

Seminář z matematiky II – jaro 2014 – 2. písemka

1. Z definice limity dokažte, že $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} = 0$.
2. Z definice limity dokažte, že $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(x)$ neexistuje.
3. Z definice limity dokažte, že funkce $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ je spojitá v bodě 0.
4. Z definice stejnoměrné spojitosti dokažte, že funkce $f(x) = \frac{1}{x}$ není stejnoměrně spojitá na intervalu $(0, 1)$.
5. Nechť funkce $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jsou spojité na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a splňují $f(0) < g(0)$ a $f(1) > g(1)$. Z definice limity dokažte, že potom existuje $x \in (0, 1)$ takové, že $f(x) = g(x)$.
6. Nechť funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je neklesající na \mathbb{R} . Z definice limity dokažte, že potom $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ existuje pro každé $a \in \mathbb{R}$.