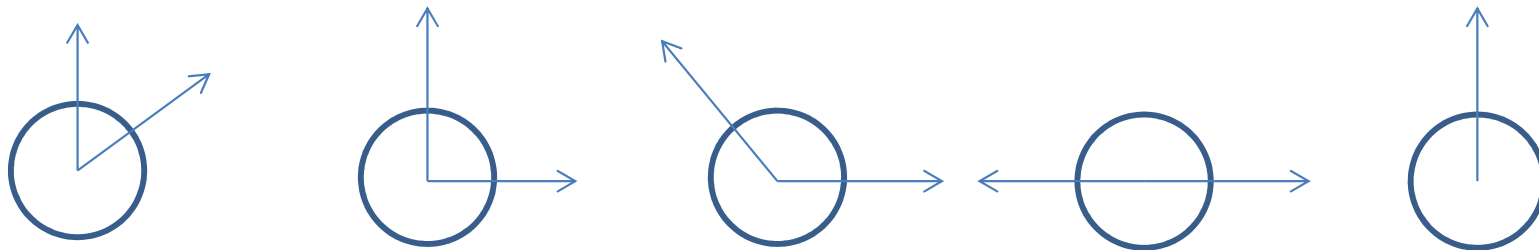


# Měření úhlů (směrů)

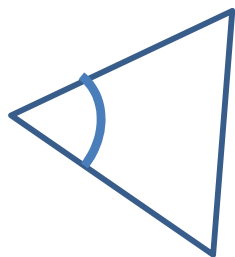
doc. Ing. Josef Weigel, CSc.

# Definice

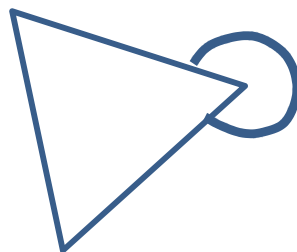
- Úhel je část roviny určena dvěma polopřímkami (rovinný úhel), prostorový úhel
- úhel: nulový, ostrý, pravý, tupý, přímý, plný



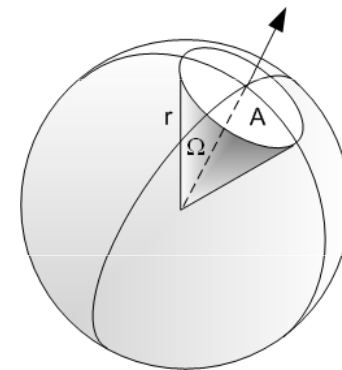
vnitřní



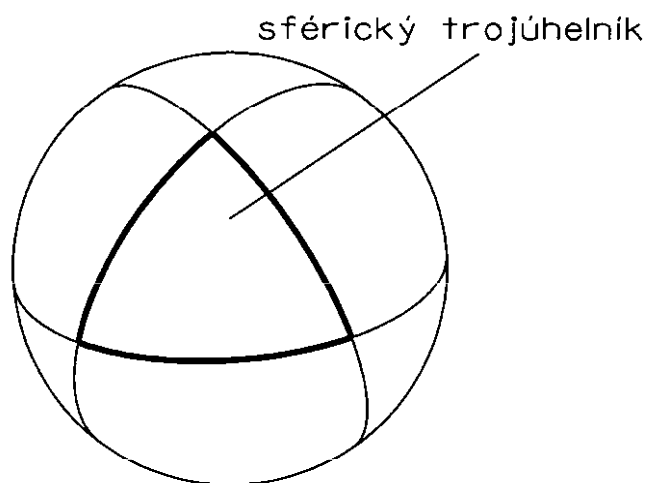
vnější



prostorový úhel



- Sférická trigonometrie (na kouli)

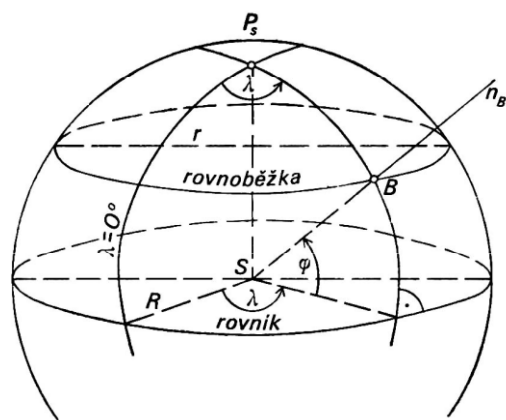


$$180^\circ < \alpha^\circ + \beta^\circ + \gamma^\circ < 540^\circ$$

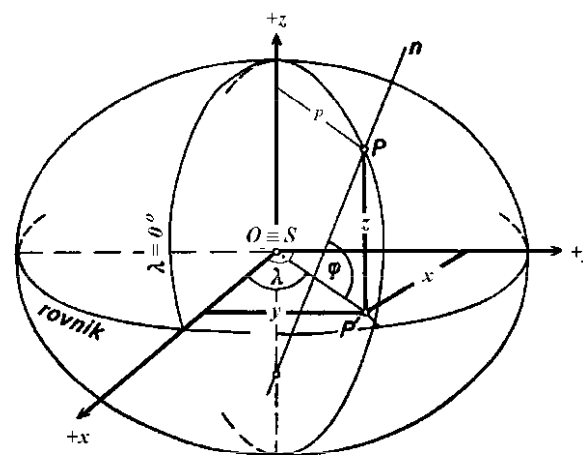
Sférický exces (nadbytek)

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi$$

s	1 km	2 km	5 km	10 km	20 km	50 km	100 km
$\varepsilon$	0,002''	0,009''	0,055''	0,219''	0,877''	5,48''	21,94''



koule



rotační elipsoid

# Míry úhlové

Kromě délkových a plošných jednotek, užívaných výhradně v metrické soustavě, platí dosud 3 typy úhlových měr:

- **oblouková**
- **šedesátinná (sexagesimální)**
- **setinná (centesimální)**

# 1. Míra oblouková

- míra oblouková - úhel se zde značí obecně **arc  $\alpha$**  a vyjadřuje se délkou oblouku kružnice o jednotkovém poloměru ( $r = 1$ ). Plnému úhlu odpovídá hodnota  $2\pi$ , přímému  $\pi$ , pravému  $\pi/2$
- Znamená to, že kterýkoliv úhel můžeme vyjádřit jako funkci oblouku.
- Obecně platí **arc  $\alpha = s/r$**
- $s$  ..... délka oblouku
- $r$  ..... poloměr
- Úhlovou jednotkou je radián (bezrozměrná veličina)
- <http://cs.wikipedia.org/wiki/Radi%C3%A1n>

## 2. Míra stupňová šedesátinná

- míra stupňová - šedesátinná (sexagesimální)
- plný úhel je  $360^\circ$ , přímý  $180^\circ$ , pravý  $90^\circ$

Úhlovou jednotkou je stupeň (šedesátinný), který se dále dělí na minuty a vteřiny

$$1^\circ = 60' = 3\,600'' , 1' = 60''$$

vteřiny dále již mají desetinné dělení

(převodní jednotkou jsou DEG – stupně s desetinným dělením, př.:  $15^\circ 30' = 15,5^\circ$  např. u kalkulačů)

Bod TUBO sítě EPN (ETRF89):

$$B = 49^\circ 12' 21,21004'' N, L = 16^\circ 35' 34,20399'' E$$

## 3. Míra stupňová - setinná

- míra stupňová - setinná (centesimální)
- Úhlovou Jednotkou  $1^g$  gon (starší označení grad)
- plný úhel je  $400^g$  , přímý  $200^g$  , pravý  $100^g$
- miligon  $1^{mg} = 0,001^g$
- setinná minuta  $1^c = 0,01^g$
- setinná vteřina  $1^{cc} = 0,01^c = 0,0001^g$

# Převody úhlových měr

## a) vztah mezi mírou obloukovou a stupňovou

- $arc\ \alpha / \alpha^\circ = 2\pi / 360^\circ$      $arc\ \alpha = (2\pi / 360^\circ) \cdot \alpha^\circ$   
 $\alpha^\circ = (360^\circ / 2\pi) \cdot arc\ \alpha$
- radián  $\rho^\circ = 180^\circ / \pi = 57,295\ 779\ 51^\circ$
- $\rho' = 3\ 437,746\ 77' ..$
- $\rho'' = 206\ 264,806'' ..$



# Převody úhlových měř

## b) vztah mezi mírou obloukovou a setinnou

- $arc \alpha = (\pi / 200^g) \cdot \alpha^g$
- $\alpha^g = (200^g / \pi) \cdot arc \alpha$
- radián  $\rho^g = (200^g / \pi) = 63,661\ 977\ 24^g$
- $\rho^c = 6\ 366,197\ 724^c$
- $\rho^{mg} = 63\ 661,977\ 24^{mg}$
- $\rho^{cc} = 636\ 619,772\ 4^{cc}$

# Převody úhlových měř

## c) vztah mezi mírou šedesátinnou a setinnou

- $360^\circ = 400^g$
- $1^\circ = (400^g / 360^\circ) = 10^g/9^\circ = 1,111\ 111^g$
- $1^g = (360^\circ / 400^g) = 9^\circ/10^g = 0,9^\circ = 54'$

# Měření vodorovných a svislých úhlů

## ***Vodorovný úhel:***

úhel, který svírají dvě svislé roviny, procházející středem úhломěrného přístroje a cílovými body

***Svislý úhel*** se měří ve svislé rovině, procházející středem úhломěrného přístroje. Je definován jako úhel mezi základním směrem a směrem na cílový bod)

