

# Měření délek

Přímé a nepřímé měření délek

Délkou rozumíme vzdálenost mezi dvěma body vyjádřenou v délkových jednotkách

- vodorovné délky
- šikmé délky

Pro další účely se délky redukují do nulového horizontu a převádějí se do zobrazovací roviny kartografického zobrazení .

# *Jednotky*

Základní délkovou jednotkou je podle ČSN 01 1300 metr, který je definován takto:

Metr je délka dráhy, kterou uletí světelný paprsek ve vakuu za  $1/299\,792\,458$  s.

# Definice metru

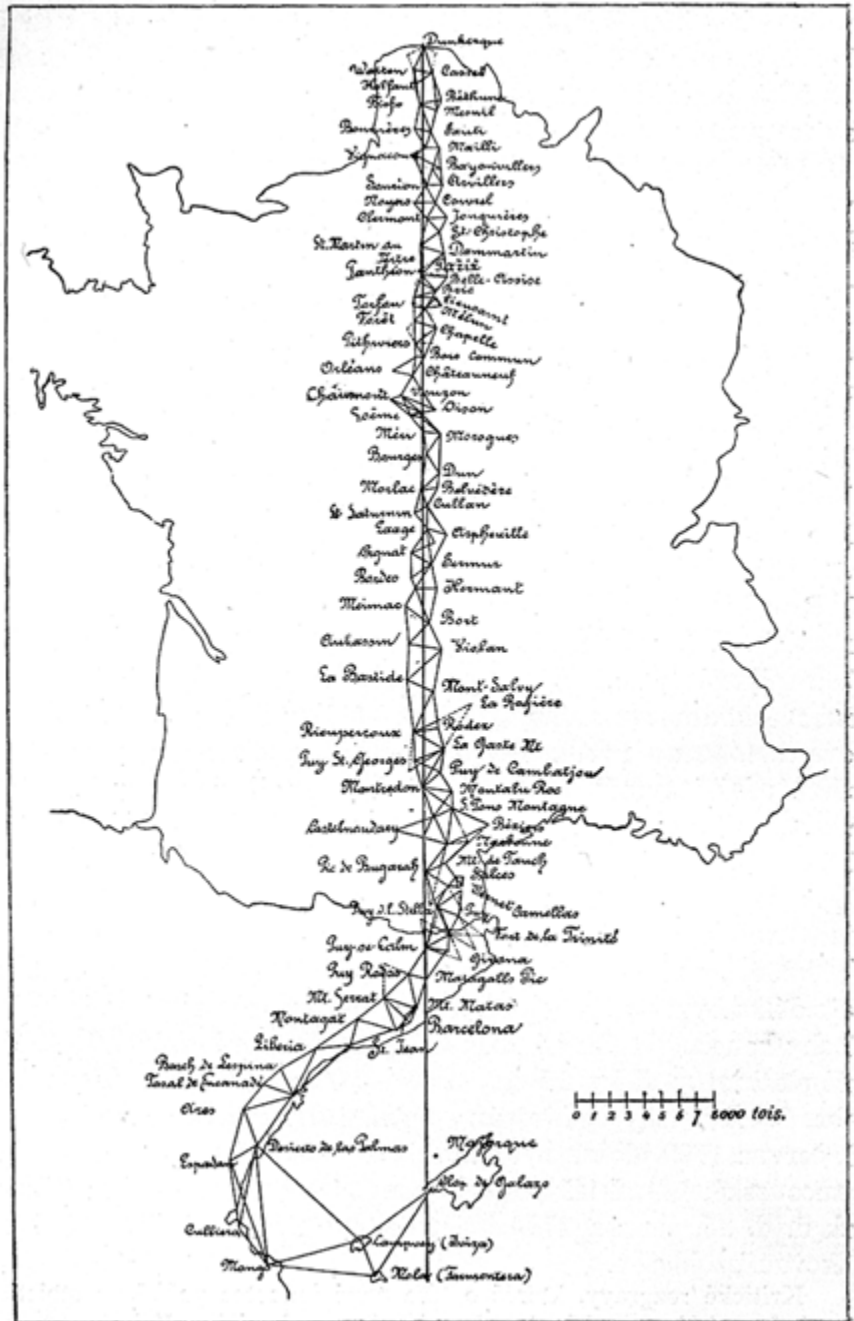
Název navrhl *J.CH.Borda* (astronom a matematik) podle řeckého *metres – míra*  
První návrh vyplynul z délky sekundového kyvadla (8.5.1790)

Další návrh 30.3.1791 – desetimilióntá část kvadrantu zemského

**Metr je desetimilióntá část kvadrantu zemského (10.12.1799),**

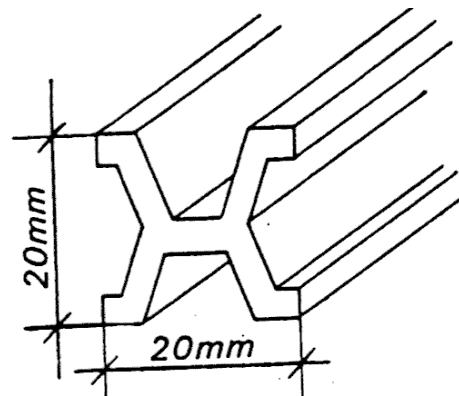
Vyrobeno koncové měřidlo – tzv. archivní metr, platinová tyč, přesnost 0,01 mm.

1 m = 0,513 074 0 toise du Pérou (železného etalonu) při 13°R



**Metr je vzdálenost obou koncových rysek** na prototypu uloženém v Mezinárodním úřadě pro míry a váhy v Sévres u Paříže, při teplotě 0°C, tlaku jedné atmosféry, v horizontální poloze a při podepření ve dvou bodech nejmenšího průhybu. (1889)

Platino-iridiová (90%Pt + 10% Ir) tyč profilu X 2x2cm, délky 102 cm, čárkové měřidlo, přesnost 0,0002 mm, hmotnost 3,3 kg.



V r. 1870 ustavena „Mezinárodní komise pro metr“ - 24 států.

