FUNKCE

Funkce - uspořádaná dvojice čísel

- číslu **x** je přiřazeno číslo **y** (zobrazení **f** množiny **M** do množiny **N**)
- **y = f(x)** **explicitní** vyjádření
- **F(x,y) = 0** **implicitní** vyjádření
- **x = φ(t), y = ψ(t)** **parametrické** vyjádření (parametr **t**, /třetí proměnná/)

y – závisle proměnná

x – argument funkce, nezávisle proměnná

y, resp. **f(x)**, je hodnotou funkce v bodě **x**

Funkce zapsaná v konkrétním tvaru – **analytické vyjádření**

Grafické znázornění – **graf:** množina v rovině, dané souřadnicovým systémem **x, y**

LINEÁRNÍ FUNKCE

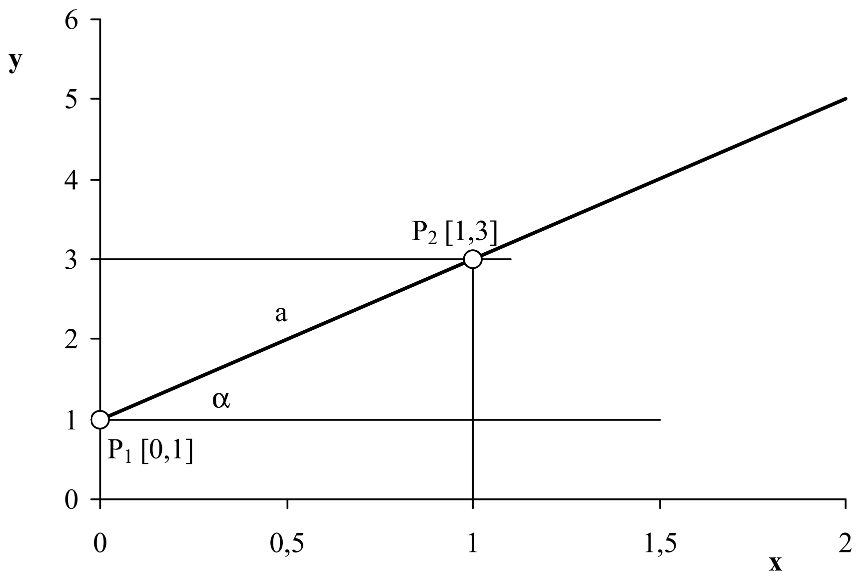
Rovnice přímky

y = ax + b

a je směrnice, **b** je úsek na ose **y**

směrnice **a = tg a**

$\mathbf{a = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)}$



Rovnice přímky definovaná bodem a směrnicí

Př.: Bod **P2** [1,3] a směrnice **a = 2**: **2 = (y – 3)/(x - 1)** ⇒ **y = 2x + 1**

LINARIZACE PROBLÉMU

Rovnovážné konstanty

$$CaCO_3 + H^+ = HCO_3^- + Ca^{2+}$$

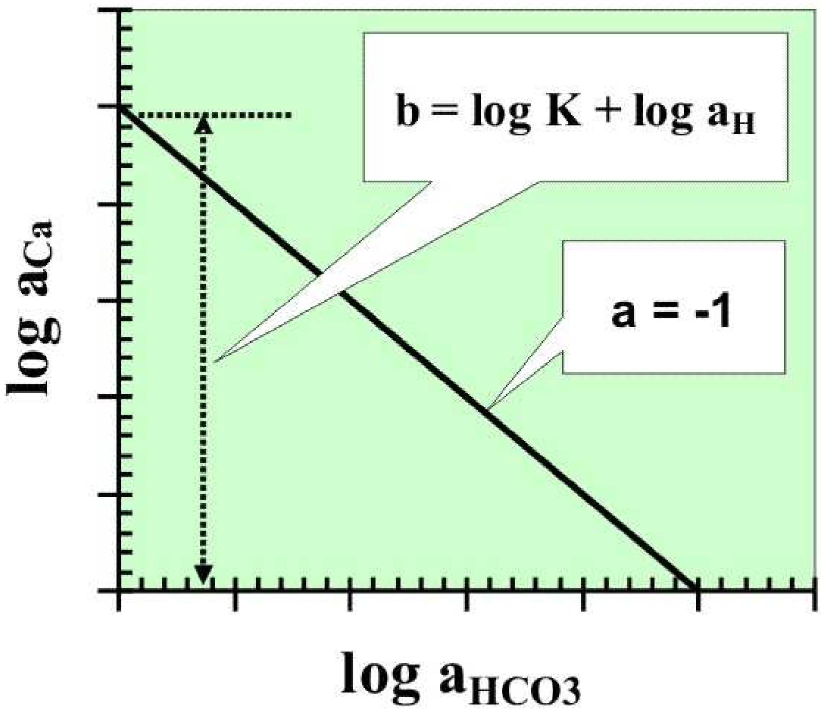
$$K = \frac{a_{HCO_3^-}\, a_{Ca^{2+}}}{a_{H^+}}$$