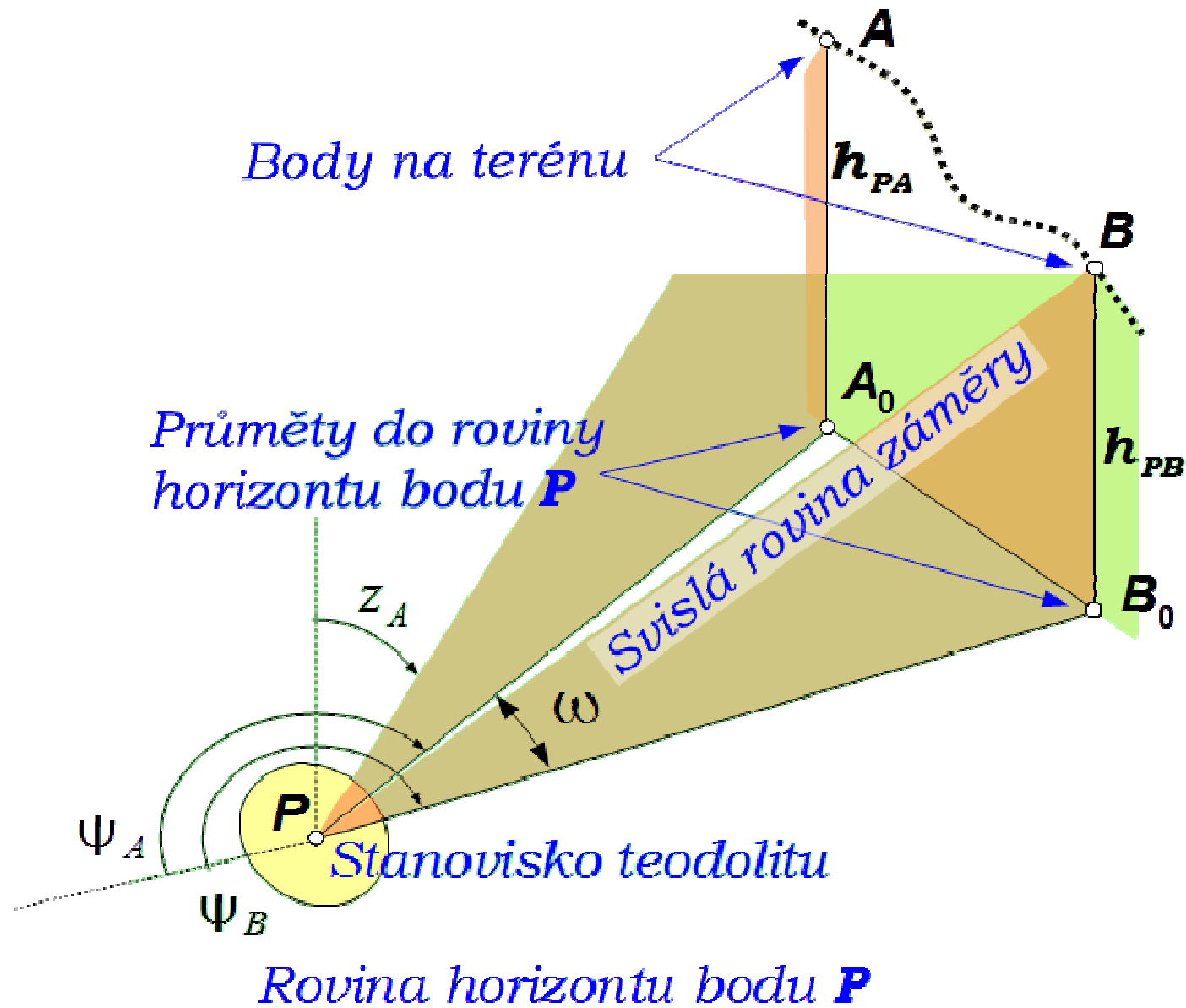
Rozeznáváme (měříme)

- zenitové úhly (základní směr je směr k zenitu)

→  $0^\circ - 180^\circ$

- svislé úhly (základní rovina je rovina zdánlivého horizontu) →  $\pm 90^\circ$

# Směr, vodorovný a svislý úhel



# Pomůcky a přístroje pro měření (vytyčování) úhlů

- Úhloměry
- Jednoduché pomůcky  
(úhlové hlavice, úhlová zrcátka, pentagony,...)
- Teodolity, totální stanice

# Moderní a historická technika



# Rozdělení teodolitů :

## 1) podle přesnosti:

- **minutové (stavební)** – nejmenší dílek je 1 nebo 2 minuty (šedesátinné nebo setinné)
- **vteřinové** – nejmenší dílek je 1 nebo 2 vteřiny (šedesátinné nebo setinné)
- **triangulační** – nejpřesnější, lze číst až desetiny vteřiny

## 2) Podle konstrukce

### a) optomechanické





## b) elektronické



### 3. Totální stanice (současné měření úhlů i délek)



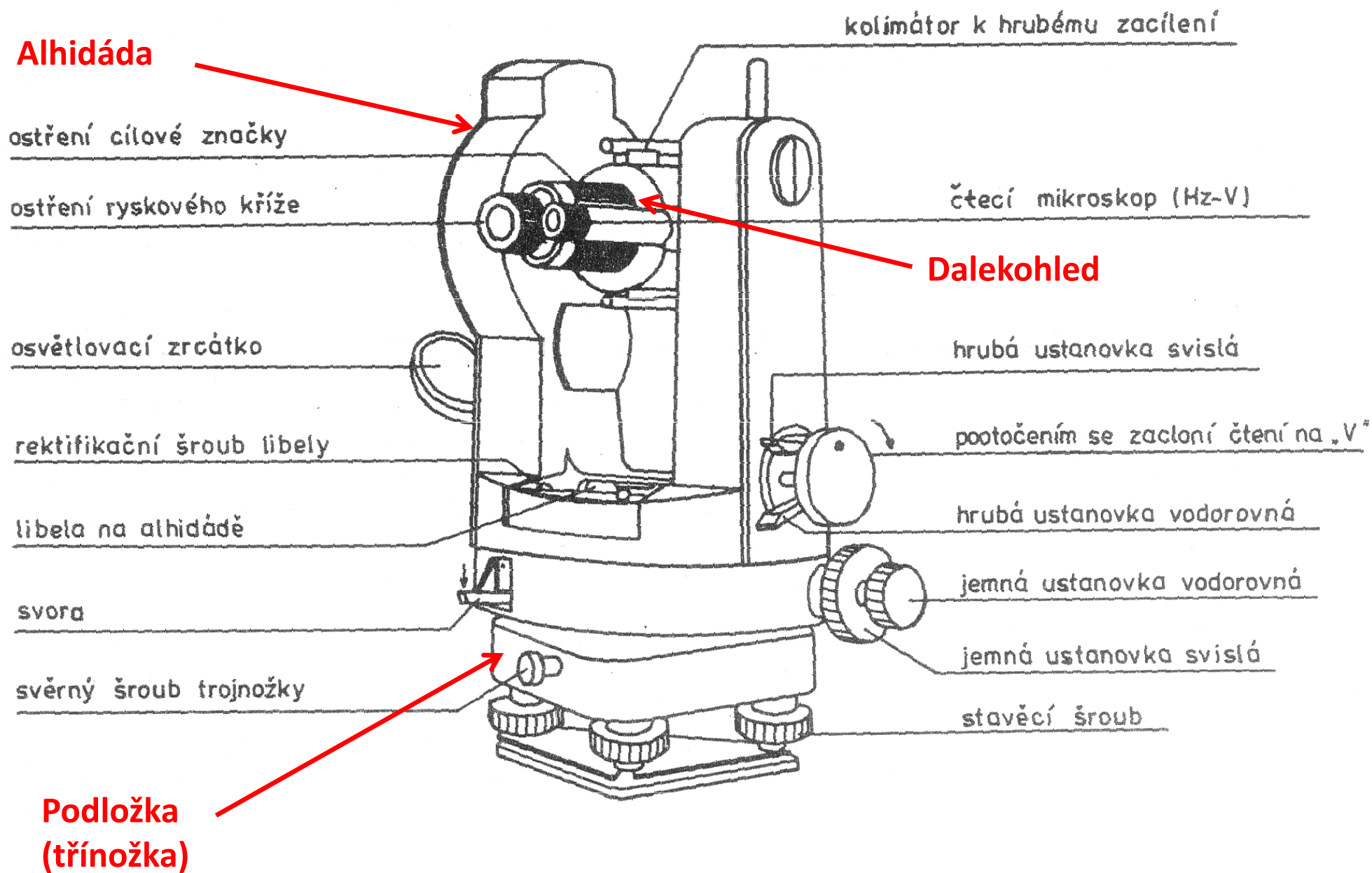
CÍLENÍ NA HRANOL:



# Teodolit – základní součásti

- Pevná část (trojnožka, limbus – vodorovný kruh)
- Pohyblivá část (alhidáda – čtecí pomůcky)
  - alhidáda s rameny alhidády nesoucími dalekohled
  - dalekohled se záměrným křížem
  - libela (alhidádová), případně jiné
  - ustanovky (hrubé a jemné)
  - čtecí pomůcky