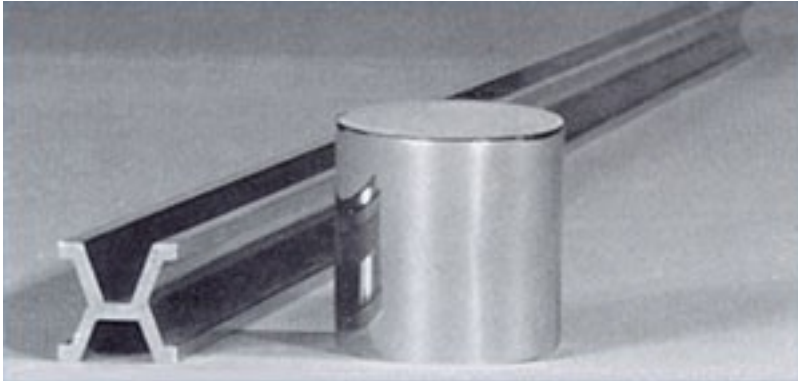
Doporučeno vyhotovit čárové měřidlo z odolnějšího materiálu než platina

V r. 1874 vyrobeno 30 prototypů,

Za mezinárodní vybrán prototyp č.6 (nejlepší souhlas s archivním metrem 0,03 mm)

Metrická konvence přijata v roce 1875 a založen Mezinárodní úřad pro míry a váhy

V Rakousku Uhersku přijata 1871 (užívat od 1.1.1876),  
V Československu od 1922 prototyp č.7 (od 1928). Nyní je na Slovensku.  
Jeho rovnice byla  $1m + 0,16\mu m + (8,806 t + 0,001 77 t^2 ) \mu m \quad 0,2 \mu m$



## Metr a kilogram (Paříž)



**Metr je délka rovnající se 1 650 763,73 násobku vlnové délky záření šířícího se ve vakuu, která přísluší přechodu mezi energetickými hladinami  $2p_{10}$  a  $5d_5$  atomu kryptonu 86 (fyzikální definice z **14. 10. 1960**), 100 x přesnější.**

**Metr je délka dráhy, kterou urazí světlo ve vakuu za dobu 1/299 792 458 sekundy. (časová definice **20.10.1983**)**

**Sekunda (s)** je doba trvání 9 192 631 770 period záření, které přísluší přechodu Mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu Cesia 133  
Přesnost  $5 \cdot 10^{-13}$

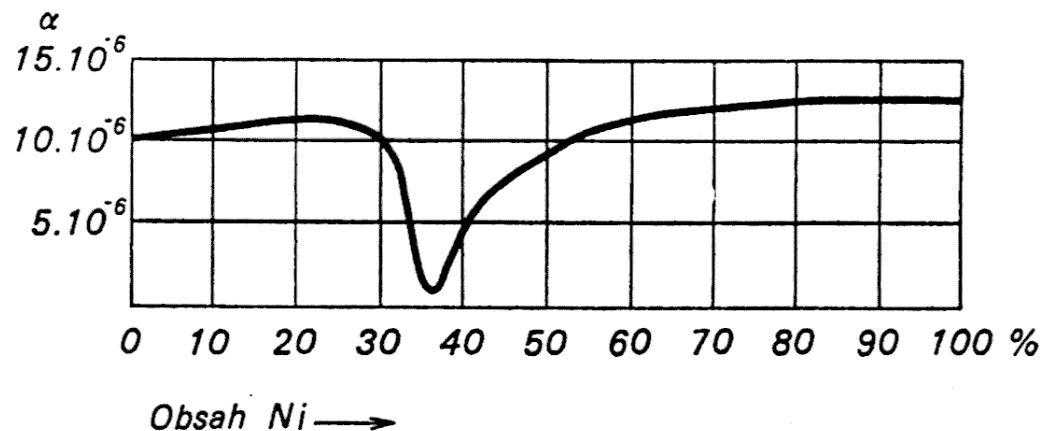
# INVAR

Název odvozen od slova invariant - neměnný

*Hopkinson* (1890) objevil, že slitina niklu a železa má proměnlivé elektrické a magnetické vlastnosti.

*Benoit a Guillaume* učinili objev o změně koeficientu roztažnosti této slitiny - při poměru 64% Fe a 36% Ni klesne koeficient roztažnosti na  $1,5 \cdot 10^{-6}$

*Charles Édouard Guillaume* (1861-1938) – v roce 1920 obdržel Nobelovu cenu za fyziku za objev anomálií v Niklu.





# Metrologie délek

Tři stupně etalonáže měřidel

primární etalonáž

realizace délkové jednotky pomocí její platné definice (reálně: interferometricky)

sekundární etalonáž

sekundární etalony se odvozují podobným způsobem jako primární. Slouží pro komparaci pracovních měřidel

pracovní měřidla

Řád sekundární etalonáže	délka měřidla / mezní chyba	
1	1 m / (0,1 + 0,2 L) $\mu\text{m}$	10 m / (1 + 1 L) $\mu\text{m}$
2	1 m / (0,2 + 0,5 L) $\mu\text{m}$	20 m / (2 + 2 L) $\mu\text{m}$
3	2 m / (1 + 5 L) $\mu\text{m}$	30 m / (5 + 3 L) $\mu\text{m}$
4	2 m / (10 + 20 L) $\mu\text{m}$	30 m / (10 + 10 L) $\mu\text{m}$

# METODY MĚŘENÍ DÉLEK

**PŘÍMÉ** (*měřidlo klademe přímo do měřené vzdálenosti -  
přímé spojnice dvou bodů*)

- Měření délek tuhými měřidly (pásma, latě)
- Elektrooptické dálkoměry
- Laserové dálkoměry
- Rádiové dálkoměry

**NEPŘÍMÉ** (*měříme jiné veličiny nebo pomocné základny  
a určenou délku vypočteme*)

- Optické dálkoměry
- Trigonometrické určování délek
- GNSS

# Měřická pásma

Nejčastěji se používají pásma s ocelovou nebo plastovou stuhou, umístěná na vidlici nebo v pouzdře délky 10 m, 20 m, 30 m nebo 50 m.

Přednost se dává ocelovým pásmům na vidlici délky 20 m nebo 30 m.

Na železnici, v blízkosti vysokého napětí atp., je nutné používat pásma vyrobená z nevodivého materiálu (plastová).

Přesnost **měřických** pásem ocelových je asi 1 mm/10 m, plastových asi 2 mm/10 m.

