

Cvičení 13 – příklady na opakování

Příklad 1.: Webový server obslouží během tří hodin průměrně 2250 klientů. Za předpokladu, že počet obslužených klientů se řídí Poissonovým rozložením, vypočítejte pravděpodobnost, že tento server obslouží během 7 minut více než 100 klientů.

Výsledek: Hledaná pravděpodobnost je 0,0846.

Příklad 2.: Sledujeme dobu mytí auta v myčce. Máme k dispozici tyto napozorované doby (v min): 10 8 7 8 14 45 13 20 8 8 9 11 15 36 7 4 6 15

a) Na hladině významnosti 0,05 testujte Darlingovým testem hypotézu, že doba mytí auta se řídí exponenciálním rozložením.

b) Najděte bodový odhad parametru λ a sestrojte 95% interval spolehlivosti pro λ .

c) Vypočítejte pravděpodobnost, že doba mytí auta bude trvat nejvýše 10 min.

d) Stanovte takovou dobu, během níž bude mytí skončeno s pravděpodobností aspoň 0,9.

Výsledek:

Ad a) H_0 nezamítáme na hladině významnosti 0,05.

Ad b) $\hat{\lambda} = 0,0738$, $0,0437 \leq \lambda \leq 0,1116$ s pravděpodobností aspoň 0,95

Ad c) Pravděpodobnost, že mytí auta bude trvat nejvýše 10 min, je 0,5218.

Ad d) Během 31 minut a 12 sekund bude mytí auta skončeno s pravděpodobností 0,9.

Příklad 3.: Do stabilizovaného systému M/M/n/FIFO přichází v průměru 40 zákazníků za 1 h a zákazník je v průměru obslužen za 4 minuty. Náklady na pobyt zákazníka v systému po dobu 1 h činí 100 Kč a náklady na provoz jedné linky obsluhy po dobu 1 h jsou 110 Kč.

Najděte optimální počet linek obsluhy, hodnotu kritériální funkce pro tento optimální počet a také procento využití systému.

Výsledek: Optimální počet linek je 4, $C(4) = 222,35$. Pro $n = 4$ je využití systému 66,7 %.

Příklad 4.: V dílně pracují 3 opraváři. Do dílny přichází v průměru 24 zákazníků za 1 h a doba opravy je v průměru 5 min. Předpokládáme, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces a doba opravy se řídí exponenciálním rozložením. Může se systém stabilizovat? Pokud ano, řešte následující úlohy:

a) Kolik % přicházejících zákazníků bude muset čekat na opravu?

b) Jaký je průměrný počet volných opravářů?

c) Jaká je průměrná doba čekání na opravu?

Výsledek:

Ad a) 44,4 % přicházejících zákazníků bude muset čekat na opravu.

Ad b) V průměru je volný 1 opravář.

Ad c) Zákazník čeká na opravu průměrně 2 min a 13 s.

Příklad 5.: Do půjčovny aut, která vlastní 5 vozidel, přijde za den průměrně 3,8 zákazníků, kteří si chtějí půjčit auto. Pokud není volné auto, zákazník je odmítnut. Průměrná doba půjčení auta je 1,6 dne.

a) Na kolik % je půjčovna využívána?

b) Jaká je pravděpodobnost, že zákazník bude odmítnut?

c) Jaká je pravděpodobnost, že v půjčovně nebude žádný zákazník?

Výsledek:

Ad a) Půjčovna je využita na 77,7 %.

Ad b) Pravděpodobnost, že přicházející zákazník bude odmítnut, je 0,3659.

Ad c) Pravděpodobnost, že v půjčovně nebude žádný zákazník, je 0,0053.