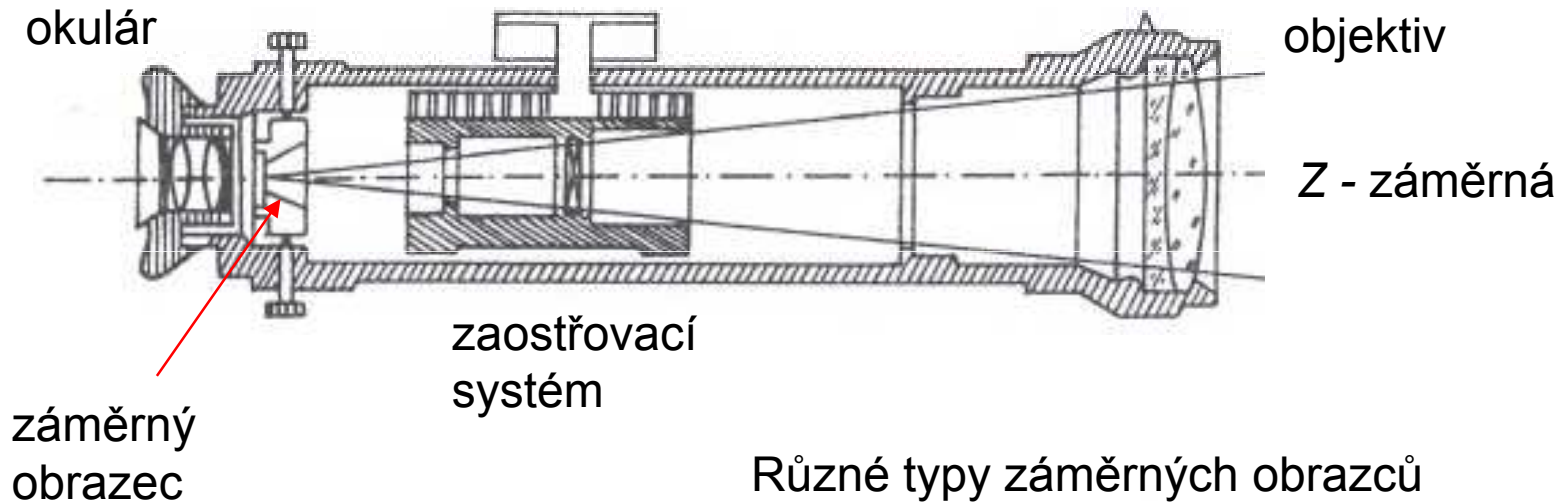
# Popis teodolitu ZEISS Theo 020.



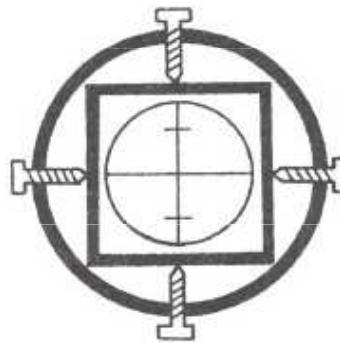
## Třínožky (podložky) se stavěcími šrouby



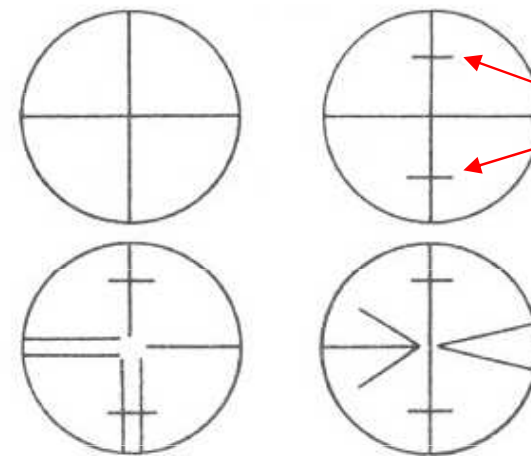
# Schéma dalekohledu a záměrných obrazců teodolitu



Různé typy záměrných obrazců



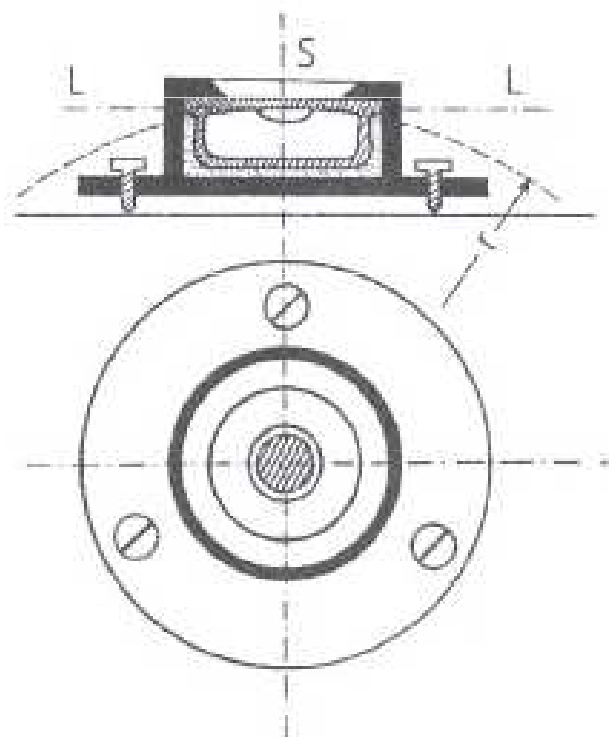
Umístění záměrného obrazce v tubusu dalekohledu



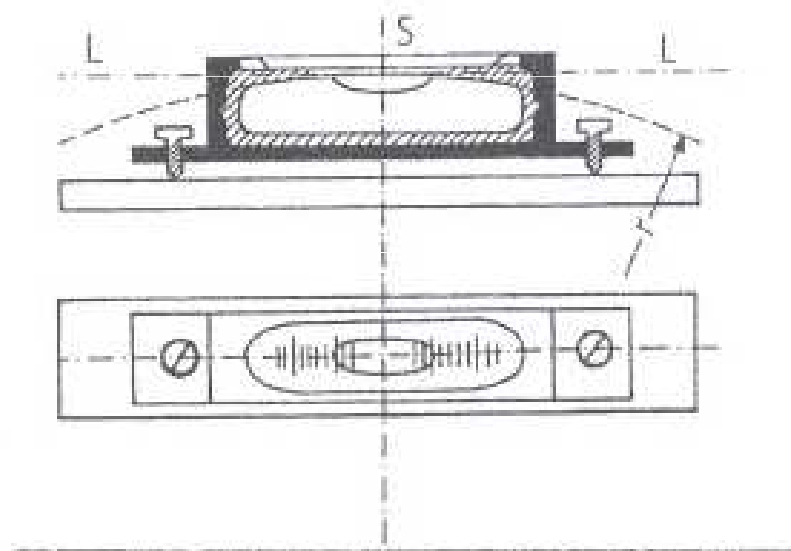
dálkoměrné rysky

# Libely

Libely se využívají k urovnání přístroje (zařízení) do vodorovného nebo svislé ho směru