Invarová pásma se používají jen pro nejpřesnější práce

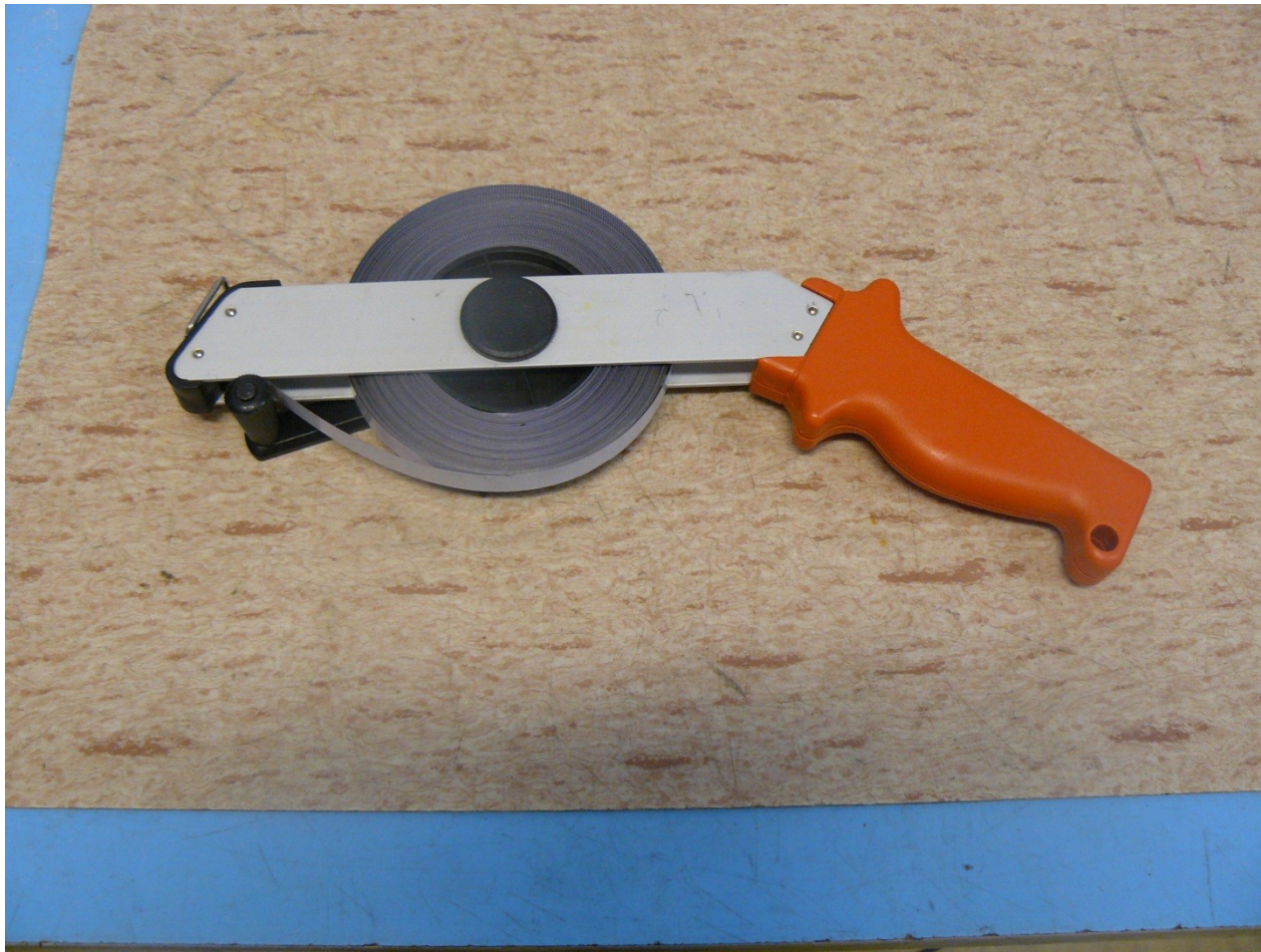


Pásma na vidlici

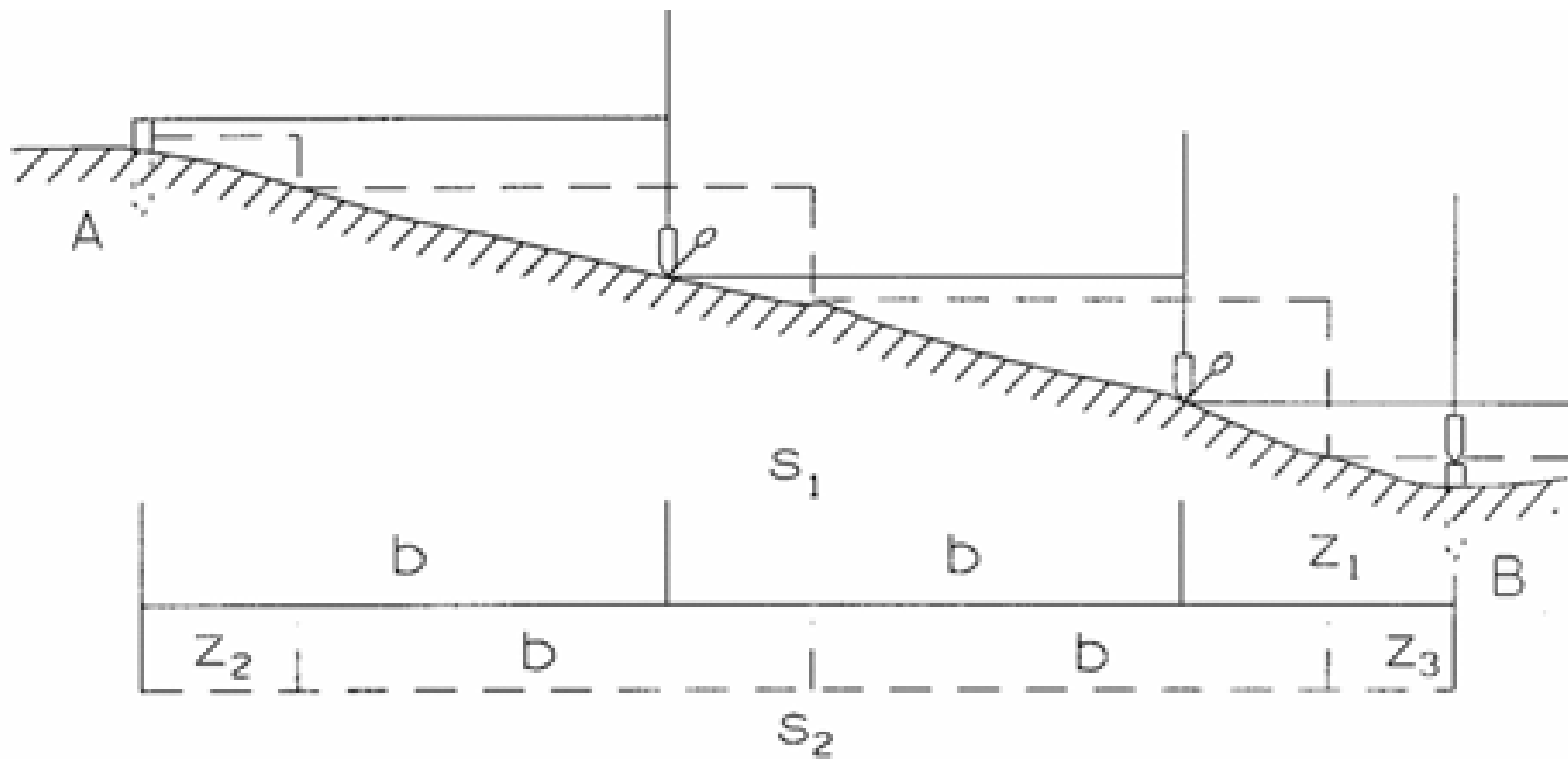


Pásma v pouzdře  
(pro měřické účely nevhodné)