$$\log K = \log a_{HCO_3^-} + \log a_{Ca^{2+}} - \log a_{H^+}$$

$$\log a_{Ca^{2+}} = -\log a_{HCO_3^-} + \log K + \log a_{H^+}$$

Rovnice přímky:

$$\underbrace{\log a_{Ca^{2+}}}_{y} = \overset{a\ =\ -1}{-}\ \underbrace{\log a_{HCO_3^-}}_{x} + \underbrace{\log K + \log a_{H^+}}_{b}$$



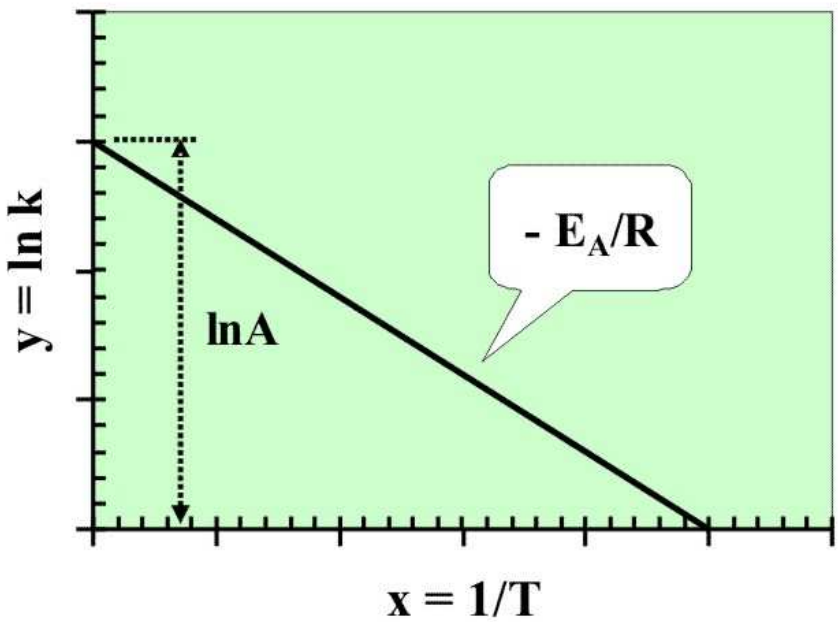
Arheniova rovnice

$$k = A\,e^{-\frac{E_A}{RT}}$$

$$\ln k = \ln A - \frac{E_A}{R}\,\frac{1}{T} \qquad\qquad \ln k = \ln A - \frac{E_A}{RT}$$