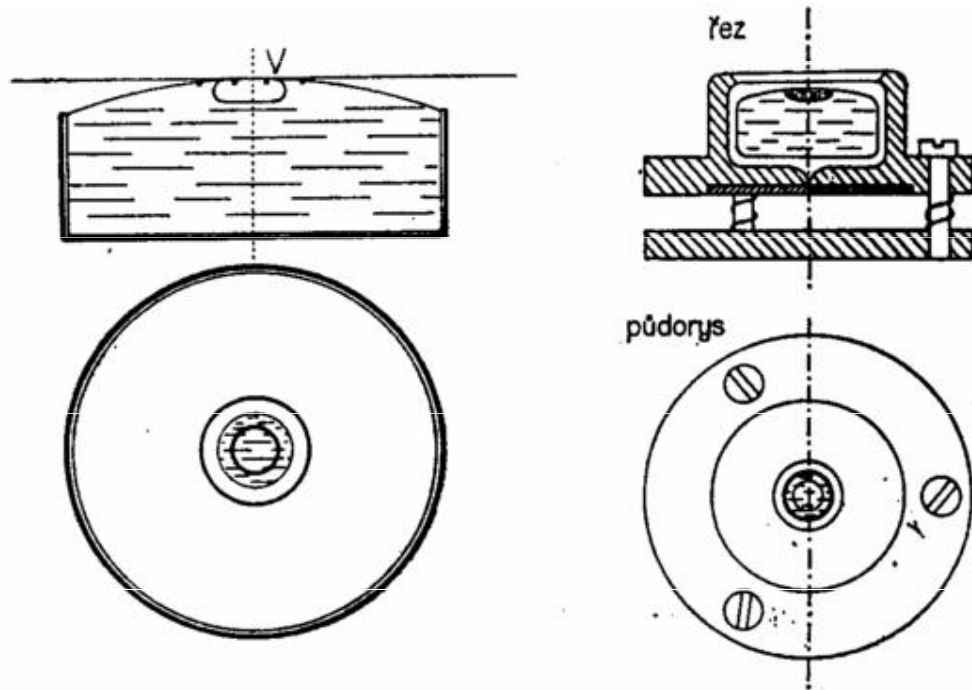


Krabicová libela



Trubicová libela

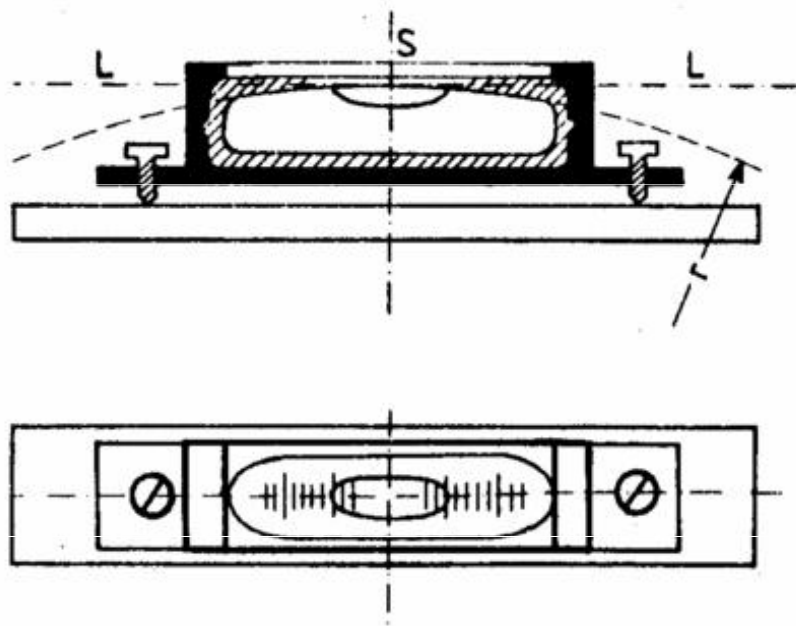
# Nákres a obrázek krabicové libely



**Slouží k přibližné horizontaci stroje (teodolitu)**

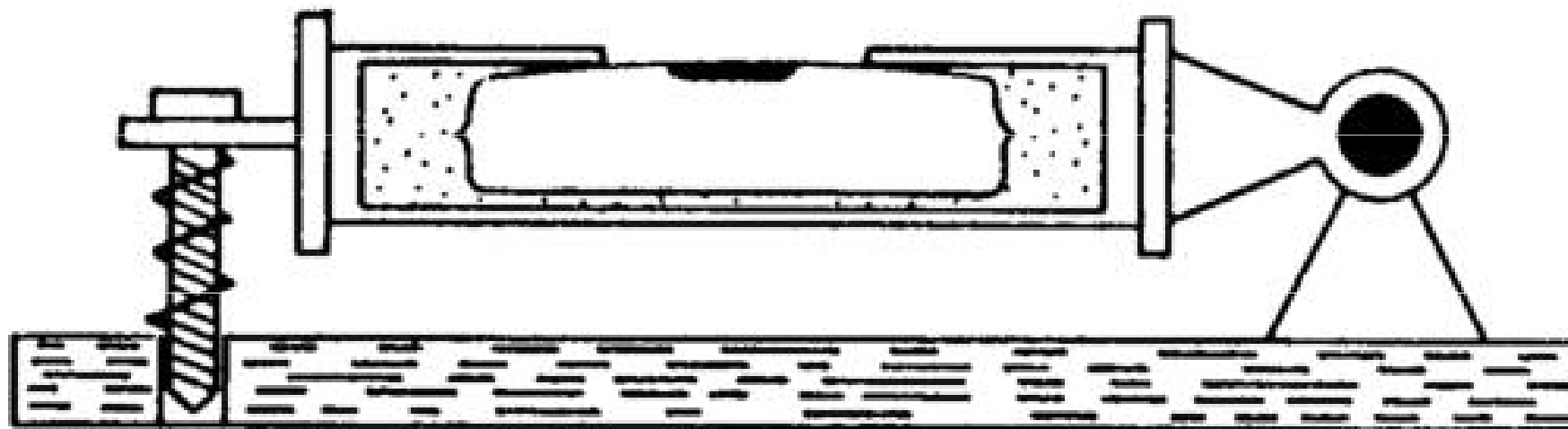


# Nákres a obrázek trubicové libely – slouží k přesné horizontaci teodolitu



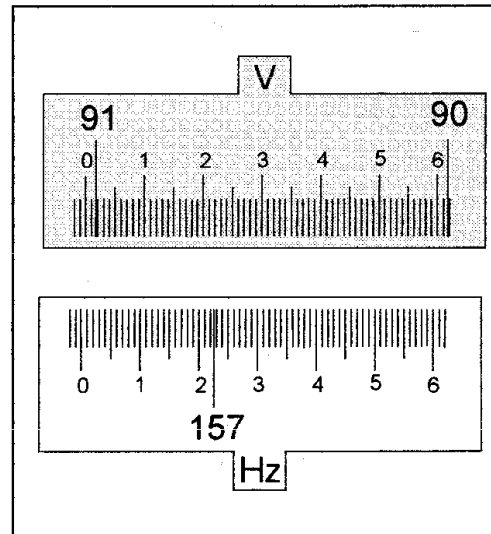
**LIBELA** je vyrobená ze speciálního optického skla. U méně přesných libel je válcová nádobka ohnutá, u přesných libel je vnitřní stěna válcové nádobky vybroušená do sférické plochy s poloměrem  $R$ . V nádobce je nemrznoucí kapalina s bublinou, která se při urovnání libely nachází v nejvyšším místě výbrusu. Délka bubliny se volí tak, aby při teplotě  $+ 20^{\circ}\text{C}$  zakrývala asi  $1/3$  délky libely. Libela je opatřena stupnicí, která je vyrytá symetricky vzhledem k středu libely (na její horní části). Interval dělení stupnice  $d = 2$  mm. Citlivost libely je úhel odpovídající posunu bubliny o jeden dílek.

# Schéma libely k rektifikaci.



# Čtecí pomůcky (podle typu a přesnosti)

## Mřížkový a koincidenční mikroskop



Mřížkový mikroskop

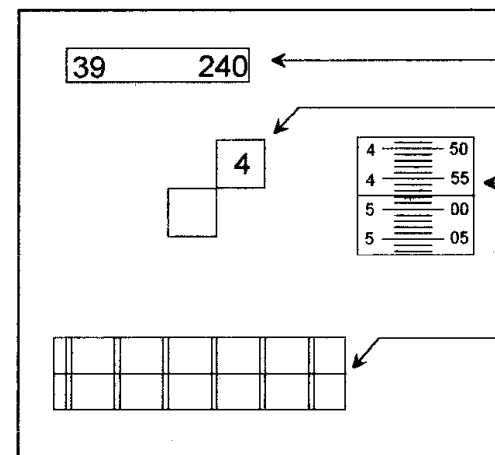
Zeiss Theo 020 B

$91^{\circ} 01,7'$  (zenitový úhel)

$157^{\circ} 22,6'$  (horizontální úhel)

Koincidenční mikroskop

Zeiss Theo 010 B



stupně

desítky minut

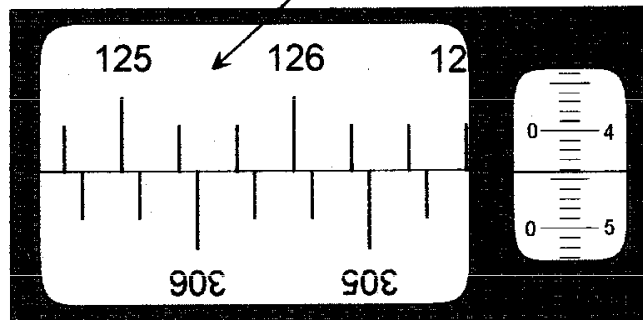
minuty a vteřiny

koincidence  
hlavní stupnice

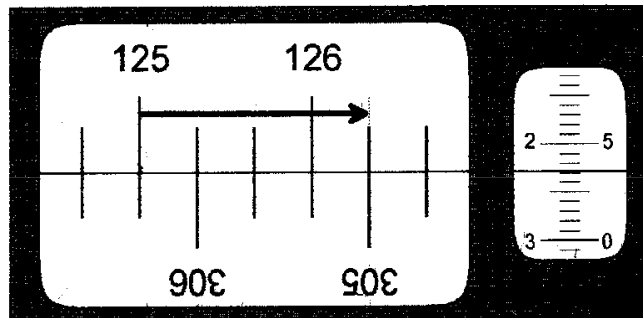
$240^{\circ} 44' 58''$

# Koincidenční mikroskop

Před koincencí hlavní stupnice



Po koincenci



Hrubé čtení ..... 125° 40'  
 Na bubínku ..... 2' 53"  


---

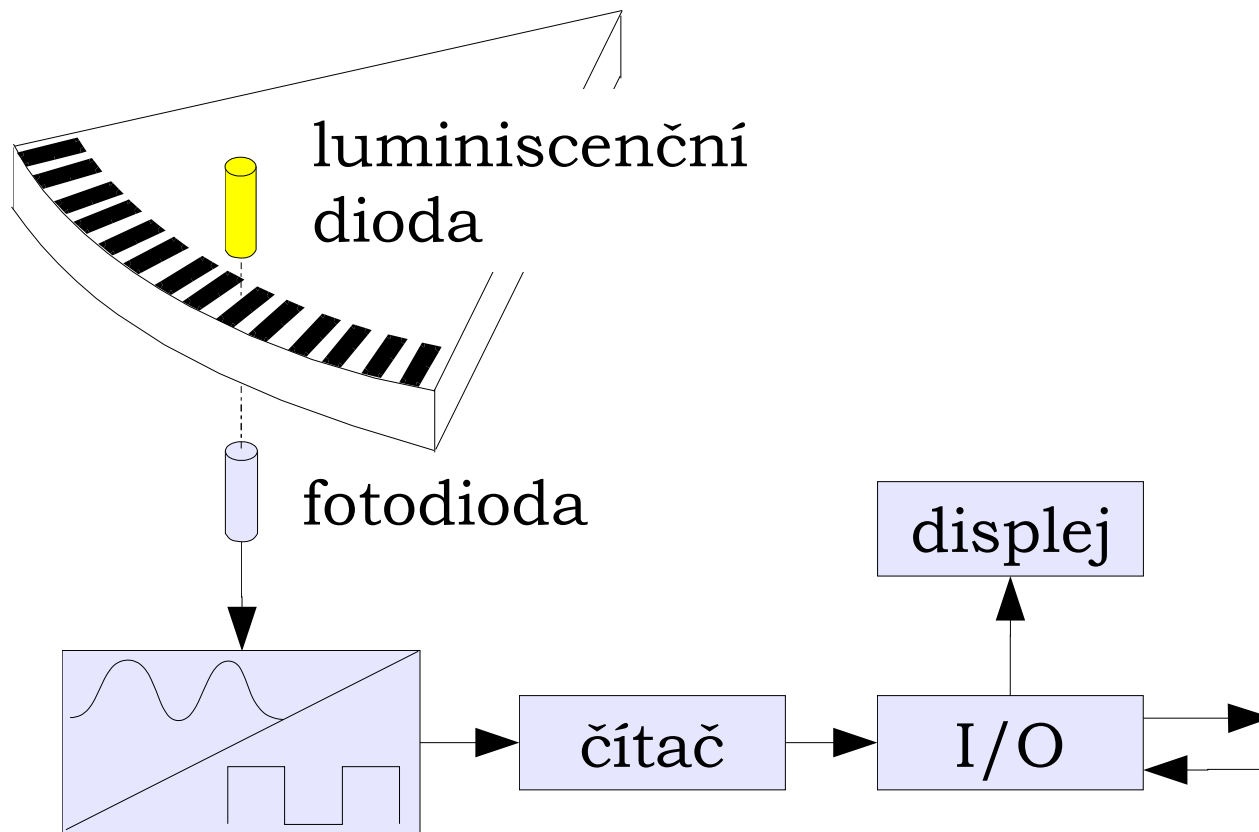
 Výsledné čtení ..... 125° 42' 53"