# Pásmo ve vidlici s ocelovou lakovanou stuhou

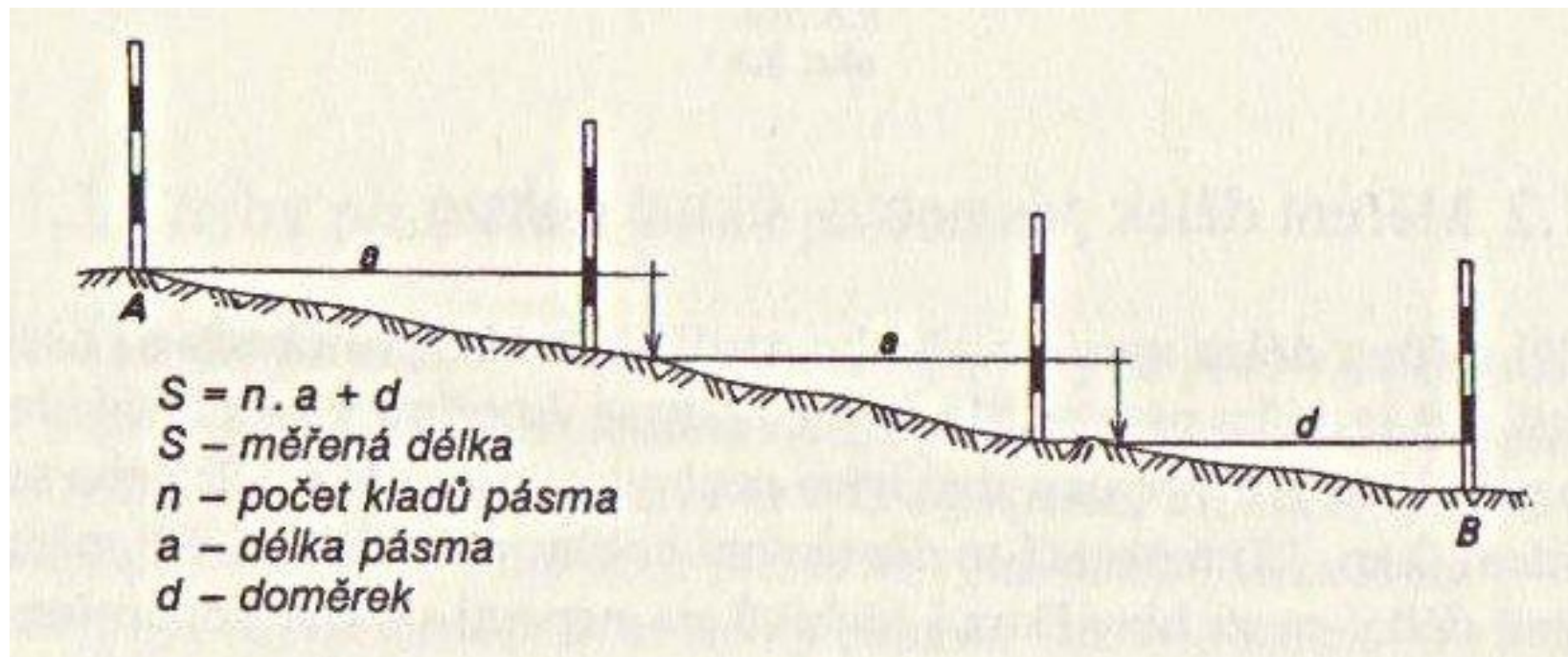


# Technologie měření (schéma)



# PŘÍMÉ METODY MĚŘENÍ DÉLEK

## MĚŘENÍ DÉLEK PÁSMEM



S ..... měřená délka

n ..... počet kladů pásma

a ..... délka pásma (20, 30, 50 m)

d ..... doměrek

$$S = n \cdot a + d$$

# Technologie měření

- Měříme vždy minimálně dvakrát.
- Měříme vodorovným pásmem.
- Před změřením délky, resp. provážením konce jednoho kladu se ujistíme o správné poloze „nuly“ dotazem „*nula?*“ a pomocník držící nulu odpoví „*nula dobrá*“.
- Měříme vždy ze svahu!!!! Pouze v rovině „tam a zpět“.
- Je-li překročena mezní odchylka dvojího měření (obvykle 1 – 2 cm na jeden klad pásma) je vhodné opakovat celou měřickou dvojici.

## Technologie měření

- Je-li délka větší než délka pásma (jeden klad) měříme na více kladů. Je nutné dbát nejen na vodorovnost stuhy, ale zařazovat konec kladu do přímky (*spojnice koncových bodů délky*). Po sekvenci celých kladů následuje doměrek.
- Konec kladu je dočasně stabilizován měřickým hřebem, který se umístí do terénu pod úhlem  $45^\circ$  od svislice a kolmo ke směru měření. Konec kladu se provází na terén olovnicí.



# Měření délek elektronickými dálkoměry

Elektronické dálkoměry se začaly vyvíjet od 30. let 20. století.

První použitelné dálkoměry pro geodetické práce od 50. let 20. století.

Podle pásma použitých elektromagnetických vln rozlišujeme rádiové ( $\lambda = 0,01$  až  $0,1$  m) a světelné dálkoměry ( $\lambda \approx 0,8 \mu\text{m}$ ) – hodnoty platí pro geodetické dálkoměry.

V geodézii se nyní téměř výhradně používají světelné dálkoměry.

Měřický rozsah běžných geodetických dálkoměrů 2 m až 3 000 m, přesnost 3 mm až 5 mm/km.

# Dálkoměry, tachymetry a příslušenství



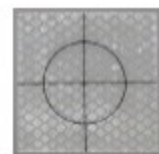
Ruční dálkoměr



Elektronický tachymetr s příslušenstvím a doplňky



Záměrný terč s hranolem



Odrážná fólie



Elektronický tachymetr

# Elektronické dálkoměry – princip určení délky

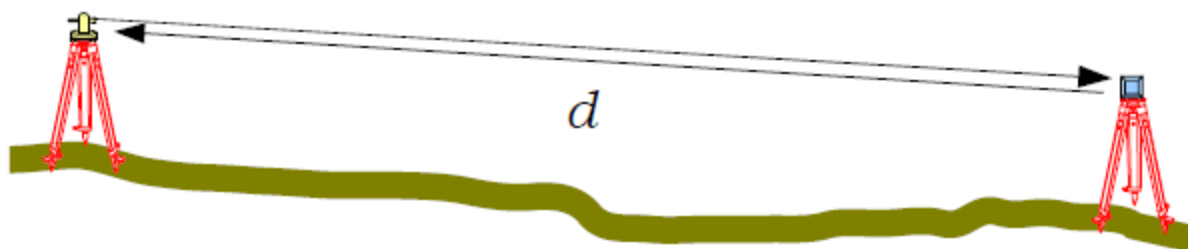
Určení délky  $d$  je založeno na měření tranzitního času  $\tau$ , který uplyne mezi vysláním a přijetím signálu odraženého od cílového bodu.

