



Zadání 1. série
BRKOS

Termín odeslání: 27.10.2014



BRKOS neboli Brněnský korespondenční seminář je matematická soutěž pro středoškoláky se zájmem o matematiku a pro další podivná individua. Dává vám možnost zdokonalit se ve formulaci svých myšlenek a také poměřit síly s ostatními řešiteli. Aktivní řešitelé mohou jet dvakrát za rok na týdenní soustředění plné her, zábavy a nových známostí. Ti nejlepší z vás se mohou těšit na opravdu hodnotné ceny, jako například fotoaparát, koloběžka anebo Kindle. Navíc tento rok poprvé speciální odměna za každý řešený příklad!

Takže neváhejte, přečtěte si zadání, sepište alespoň částečné řešení nějaké úlohy a zapojte se ještě dnes!

Úloha 1.1. Bubla, Liběnka, Henry a Matěj hráli hru. Protože byli čtyři, napsali si na tabuli čtyři čtyřky a jejich úkolem pak bylo vepsat mezi ně tři znaménka některých ze čtyř základních operací (sčítání, odčítání, násobení a dělení, znaménka se mohla i opakovat) a závorky. Jejich cílem bylo postupně tímto způsobem vytvořit všechna celá čísla od 0 až po 9 včetně. Zvládnete to také?

Úloha 1.2. Matěj s Liběnkou si hráli s míčem. I tu jim míč znenadání spadl do trávy. Liběnka pozorně obešla míč dokola a všimla si, že na míči sedí 5 sluníček sedmítečných. Když to řekla Matějovi, hned jí odpověděl: „A víš, že můžeš natočit míč tak, že když se na něj podíváš přímo shora, tak, abys viděla právě jednu polosféru včetně její hranice, uvidíš alespoň 4 sluníčka?“ Přesvědčte o tom Liběnkou.

Úloha 1.3. Liběnka s sebou nosí svazek s n klíči na jednom kroužku. Aby poznala, který klíč je který, rozhodla se, že si každý z n klíčů obarví nějakou barvou. Pro každé přirozené číslo n rozhodněte, kolik nejméně barev musí Liběnka použít, aby každý klíč podle barev rozeznala, ať už se klíče v kapse otočí nebo překloupí jakkoli.

Úloha 1.4. Ňouma zjistil, že má na kalhotách díru ve tvaru konvexního n -úhelníka. Díra má plošný obsah 10cm^2 . Chce si na ni pořídit obdélníkovou záplatu. Ukažte, že ať jsou rozměry díry jakékoli, vždy existuje obdélníková záplata, která ji celou překryje a přitom nebude její plošný obsah větší než 20cm^2 . Přesahy záplaty zanedbejte. (Konvexní útvar s každými dvěma svými body obsahuje i úsečku, která je spojuje.)

Úloha 1.5. Když Matěj ukazoval Henrymu svoji oblíbenou sbírku příkladů, poznamenal:

1. „Každý můj oblíbený příklad je zajímavý.“
2. „Všechny příklady s hvězdičkou jsou ve škole neoblíbené.“
3. „Každý složitý příklad je můj oblíbený.“

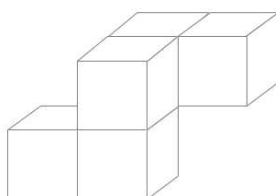
4. „Zajímavý příklad je vždy nezvyklý.“
 5. „Všechny příklady s hvězdičkou jsou složité.“

Henry se chvíli zamyslel a odvodil z předchozích vět dvě další věci:

- a) Každý ve škole neoblíbený příklad je zajímavý.
 b) Všechny příklady s hvězdičkou jsou nezvyklé.

Rozhodněte, které z Henryho závěrů nutně vyplývají ze zadaných informací.

Úloha 1.6. Ňouma měl jednou megalomanský sen. Zdálo se mu, že kostičkami, jako je ta na obrázku, vyplnil celý prostor tak, aby žádné místo v prostoru nezůstalo prázdné, ale přitom se kostičky vzájemně nepřekrývaly. Najděte způsob, jakým to mohl Ňouma udělat.



Úloha 1.7. Kouma si hrál se čtyřmi přirozenými čísly a, b, c, d . Přišel k němu Ňouma a všiml si, že platí rovnosti

$$ab + a + b = 524,$$

$$bc + b + c = 146,$$

$$cd + c + d = 104,$$

$$abcd = 8!,$$

kde $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. Najděte všechny četveřice čísel, s nimiž si Kouma mohl hrát.

Bonusová úloha. Matěj s Liběnkou si zrovna užívali začátek školního roku, když vtom na dveře zaklepala banda řešitelů. „Rychle jim zadej nějakou úlohu, ať se nějak zabaví“, vyhrkl Matěj. Liběnka si povzdychla, otevřela dveře a mile zanotovala: „Namalujte Brkosáka, který vaří guláš a popište příslušné ingredience. Nemusíte přitom dokazovat, že se skutečně jedná o guláš.“

Svá řešení posílejte na adresu:

BRKOS

Přírodovědecká fakulta MU

Kotlářská 2

611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:

<http://brkos.math.muni.cz/>



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