1. Zaostřit obraz v mikroskopu
2. Zjistit úhlový rozměr stupnice děleného kruhu -  
- stupně - grady (gon)
3. Zjistit úhlovou hodnotu nejmenšího dílku hlavní stupnice
4. Mikrometrickým šroubem ztotožnit rysky hlavní stupnice děleného kruhu (koincidence)
5. Odpočítat počet dílků mezi odpovídajícími popisy hlavní stupnice  
Vždy ve směru růstu číslování vzpřímené stupnice
6. Počet dílků vynásobit poloviční hodnotou nejmenšího dílku hlavní stupnice
7. Na hlavní stupnici odečíst celé stupně a desítky minut
8. Na stupnici optického mikrometru odečíst jednotky minut, desítky a jednotky vteřin

# Elektronické čtení - inkrementální metoda

Převažující metoda digitálního odečítání

- ✓ Limbus (dělený kruh) je rozdělen na velké množství dílků (20 000 i více).
- ✓ Několik fotodiód přemění optický signál z luminiscenčních diód na elektrický,
- ✓ Pohybem limbu vzniká periodický signál, který se přemění v impulsy.
- ✓ Čítač registruje pulsy – hrubé čtení (asi 20 mgon).
- ✓ Interpolací mezi impulsy lze dosáhnout rozlišení asi 2 až 0,2 mgon.
- ✓ Systém je doplněn logickými obvody pro určení směru otáčení alhidády.
- ✓ Podle typu interpolace rozlišujeme metody: interferenční, optickomechanické aj.



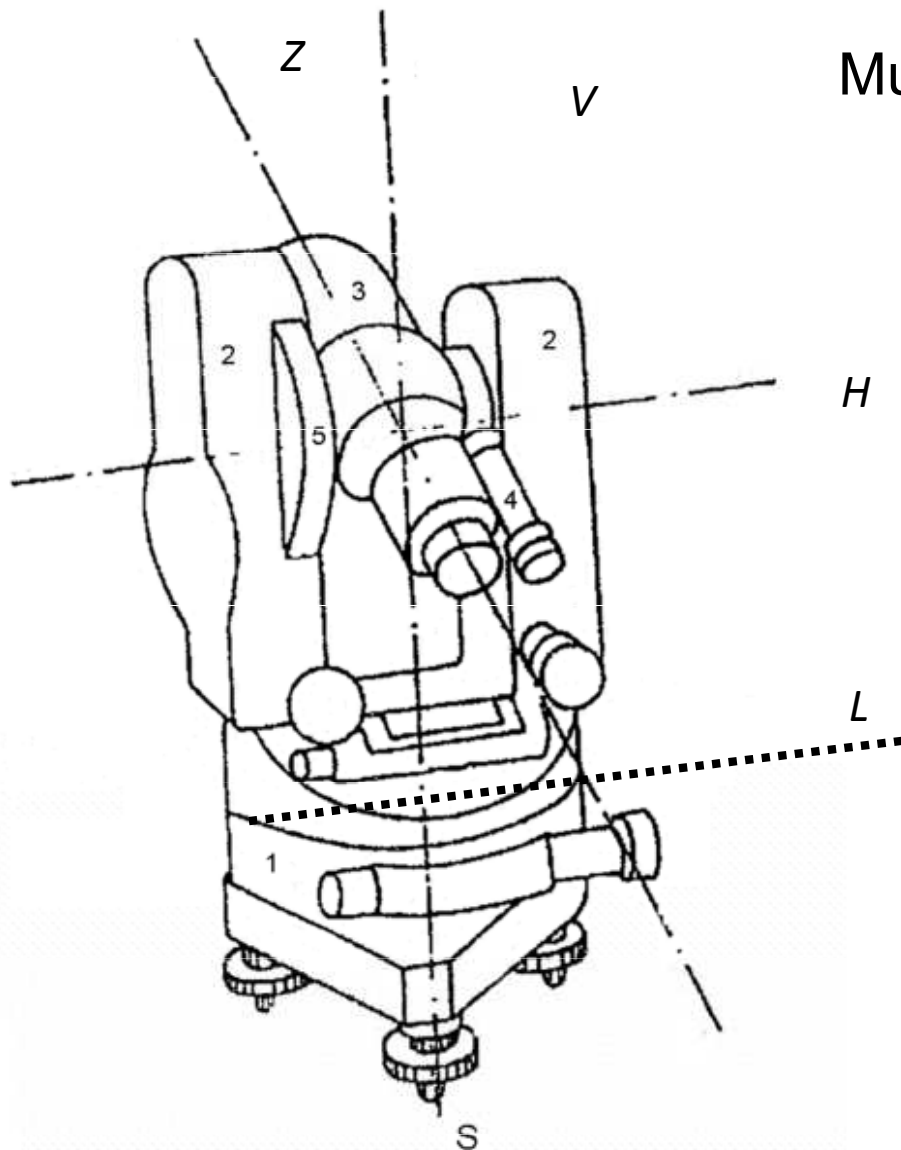
# Elektronický tachymetr a příslušenství



Teodolity:

- minutové (2 mgon)
- vteřinové (0,2 mgon)
- triangulační (0,1 mgon)

# Osové podmínky teodolitu



Musí být následující osové podmínky:

(1) Osa alhidádové libely kolmá k  
točné ose alhidády  $L \perp V$

(2) Záměrná (osa) kolmá k točné ose  
dalekohledu  $Z \perp H$

(3) Točná osa dalekohledu kolmá k  
točné ose alhidády  $H \perp V$

Nesplnění osových podmínek způsobí nepřesnosti v určení vodorovných směrů.

Chyby způsobené nesplněním podmínek (2) a (3) lze odstranit metodou měření (dvě polohy dalekohledu).

Chybu (1) pouze výpočtem – měřením sklonu osy  $V$ .

# Chyby při měření vodorovných směrů

## **Chyby přístrojové:**

- z nesprávného urovnání alhidády - libely (není splněna podmínka  $L \perp V$ );
- chyba kolimační (není splněna podmínka  $Z \perp H$ ); I+II.poloha
- chyba ze sklonu točné osy dalekohledu (není splněna podmínka  $H \perp V$ ); I+II.poloha
- chyba z excentricity alhidády (osa alhidády neprochází přesně středem kruhu); I+II.poloha
- chyba ze sklonu záměrné roviny; ...
- chyba z nediametrální polohy indexů (záměrná přímka  $Z$  neprochází alhidádovou osou  $V$ ), tato chyba je konstantní, takže každý vypočtený úhel, který je rozdílem dvou směrů, je od této chyby oproštěn.
- chyba z dělení kruhu, vliv této chyby se sníží měřením osnovy směrů ve skupinách na různých místech kruhu

## **Chyby měřické:**

- chyba z horizontace přístroje;
- chyba z centrace přístroje;
- chyba z excentricity signálu;
- chyba v cílení; čtení ...

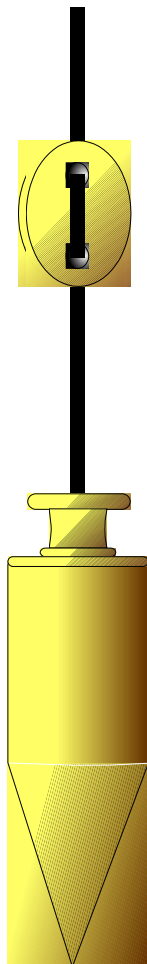
## **Chyby z prostředí:**

- chyba z refrakce;
- chyba z vibrace (vzduchu).