Základní rovnici lze zapsat ve tvaru:

$$d = \frac{1}{2} v \tau + a$$

$v$  ... **střední hodnota** rychlosti šíření měřícího signálu na dráze  $d$  ;

$a$  ... adiční konstanta dálkoměru



# Šíření elektromagnetických vln

Způsob šíření elektromagnetických vln ovlivňují:

atmosférická absorpce a difúze (zeslabení signálu);

odrazy (u pulsních metod měření světelnými dálkoměry se mohou přijmout parazitní odrazy – změří se nesprávná délka);

difrakce (zeslabení signálu);

refrakce (zakřivení měřícího „paprsku“);

index lomu prostředí (má dominantní vliv na přesnost měřené délky).

# Princip určení délky

Pro určování délek světelnými dálkoměry se používají **modulované** vlny.

V současnosti se prakticky výhradně používá amplitudová modulace nosné vlny.

Vlnová délka **modulační** vlny je mnohem (řádově) **větší** než délka vlny **nosné**.

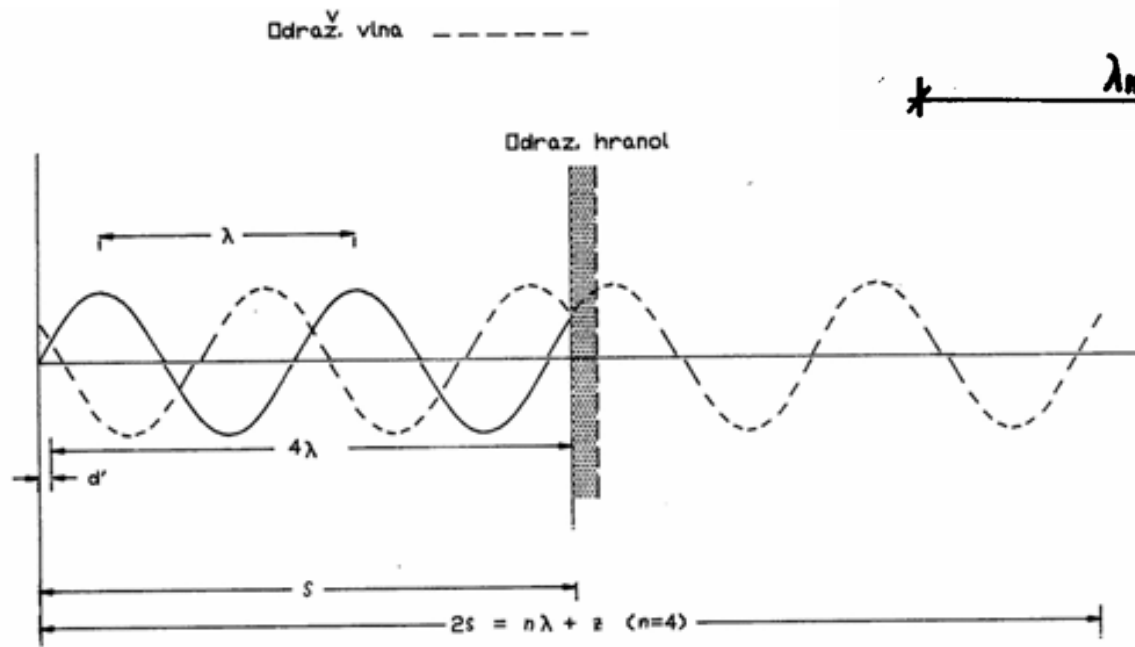
**Měřená délka** se určí z „proměření“ modulační frekvence jako součet

**hrubého** čtení = součinu celočíselného počtu modulačních vln v měřené délce (jejím dvojnásobku) a délky  $L$  modulační vlny

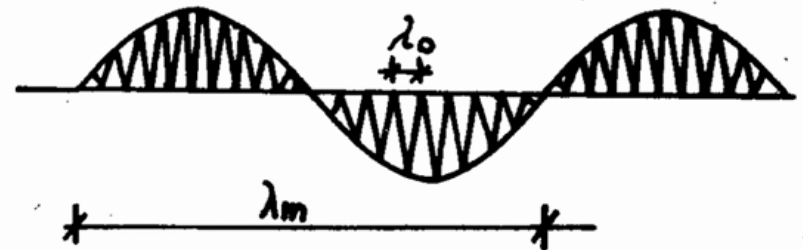
**jemného čtení** – doměrku ( $\Delta L$ )

# Elektronické měření délek II. (související schéma)

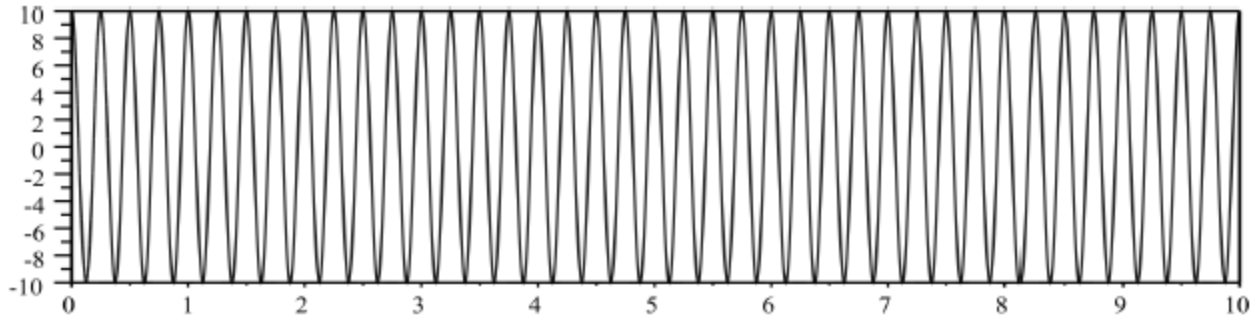
Fázová modulace ...



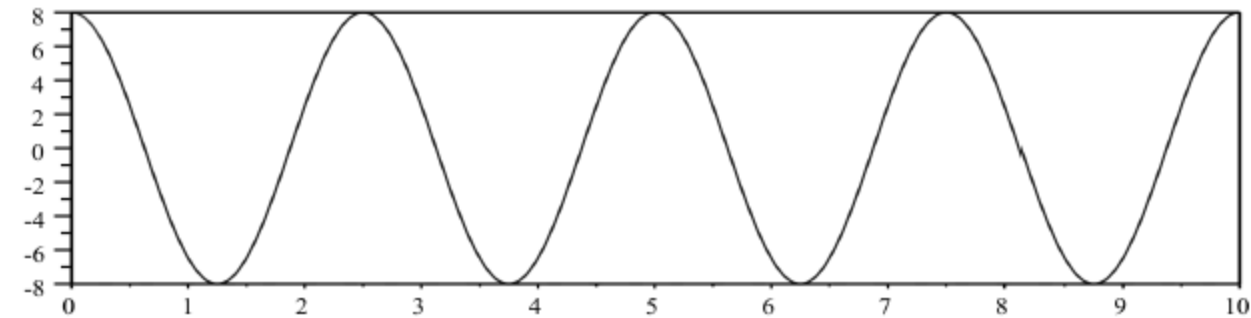
Frekvenční modulace ...



