzova síla je nulová, dráha elektronu je přímková.

Předpokládáme, že indukce magnetického pole je kolmá ke směru pohybu elektronů a působí na elektron pohybující se od katody ke stínítku obrazovky jen podél dráhy  $L_1$  (viz. 1). Pro pohyb elektronu ve směru osy  $y$  pak máme z rovnice (3)

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{e}{m} \cdot v_x B. \quad (4)$$

Po integraci rovnice (4) dostaneme:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{e}{m} \cdot v_x B t + C. \quad (5)$$

Za předpokladu, že pro čas  $t_0 = 0$  je derivace  $dy/dt = 0$ , dostáváme integrační konstantu  $C = 0$ . Výsledná rychlost, kterou elektron získá ve směru osy  $y$  po průchodu magnetickým polem vychylovací cívky, bude

$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_1} = \frac{e}{m} v_x B t_1, \quad (6)$$

kde  $t_1$  je celková doba průletu vychylujícím magnetickým polem. Dosadíme-li za  $t_1 = L_1/v_x$ , kde  $v_x$  je rychlost elektronů podél osy  $x$ , kterou lze určit z velikosti urychlovacího napětí pomocí vztahu:

$$eU_a = \frac{1}{2} m v_x^2 \Rightarrow v_x = \left( \frac{2eU_a}{m} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

dostáváme

$$v_y |_{t=t_1} = \frac{e}{m} \cdot B \cdot L_1. \quad (8)$$

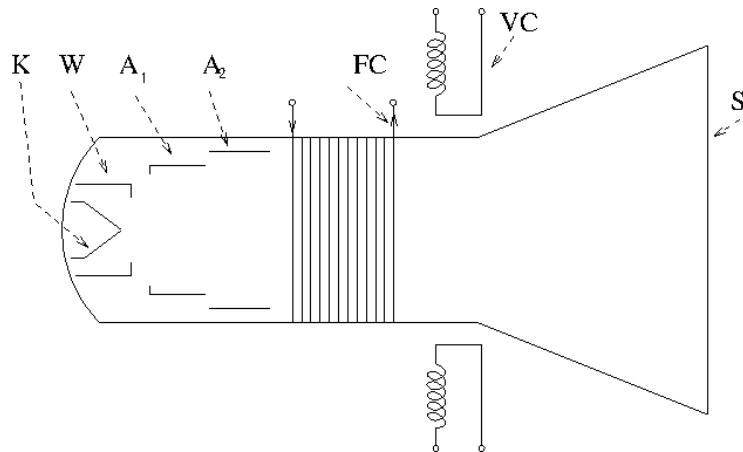
Na stínítku bude výchylka elektronového svazku přibližně

$$y = v_y t_2, \quad (9)$$

kde  $t_2$  je doba letu od vychylovacího systému ke stínítku, během níž se pohybuje elektron již jen setrvačností,  $t_2 = L_2/v_x$ .

Dosadíme-li do (9) za  $v_y$  ze vztahu (8), dostaneme vztah pro výchylku elektronového paprsku na stínítku

$$y = \sqrt{\frac{e}{2m}} L_1 L_2 \frac{B}{\sqrt{U_a}}. \quad (10)$$



Obrázek 2: Schématické znázornění uspořádání obrazovky s magnetickou fokusací a s magnetickým vychylováním.  $K$  - katoda,  $W$  - Wehneltův válec,  $A_1$  a  $A_2$  - anody,  $FC$  - fokusační cívka,  $VC$  - dva páry vychylovacích cívek,  $S$  - stínítko.