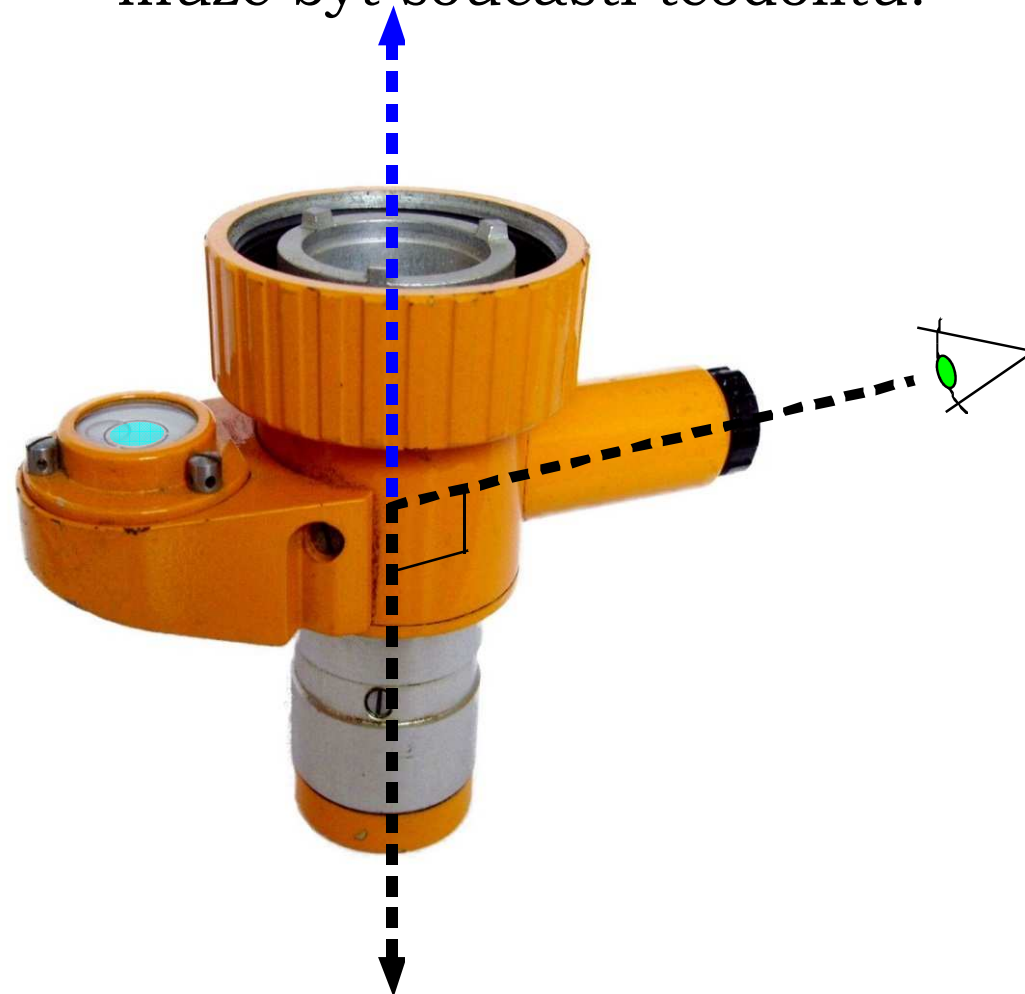


# Olovnice a optický centrovač

Olovnice:  
hmotnost 100 až 250 g;  
přesnost centrace asi 5 mm.

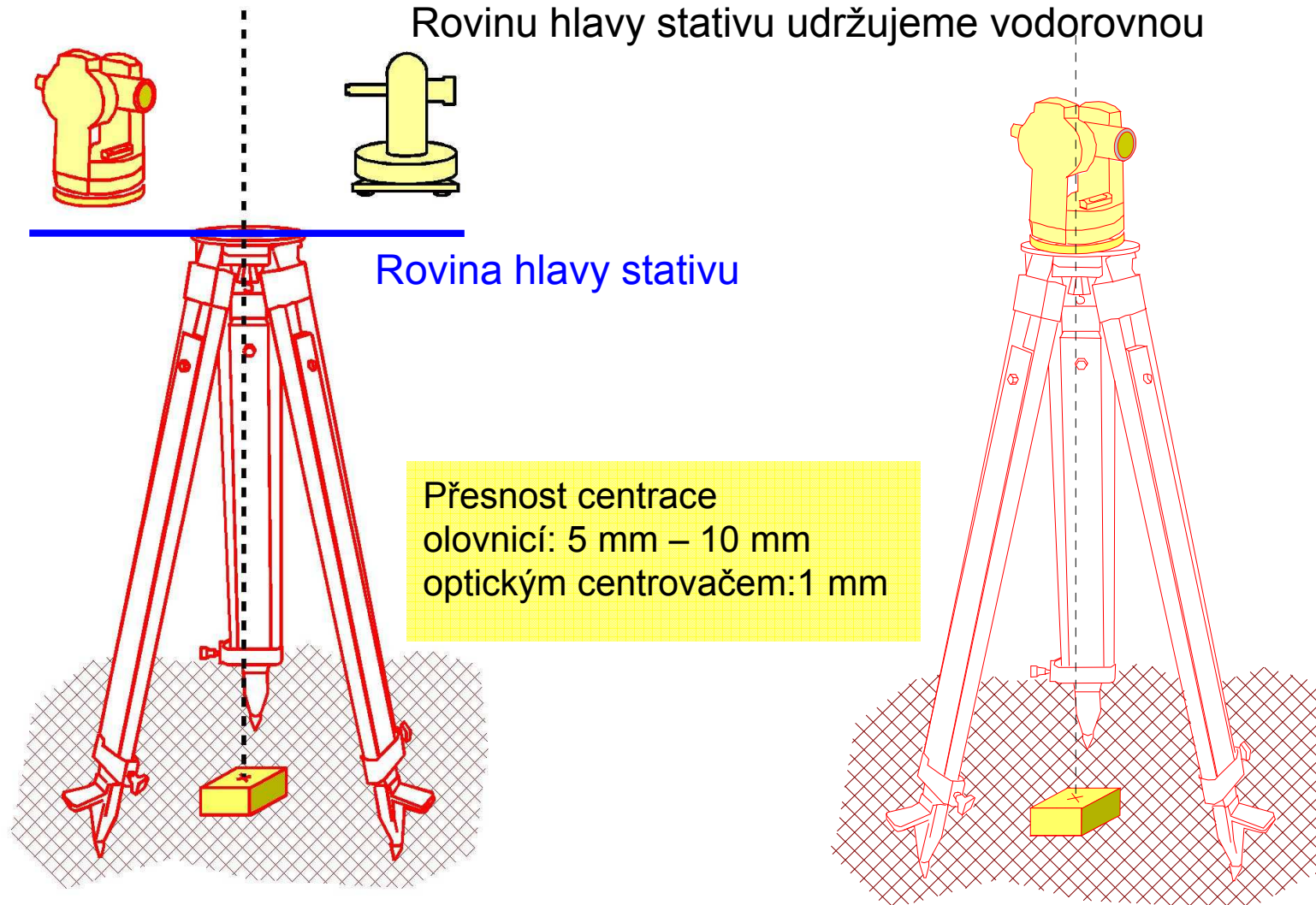


Optický centrovač:  
přesnost centrace asi 1 mm;  
může být součástí teodolitu.



# Centrace teodolitu

1. Hrubá centrace – pouze stativ s olovníci (1-2 cm)
2. Umístíme teodolit na stativ
3. Přesná centrace – pohybem teodolitu po hlavě stativu  
Rovinu hlavy stativu udržujeme vodorovnou

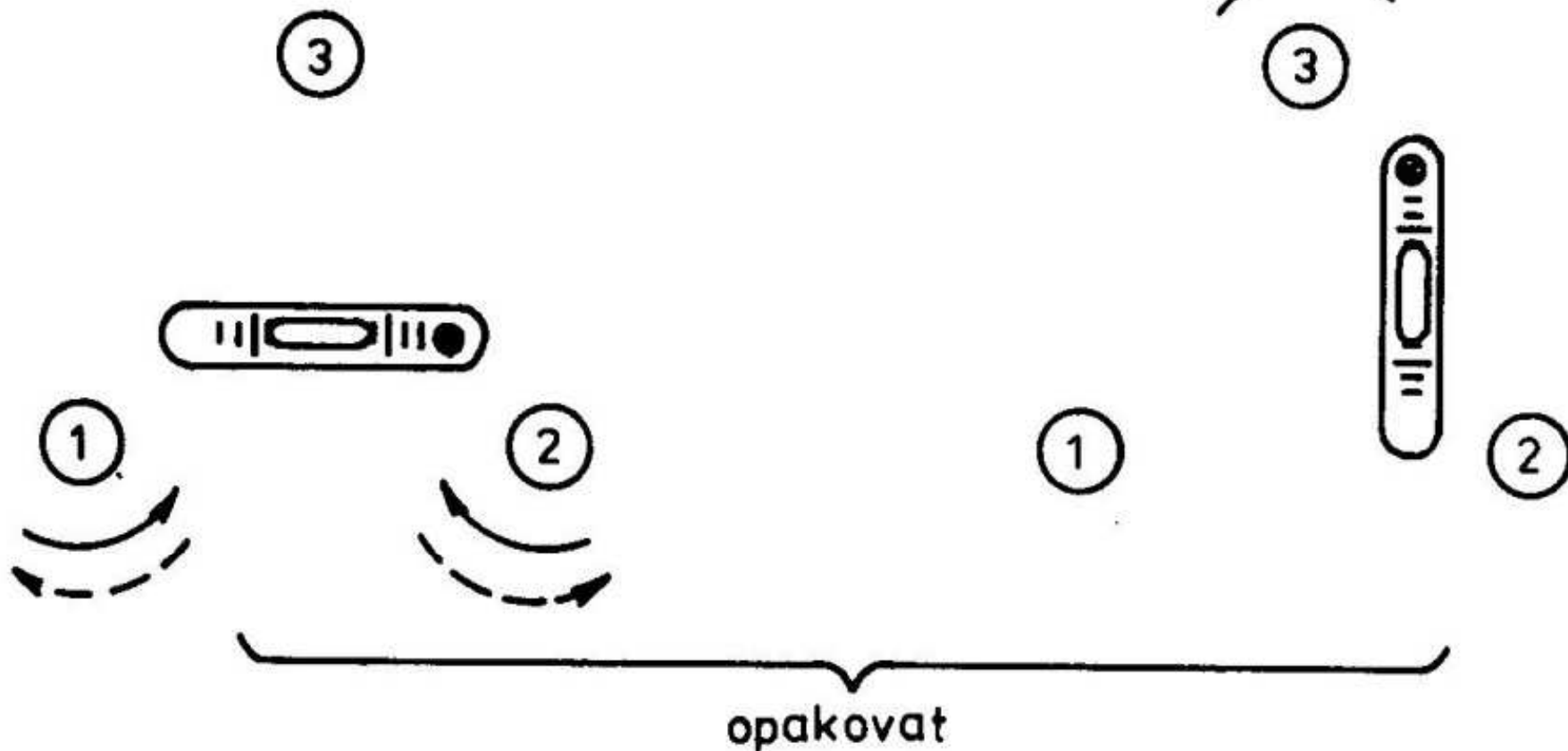


# Horizontace.

Postup urovnání stroje pomocí stavěcích šroubů třínožky.