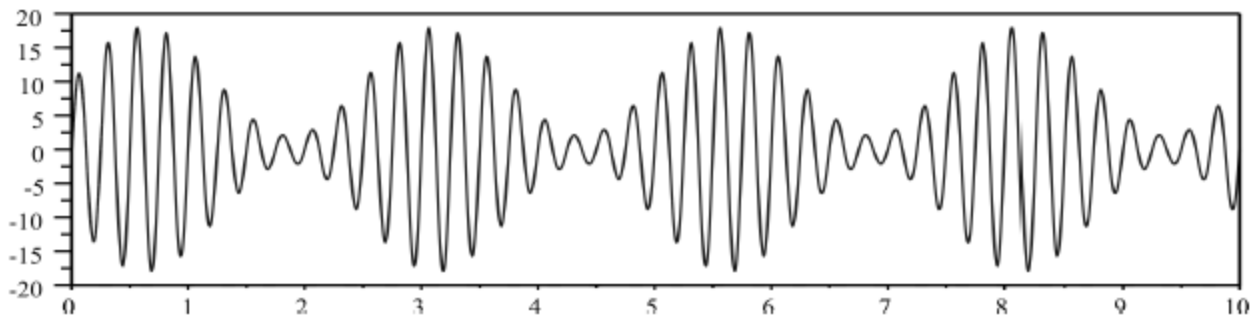
# Amplitudová modulace



Nosná vlna



Modulační vlna



Modulovaná vlna

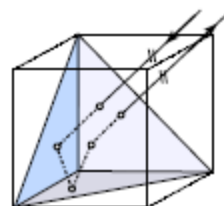
# Odrazná zařízení

Měřický signál se musí odrazit od cíle a vrátit k dálkoměru

V místě cíle:

Ize umístit odrazný systém,  
umístit odraznou fólii nebo

není třeba umístit žádný odrazný prostředek (potřebný signál se odrazí přímo od cíle).



Koutový odražeč

- ad (a) umožní přesnou centraci, využít maximální dosah dálkoměru, vhodné pro libovolný typ dálkoměru;
- ad (b) lze (trvale) připevnit přímo na cíl, nulová adiční konstanta, pouze pro impulsové dálkoměry, menší dosah (stovky m);
- ad (c) lze měřit přímo na cíl (bez signalizace), pouze impulsové dálkoměry, relativně malý dosah (obvykle 5 m až 150 m), který ovlivní barva a struktura povrchu cíle.



# Přesnost elektronicky měřené délky

$$d = \frac{1}{2} v \tau + a, \quad \text{základní vzorec}$$

⋮

$$\sigma_d^2 = d^2 \left( \frac{\sigma_c^2}{c^2} + \sigma_N^2 + \frac{\sigma_F^2}{F^2} \right) + (\sigma_{\Delta L}^2 + \sigma_a^2),$$

$$\sigma_d^2 = \kappa_M^2 d^2 + \kappa_A^2,$$

$$\sigma_d = \kappa_M d + \kappa_A, \quad \dots \text{ firemní vzorec}$$

$$\kappa_M \approx 2 \cdot 10^{-6},$$

$$\kappa_A \approx (1 \div 3) \text{ mm.}$$

směrodatná odchylka v délce má dvě složky:  
a) proporcionální (je závislá na měřené délce),  
b) základní (nezávisí na délce).

$\sigma_c$ ... směrodatná odchylka rychlosti světla ve vakuu - zanedbatelná;

$\sigma_N$ ... směrodatná odchylka v indexu lomu vzduchu  $\approx 2 \cdot 10^{-6}$ ;

$\sigma_F$ ... směrodatná odchylka v modulační frekvenci  $\approx 10^{-6} F$ ;

$\sigma_{\Delta L}$ ... směrodatná odchylka interpolace jemného čtení  $\approx (10^{-3} \div 10^{-2}) L$ ;

$\sigma_a$ ... směrodatná odchylka adiční konstanty  $\approx (1 \div 2) \text{ mm}$ ;

$L$ ... vlnová délka modulační frekvence.

Přesnost interpolace se zvýší automaticky opakovaným měřením v jedné sérii (desítky až stovky opakování).

# Dálkově ovládané (robotizované) tachymetry

Hrubé a jemné zacílení stejně jako zaostření lze provést automaticky nebo manuálně;

Přístroj lze ovládat dálkově (z místa cíle).

Ovládací jednotka může být přemístěna.

Přenos dat mezi ovládací jednotkou a SW počítače je bezdrátový.

Ovládací jednotka je vybavena CAD SW.

Všechny velké firmy (Trimble, Leica, Sokkia, Topcon atd.) mají v nabídce přístroje podobných parametrů.



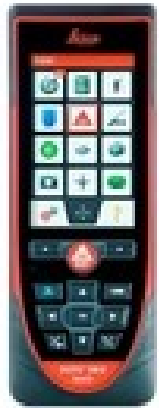
Použity obrázky z prospektu fy Geotronics Praha, s.r.o.

# Vybrané parametry některých tachymetrů

Výrobce/typ	Přesnost určení		Dosah dálkoměru
	směru	délky	
Trimble/5503GR	1 mgon	2 mm + 2 ppm*) ≈ 3 mm	3 až 5 km /hranol(y) 100 až 800 m / reflexní fólie
Trimble/S6	0,5 – 1,5 mgon	≈ 3 mm 3 mm + 2 ppm 3 až 5 mm	40 až 70 m / ostatní až 5,5 km /hranol(y) až 300 mm / ostatní
Nikon/552/532/522	0,3/0,5/1 mgon	2 mm + 2 ppm	až 2,7 km / hranol až 100 m / reflexní fólie
Sokkia/SET1 XS	0,3 mgon	2 mm + 2 ppm 3 mm + 2 ppm 3 až 10 mm	až 6 km /hranol(y) až 500 m / reflexní fólie až 500 m / ostatní
Sokkia/Net 3200**)	0,2 mgon	1 mm + 2 ppm 0,6 mm	až 2 km / hranol(y) až 200 m / reflexní fólie
Topcon/GTS 233N	1 mgon	2 mm + 2 ppm	až 5,8 km / hranol(y)
Topcon/GPT701	0,3 mgon	2 mm + 2 ppm 5 až 10 mm	až 3 km / hranol až 2 km / bez hranolu

\*) ppm = „part per million“ =  $10^{-6}$  vzdálenosti  
 \*\*) Průmyslový tachymetr

Ruční dálkoměry mají dosah obvykle 50 m až 150 m s přesností kolem 3 mm, některé jsou doplněny sklonoměrem. Dosah dálkoměru závisí na barvě a odstínu cíle.