Rovnice přímky

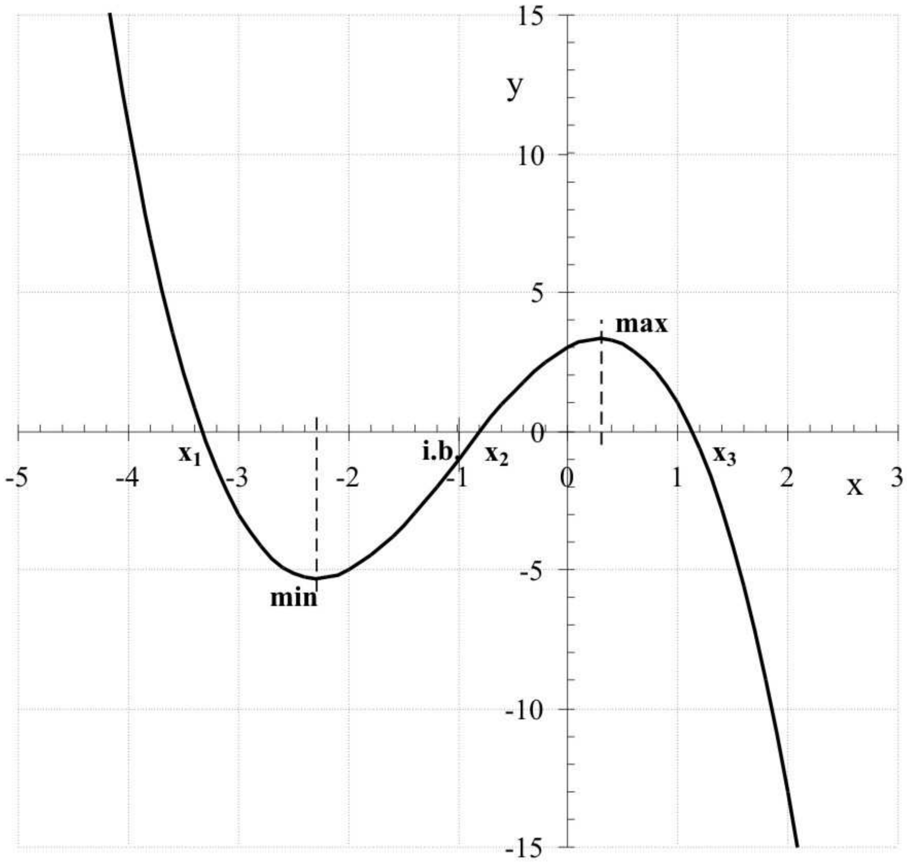
$$\underbrace{\ln k}_{y} = \underbrace{\ln A}_{b} \; \underbrace{-\frac{E_A}{R}}_{a} \; \underbrace{\frac{1}{T}}_{x}$$



POLYNOMIÁLNÍ FUNKCE

Kubická funkce (funkce třetího řádu, n = 3)

$\mathbf{y = - x^3 - 3x^2 + 2x + 3}$



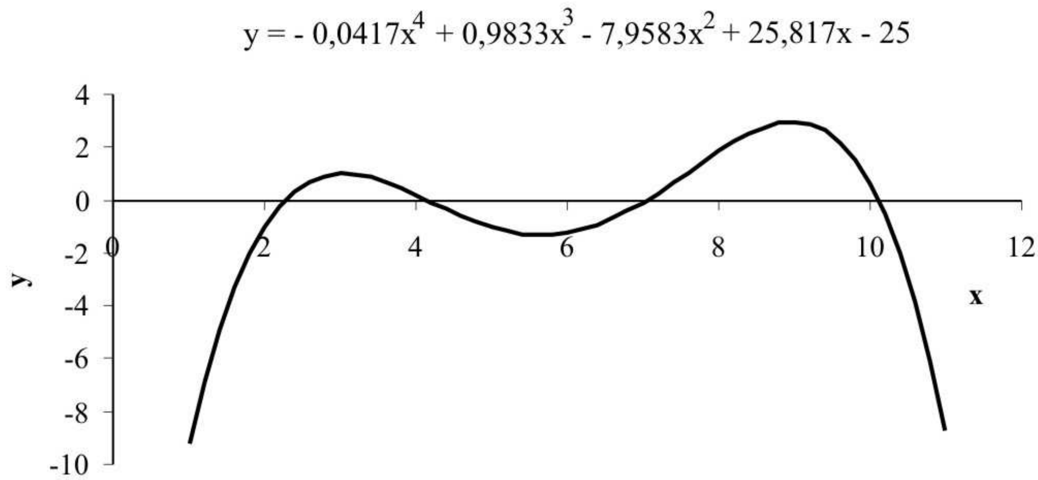
Vlastnosti

- Dva lokální extrémy (n-1) - minimum a maximum
- Konvexní tvar přechází (zleva doprava) do konkávního v inflexním bodě, x = -1
- Tři průsečíky s osou x (n). Odpovídají 3 kořenům polynomu, t.j., řešení rovnice