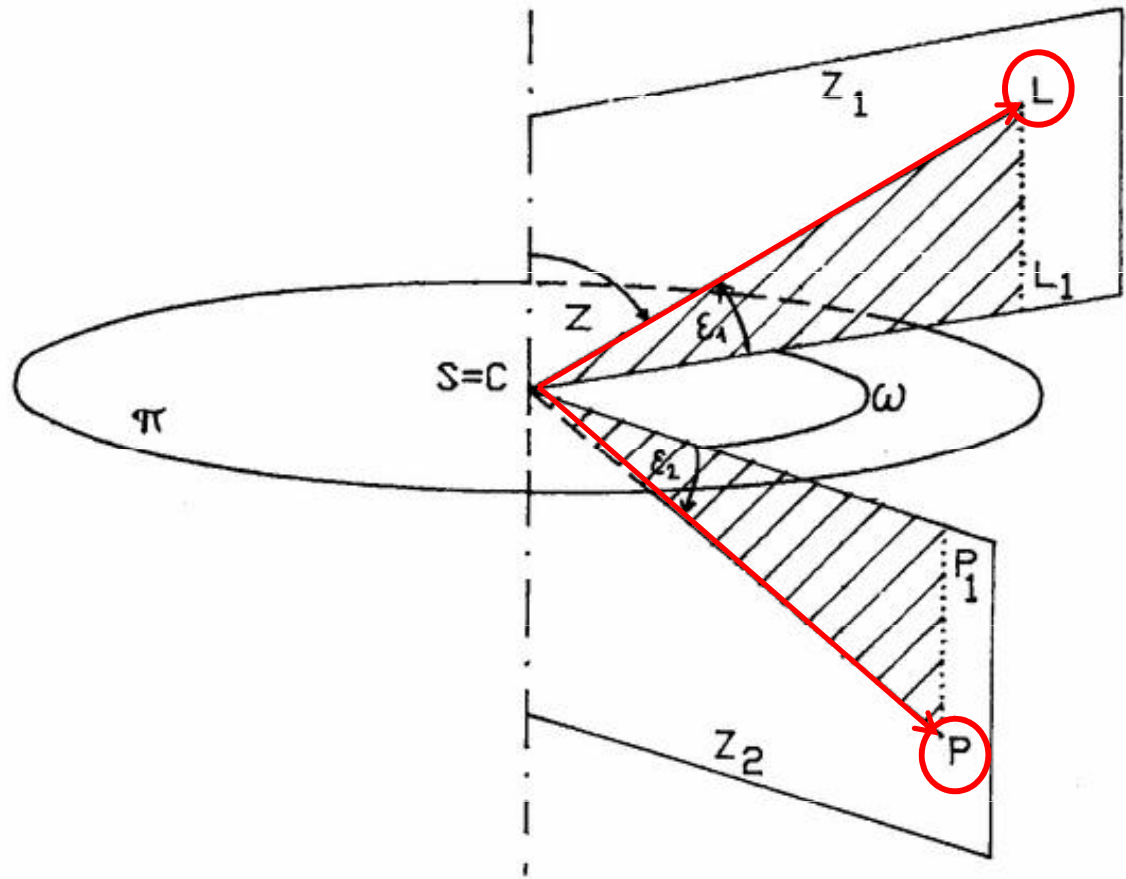
Poloha 1)

Poloha 2)

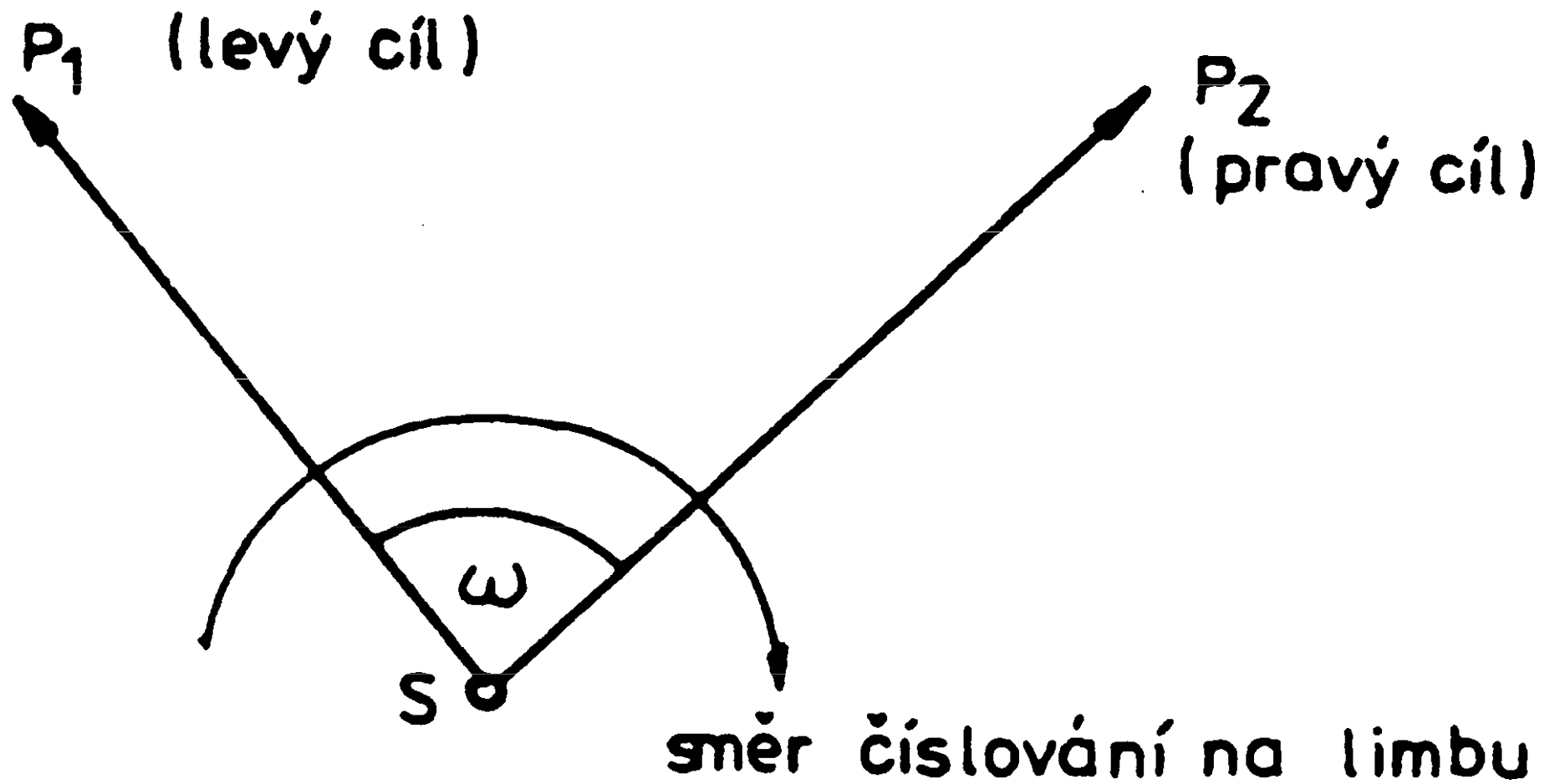


# Měření směrů a úhlů

- slouží k určení vzájemného vztahu mezi zvolenými body **L** a **P**
- pro určení úhlu se musí určit dva směry a odečíst číselné hodnoty na stupnici vodorovného kruhu