LEICA DISTO D810 TOUCH



LEICA DISTO D510



LEICA DISTO D5



LEICA DISTO D3A BT

# Atmosférické korekce měřené délky (tzv. fyzikální redukce)

- Se změnou fyzikálních parametrů prostředí v měřickém prostoru (teplota, tlak, vlhkost, ....) dojde ke změně indexu lomu  $n$  a protože  $n=c/v$ , kde  $c$  je rychlost šíření elektromagnetické vlny ve vakuu a  $v$  rychlost v konkrétním prostředí, dojde ke změně rychlosti šíření signálu – naměřená délka je závislá na stavu prostředí. Tuto závislost korigují atmosférické korekce  $K_a$ .

# Atmosférické korekce měřené délky (fyz. redukce)

- Vztah využívaný přístroji Topcon:

$$K_a = \left( 279,66 - \frac{106,033 * P}{273,15 + t} \right) * 10^{-6}, \text{ kde}$$

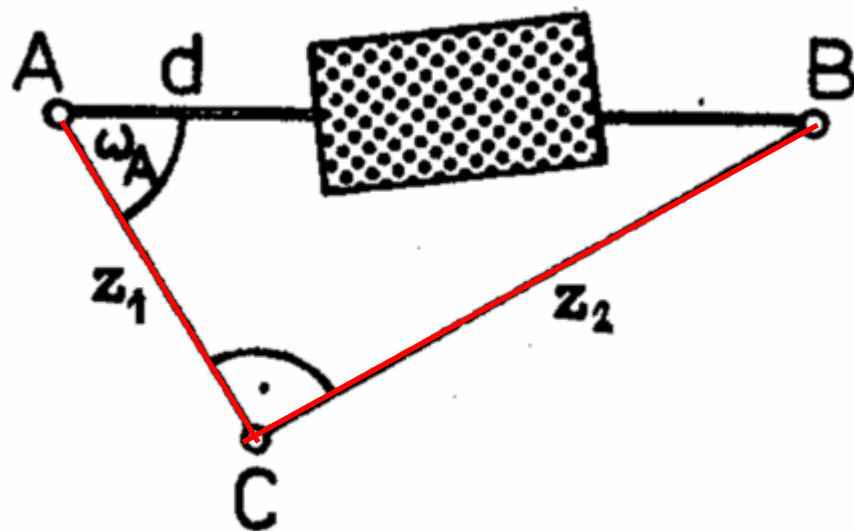
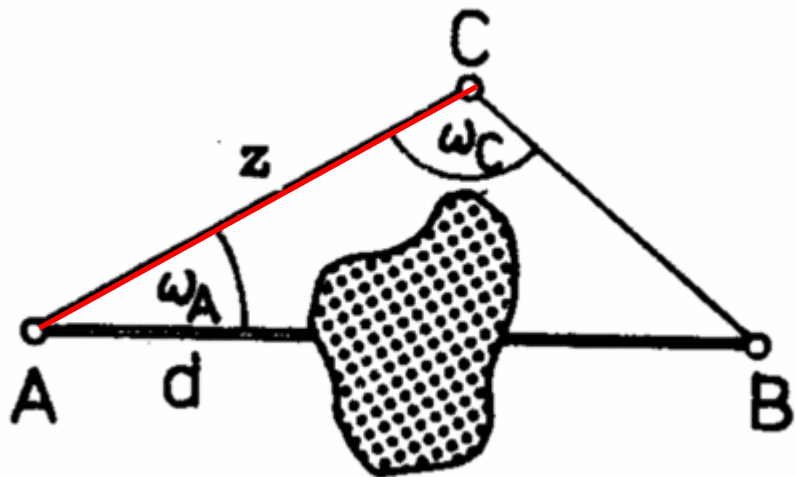
***P*** je atmosférický tlak v *mmHg*

***t*** je teplota ve °C.

Délka ***L*** po atmosférické korekci se potom získá  **$L = l(1 + K_a)$** , kde ***l*** je měřená vzdálenost bez nastavené atmosférické korekce. (**příklad: při  $t = +20$  °C,  $P = 635$  mmHg a  $l = 1000$  m bude  $K_a = 50 * 10^{-6}$ , tj. 50ppm,  $L = 1000,050$ m**)

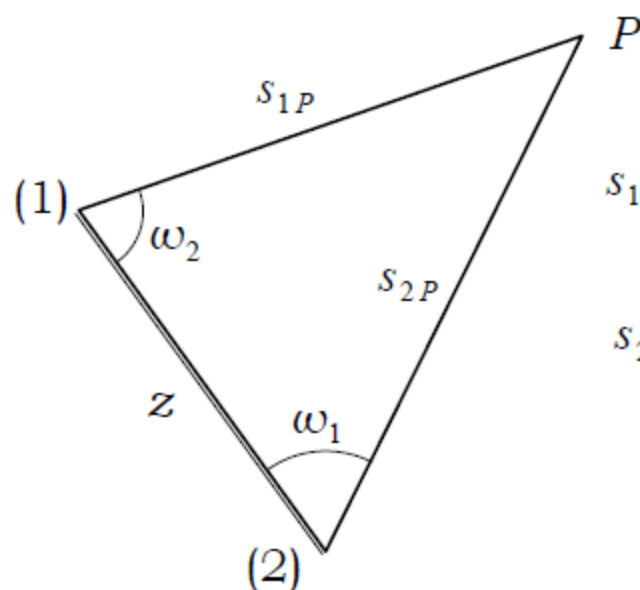
Při správném nastavení teploty a tlaku do přístroje tento koriguje délku sám, vypnutí korekcí a jejich ruční zavádění je typické pro experimentální a

# Určení délky trigonometricky



# Princip trigonometrické metody určení délky

Délka se vypočítá řešením rovinného trojúhelníka.  
Měří se obvykle jedna délka (tzv. základna) a úhly.  
Vypočítaná délka je vodorovná.