Indukce  $B$  vychylovacího magnetického pole je pochopitelně přímo úměrná proudu  $I_v$ , který teče vychylovací cívkou. Pro ověření vztahu (10) budeme měřit jednak závislost

$$y = f(I_v)$$

výchylky  $y$  na vychylovacím proudu  $I_v$  při konstantním urychlovacím napětí  $U_a$  a dále závislost

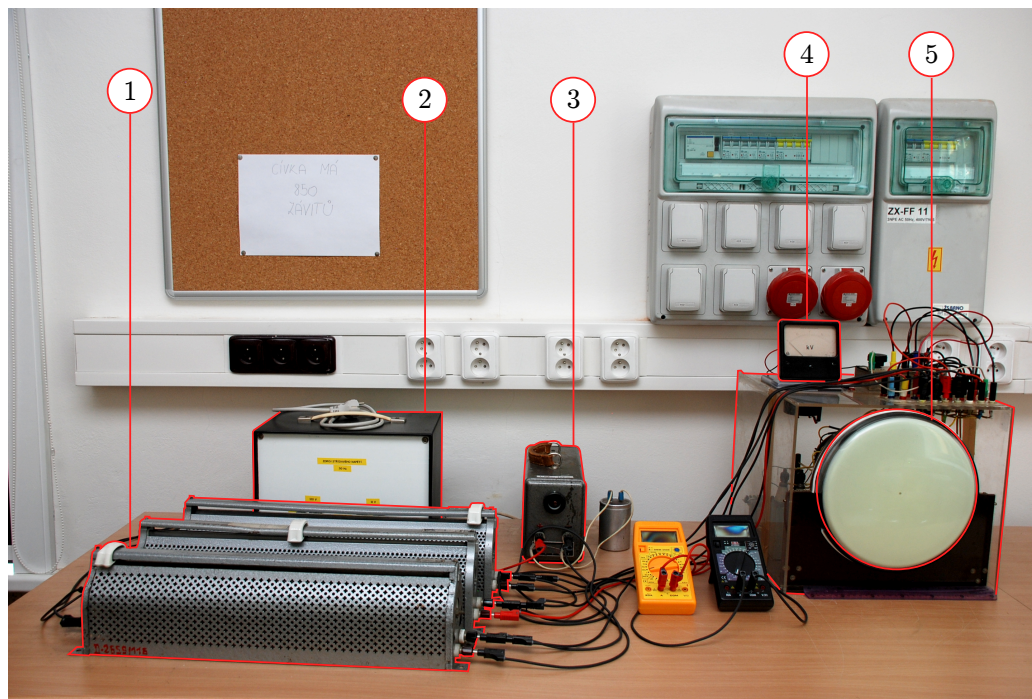
$$y = f(U_a^{-\frac{1}{2}})$$

při konstantním vychylovacím proudu  $I_v$ .

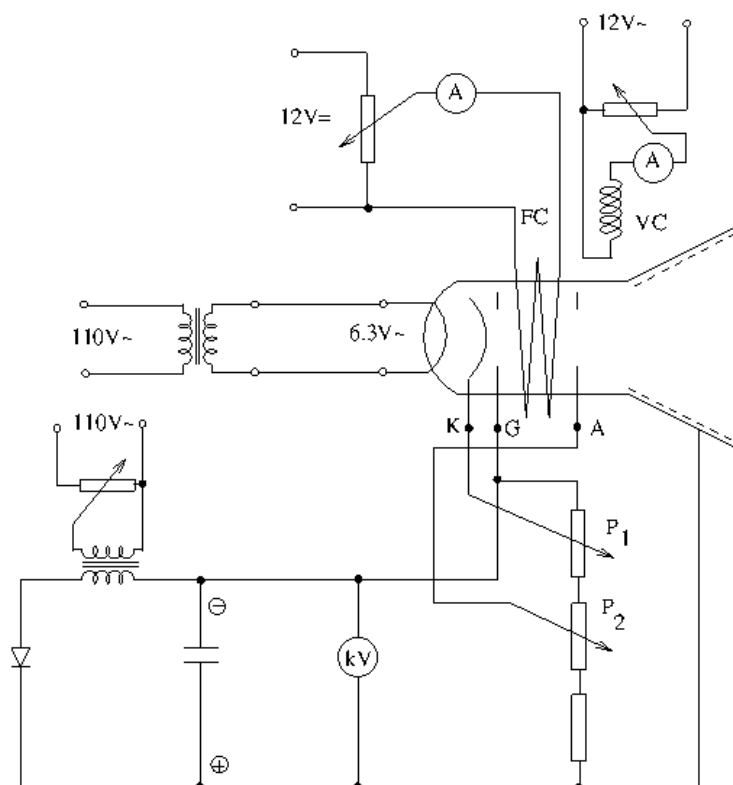
Studium pohybu nabitých částic budeme provádět pomocí obrazovky. Obrazovka je v podstatě víceelektrodová elektronka s elektronovou tryskou a luminiscenčním stínítkem - viz Obr. 2. Zdrojem elektronů je žhavená katoda, která emituje elektrony. Tyto elektrony jsou odpuzovány záporným potenciálem mřížky (tzv. Wehneltova válce), do otvoru ve Wehneltově válci a vytvářejí úzký osově divergentní svazek. Tento svazek pak prochází středem dalších dvou elektrod - anod  $A_1$  a  $A_2$ , které jsou na vysokém kladném potenciálu proti katodě až 20 kV. Anody urychlují svazek elektronů na takovou rychlost, aby mohlo dojít po jejich dopadu na stínítko k rozsvícení luminoforu. Anody se rovněž podílejí na (zde elektrostatické) fokusaci svazku.