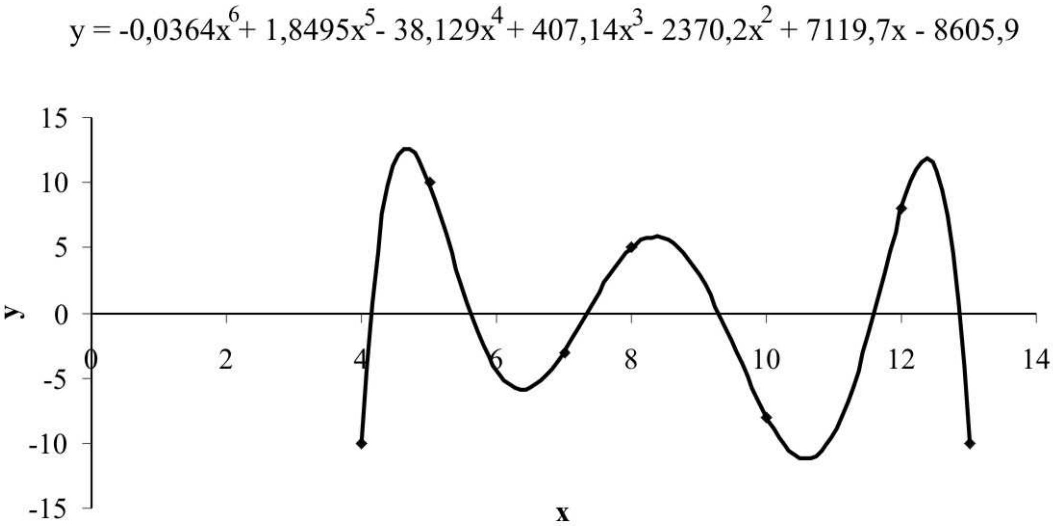
$$\mathbf{- x^3 - 3x^2 + 2x + 3 = 0}$$

Funkce vyšších řádů

Funkce 4. řádu (n = 4): n-1 = 3 lokální extrémy, n=4 kořeny polynomu



Funkce 6. řádu (n = 6): n-1 = 5 lokálních extrémů, n=6 kořenů

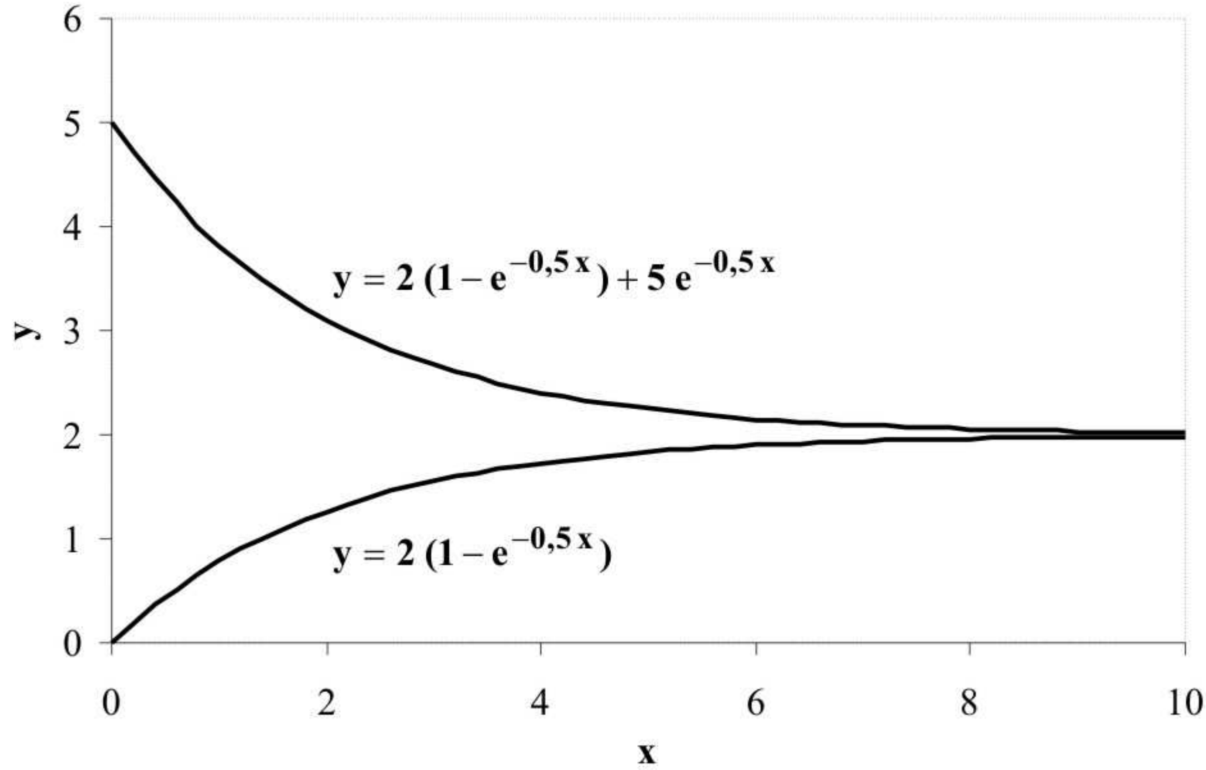


Použití: fenomenologický popis závislosti – matematická závislost bez fyzikálního obrazu/modelu

EXPONENCIÁLNÍ FUNKCE

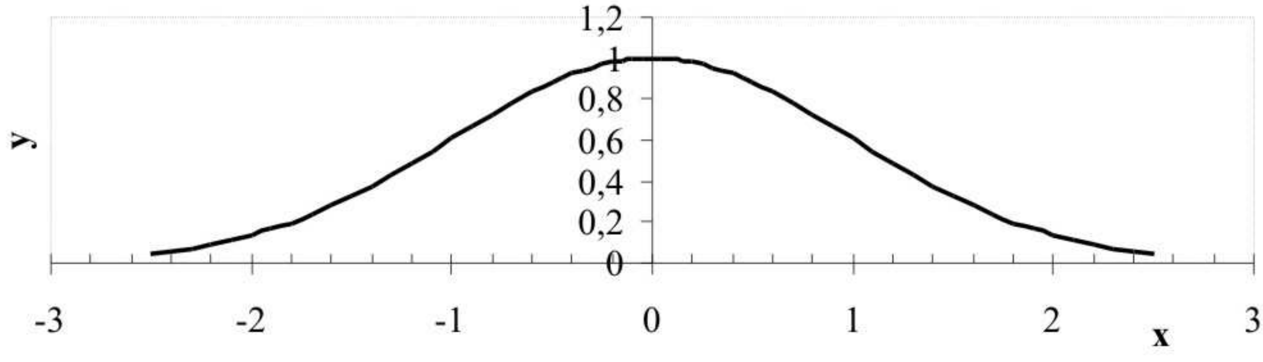