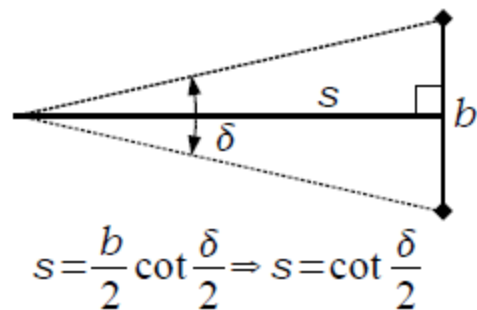
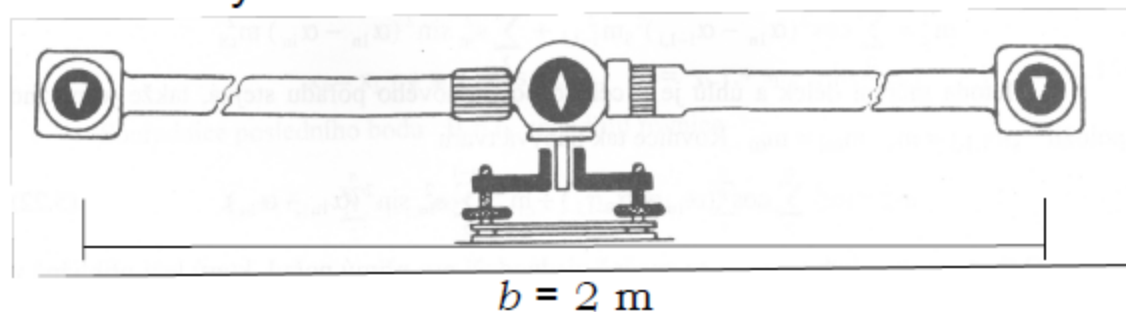
$$s_{1P} = z \frac{\sin \omega_1}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

$$s_{2P} = z \frac{\sin \omega_2}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$



# Paralaktické určování délek

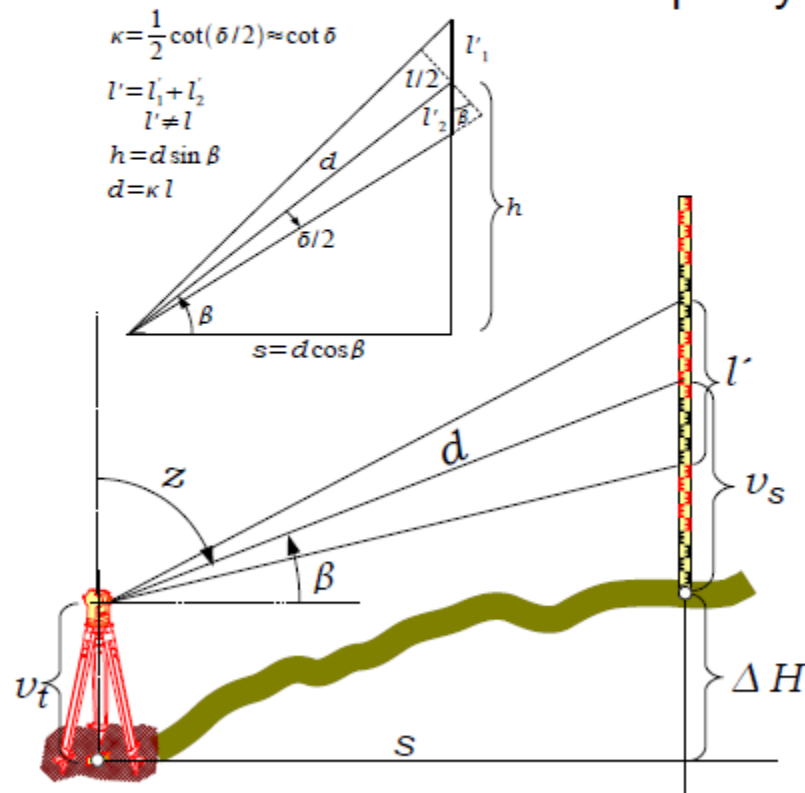
- Metoda je založena na přesném měření (0,2 až 0,4) mgon paralaktického úhlu  $\delta$  na paralaktickou lať postavenou kolmo k určované délce.
- Paralaktická lať je opatřena třemi terči, dva krajní jsou vzdáleny (přesně) 2 metry.
- Vypočítaná délka je vodorovná.
- Metodu lze využít pro přesné určení délky (mm) do asi 40 m.
- To vyžaduje perfektně prověřenou paralaktickou lať a měření vteřinovým teodolitem.



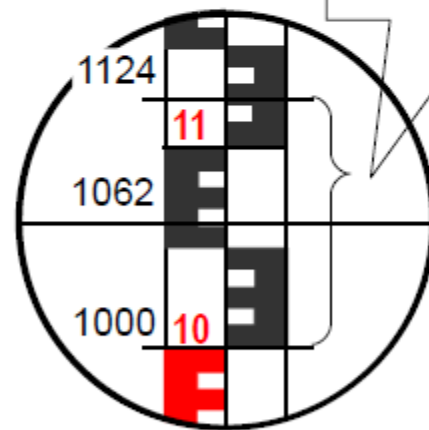
# Nitkové a diagramové dálkoměry

Patří mezi optické metody určování délek

- Prakticky každý teodolit je opatřen dálkoměrnými ryskami.
- Při použití dálkoměrné (tachymetrické) latě s cm dělením, dálkoměrné rysky vymezí na lati tzv. „laťový úsek“  $l'$ , z kterého lze odvodit vodorovnou délku a převýšení mezi teodolitem a cílem.



$$l' = 1124 - 1000 = 124 \text{ mm ... laťový úsek}$$



Odečteme čtení všech tří rysek. Spodní rysku nastavíme na celou hodnotu (např. 1000)

$$s = \kappa l' \sin^2 z = \kappa l' \cos^2 \beta$$

$$\Delta H = \frac{1}{2} \kappa l' \sin 2z + v_t - v_s$$

$\kappa = 100 = \text{násobná konstanta}$

# Převod délek na výpočetní plochu

## přesnost asi 1 cm/km

Po fyzikálních korekcích – zejména ze změny rychlosti světla ve vzduchu je třeba provést matematické korekce:

### 1. Převod šikmé délky na vodorovnou v horizontu přístroje

$$s = d \sin z \quad \text{nebo} \quad s = \sqrt{d^2 - (H_2 - H_1)^2} \approx d - \frac{(H_2 - H_1)^2}{2d}$$

### 2. Převod vodorovné délky na délku na povrchu náhradní koule

$$s_0 = s - \frac{H_1}{R} s$$

### 3. Převod délky do roviny kartografického zobrazení

$$S = s_0 + \delta_z \quad \delta_z = s_0 \mu \quad \mu = \text{změna měřítka zobrazení}$$

$$\mu = \frac{1}{6} (\mu_1 + 4\mu_{1/2} + \mu_2) \approx \mu_{1/2}$$

a) Zobrazení UTM (Gaussovo zobrazení)

$$\mu_i \approx (k_0 - 1) + k_0 \frac{y_r^2}{2R^2} \quad y_r = \frac{(y_i - 500\,000)}{k_0} [\text{m}]$$

na území ČR  $\mu_i < 0,5$  [m/km]

$k_0 = 0,9996$  (zobrazení UTM)

$k_0 = 1$  (Gaussovo zobrazení)

b) Zobrazení JTSK

$$\mu_i = (k_0 - 1) + 10^{-12} (12\,282 \Delta R^2 - 3,2 \Delta R^3 \dots)$$

na území ČR ( $-0,1 < \mu_i < 0,14$ ) [m/km]

$$\Delta R = (\sqrt{x^2 + y^2} - 1\,298) [\text{km}]$$

$k_0 = 0,9999$

Hodnoty korekcí lze nastavit přímo v tachymetru