Uvnitř obrazovky je snižený tlak plynů na takovou hodnotu, aby střední volná dráha elektronů byla větší, než je vzdálenost katoda - stínítko. V opačném případě by byly elektrony zabrzděny srážkami s molekulami zbytkových plynů. Vně obrazovky je umístěna fokusační cívka (krátká magnetická čočka), která svým magnetickým polem fokusuje svazek letících elektronů do bodu na stínítku.

Za fokusační cívku jsou umístěny opět vně trubice dva páry vychylovacích cívek pro magnetické vychylování, jeden pár pro vychylování ve vertikálním směru, druhý pár pro horizontální směr. Mimo magnetického vychylování se (hlavně u osciloskopů) používá vychylování elektrickým polem.



Obrázek 3: Aparatura pro měření úlohy: (1) Potenciometry pro změnu anodového napětí ( $U_a$ ), fokusačního ( $I_f$ ) a vychylovacího proudu ( $I_v$ ). (2) Střídavý zdroj pro anodového napětí a vychylovacího proud. (3) Stejnoseměrný zdroj fokusačního proudu. (4) Voltmetr pro měření velikosti anodového napětí. (5) Stínitko obrazovky



Obrázek 4: Elektrické schéma zapojení obvodů pro měření na obrazovce.

## Postup měření

Dle Obr. 4 připojte obrazovku k napájecím napětím a měřícím přístrojům. Po sestavení a kontrole všech obvodů nastavíme jezdce potenciometrů do takové polohy, aby odebíraná napětí a proudy byly minimální. Pak postupně zvyšujeme napětí v jednom obvodu po druhém a ihned kontrolujeme jeho činnost na přístrojích a na obrazovce.

Při ověřování vztahu (2) měníme anodové napětí a stopu na stínítku doostříme potřebnou změnou fokusačního proudu.

Při studiu vychylování svazku elektronů máme zapojen i vychylovací obvod. Vychylovací cívkou protéká střídavý proud, který vytváří střídavé magnetické pole. V důsledku toho vznikne na stínítku stopa, jejíž délka je úměrná dvojnásobné amplitudě vychylovacího proudu  $I_v$ .

Díky setrvačnosti stínítka a lidského oka nevidíme na stínítku pohybující se bod ale úsečku. Při měření závislosti  $y = f(U_a)$  začneme od nejnižších hodnot  $U_a$ , kdy je stopa na stínítku nejdelší a je ještě vidět. Její délku nastavíme vychylovacím proudem téměř přes celé stínítko. Zvyšujeme-li nyní  $U_a$ , bude se délka stopy zmenšovat (viz. (10)) a nepřesáhne okraj stínítka. Při každé změně dojde k rozostření stopy, kterou je nutno doostřit fokusačním proudem. Závislost  $y = f(I_v)$  naměř pro dvě různé hodnoty  $U_a$ , závislost  $y = f(U_a)$  naměř pro dvě různé hodnoty  $I_v$ .

Fokusační cívka má poloměr  $r = 2$  cm a počet závitů je  $n = 1000$ .