Výsledek řešení diferenciálních rovnic. Velmi častá funkční závislost popisující modelové chování

Funkce $X = \frac{k_1 V}{k_2}\left(1 - e^{-\frac{k_2 A}{V}t}\right) + X_0\, e^{-\frac{k_2 A}{V}t}$



Funkce

$$y = e^{-(ax)^2} \qquad a > 0$$



Gaussova křivka

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\; e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

INVERZNÍ FUNKCE

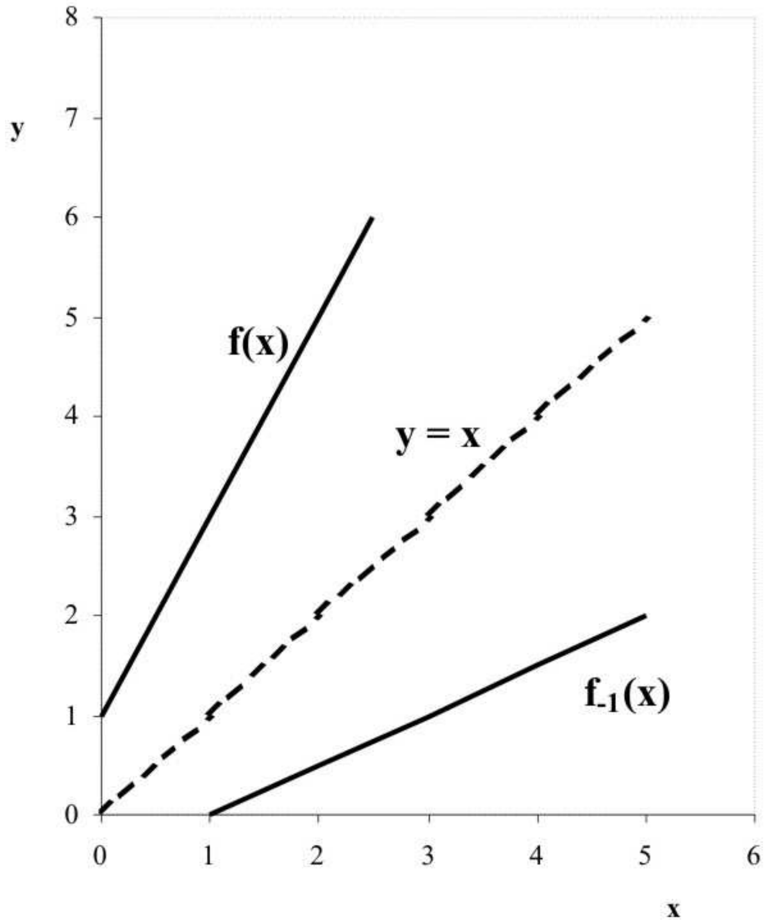
k funkci **y = f(x)** je inverzní funkce definovaná jako $\mathbf{f_{-1}(y) = x}$