**POZOR !** Sestavený vysokonapěťový usměrňovač může dodávat velký proud, který může způsobit při neopatrném zacházení úraz! K obrazovce jsou dále připojeny obvody pro regulaci a měření fokusačního a vychylovacího proudu.

## Dodatek

Návrhy tabulek naměřených a vypočtených veličin pro grafické vyjádření.

$U_a = fce(I_f^2)$			
Měření	$U_a$	$I_f$	$I_f^2$
n	[kV]	[A]	[A] <sup>2</sup>
1			
2			
·			
~ 10			

Tabulka 1: Návrh tabulky naměřených a vypočtených veličin pro určení funkční závislosti fokusačního proudu na urychlujícím napětí  $U_a = fce(I_f^2)$

$y = fce(I_v)$ pro $U_a = \text{konst.}$				
Měření	$U_a = k_1$ [kV]		$U_a = k_2$ [kV]	
n	$I_v$ [mA]	y [mm]	$I_v$ [mA]	y [mm]
1				
2				
·				
~ 10				

Tabulka 2: Návrh tabulky naměřených veličin pro určení funkční závislosti výchylky elektronového svazku na vychylovacím proudu  $y = fce(I_v)$  pro  $U_a = \text{konst.}$

$y = fce(1 / \sqrt{U_a})$ pro $I_v = \text{konst.}$						
Měření	$I_v = k_1$ [mA]			$I_v = k_2$ [mA]		
	$U_a$ [kV]	$1 / \sqrt{U_a}$	$y$ [mm]	$U_a$ [kV]	$1 / \sqrt{U_a}$	$y$ [mm]
1						
2						
.						
~ 10						

Tabulka 3: Návrh tabulky naměřených a vypočtených veličin pro určení funkční závislosti výchylky elektronového svazku na vychylovacím napětí  $y = fce(1 / \sqrt{U_a})$  pro  $I_v = \text{konst.}$

## Užití v praxi

Fokusace a vychylování jsou základní způsoby ovládní elektronového svazku, pro praktické využití jsou ale velmi důležité. Jako příklad si uveďme skenovací elektronový mikroskop (SEM), který je v principu zařízení velmi podobné aparatuře použité při realizaci této úlohy. Skládá se z elektronového zdroje (děla) a soustavy čoček, které fokusují svazek elektronů na vzorek. U obrazovky tento svazek dopadá na stínítko, kde rozsvěcí luminofor a v mikroskopu interaguje s materiálem vzorku a vytváří pozorovaný signál. Úkolem soustavy čoček je zmenšit průměr svazku (stopy) na vzorku, aby bylo možné dosáhnout vysokého rozlišení. Velikost této stopy se pohybuje zhruba na úrovni 1 nm. Optická soustava zároveň slouží k řízení proudu ve svazku (množství elektronů dopadajících na vzorek za jednotku času) a jeho optických vlastností. Kvůli tomu nestačí jediná fokusační cívka, jako je v obrazovce používané v praktiku, ale celá soustava je složitější.

Podobně jako v obrazovce, i SEM obsahuje soustavu vychylovacích cívek. Jejich úlohou je měnit polohu svazku na vzorku a bod po bodu vytvářet výsledný obraz. V obrazovce i mikroskopu je potřeba vychylovat svazek ve dvou osách a maximální vychylovací proud (pokud jde o magnetické vychylování) určuje výslednou velikost skenované oblasti a tedy zvětšení. Protože se v mikroskopii pro různé účely používá různé energie elektronového svazku, je nutné znát závislost vychylování i na urychlovacím napětí. Například, když operátor mikroskopu sleduje dané zorné pole a změní energii svazku, je nutné, aby řídicí systém mikroskopu změnil jak fokusační proud tak i proud vychylovací, aby nedošlo k rozostření obrazu nebo změně zvětšení.

## Literatura

- [1] Fuka, Havelka: Elektřina a magnetismus, SPN, Praha 1965
- [2] Ondráček Z. : Elektronika pro fyziky, Skriptum Přír. fak. MU, Brno 1998
- [3] Sedlák B., Štoll I. : Elektřina a magnetismus, Vydavatelství Karolinum, Academia Praha 1993