Příklad:

y = 2x+1 → **(y - 1)/2 = x**

záměna proměnných: $\mathbf{f_{-1}(x) = (x-1)/2}$

Graf *inverzní funkce* je symetrický ke grafu *původní funkce* podle přímky **y = x**.



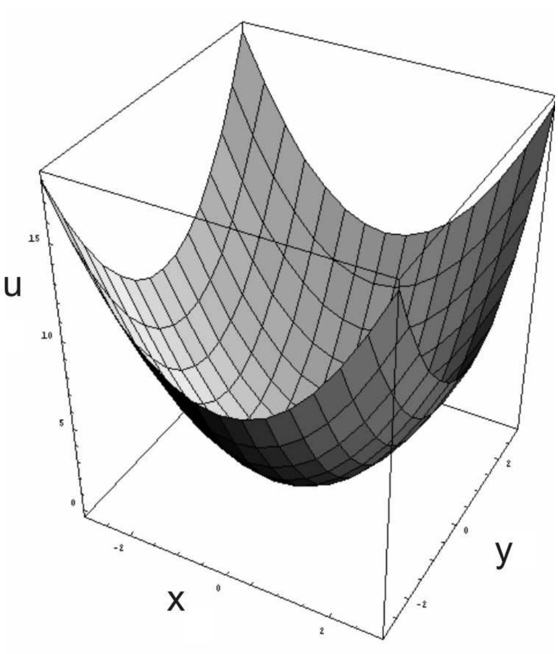
Význam při řešení rovnic!

Podobně u *inverzních matic*!

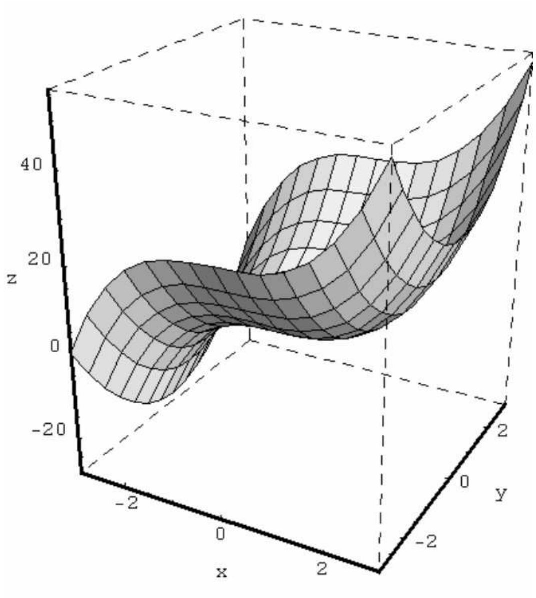
<u>Funkce více proměnných:</u>

$z = f(x, y)$ plocha v prostoru o souřadnicích **x,y,z**

Význam: různé fyzikální veličiny mohou být nazírány v různých fázových prostorech s různými geometriemi



$$\mathbf{u = x^2 + y^2}$$



$$\mathbf{u = x^3 + 3\,y^2}$$

Průsečík dvou různě zvlněných rovin: linie klikatě procházející prostorem