# Měření vodorovného úhlu (v jedné poloze dalekohledu)



# Postup při měření jednoho úhlu (ve dvou polohách dalekohledu)

I. poloha dalekohledu

$$L = P_1$$

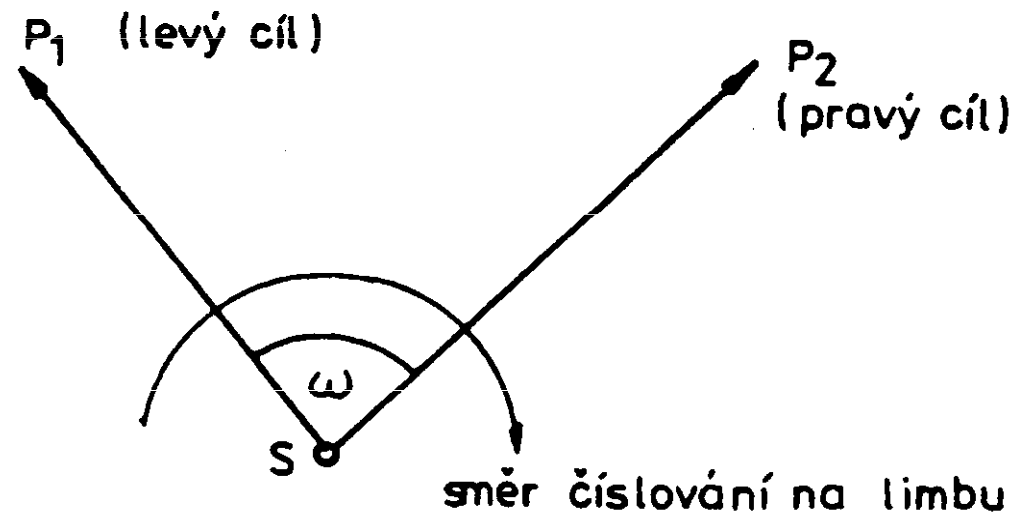
$$P = P_2$$

proložit dalekohled

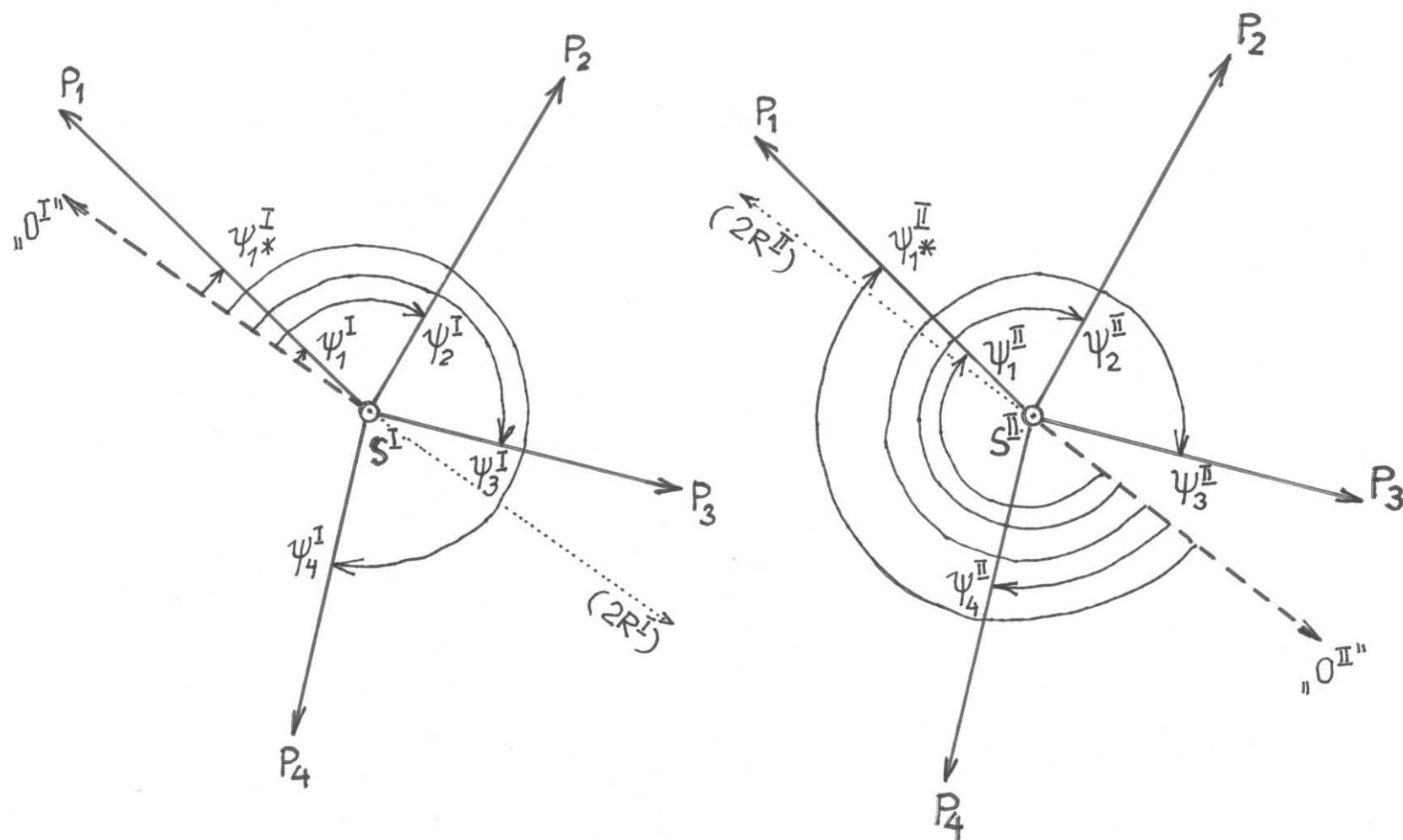
II. poloha dalekohledu

$$P = P_2$$

$$L = P_1$$



# Schéma měření směrů metodou ve skupinách I. a II. poloha dalekohledu



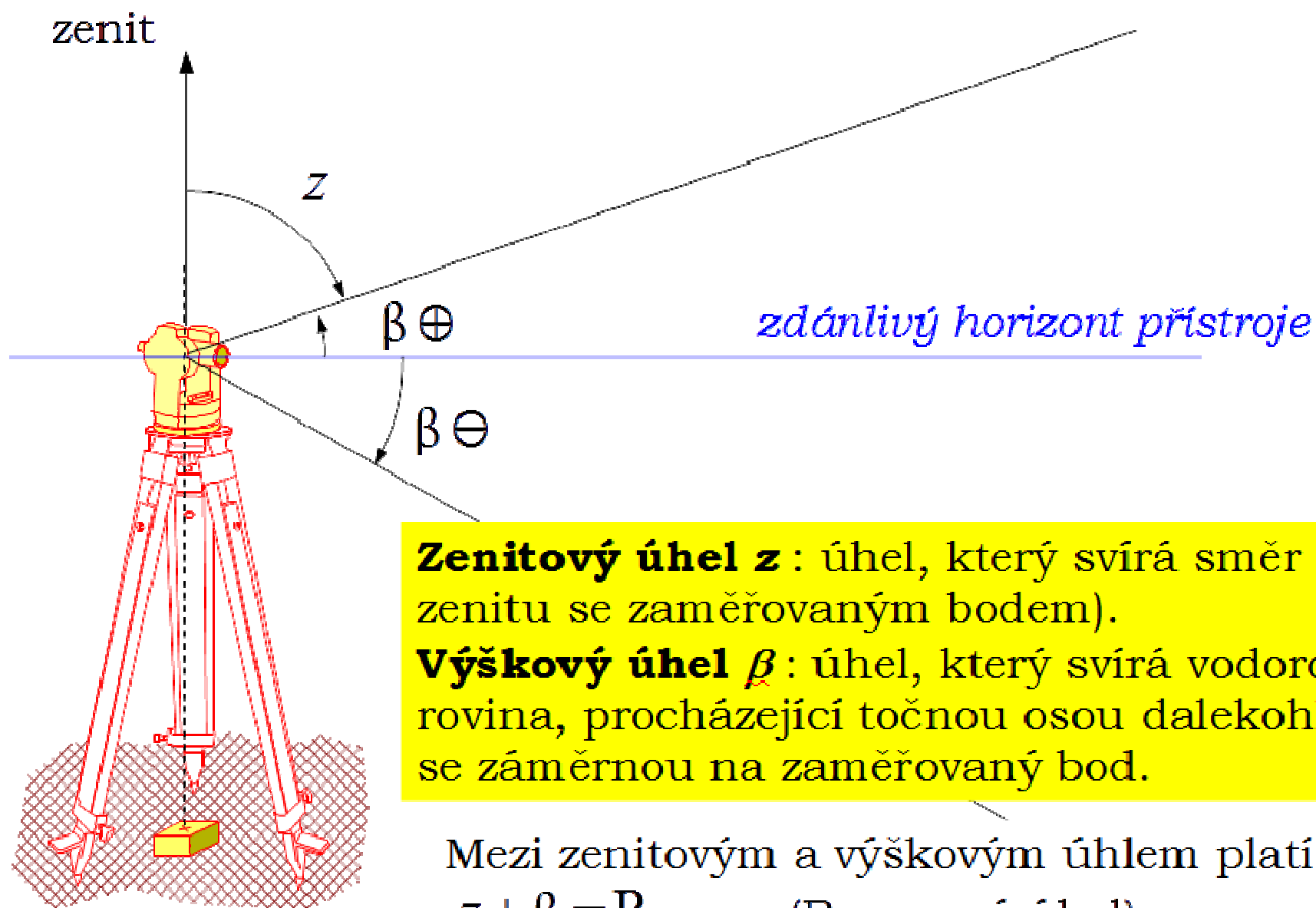
# Zápisník měření vodorovných směrů

## Zápisník měřených vodorovných směrů

Nomenklatura: .....				Stanovisko: <i>centrické</i>						Teodolit: <i>Theo 010 B</i> č. <i>103114</i>												
Číslo a název bodu .....				Cíl: <i>centrický</i>						postaven na <i>stativu</i> úhlová míra <i>grády</i>												
				Měřil: <i>J. K.</i> dne <i>25.6.99</i>						Stav povětrnosti: <i>oblačno, mírný vítr</i>												
Směr na	Ra da	1. skupina			Průměr skupiny Redukce		2. skupina			Průměr skupiny Redukce		3. skupina			Průměr skupiny Redukce		Centrační změny		Průměr ze 3 skupin			
																	cíl stanovisko	Centrováný směr				
<i>Poč.</i>	I	<b>0</b>	00	32	00	06	66	63	84	63	56	133	86	53	86	54						
	II	199	99	79	<b>00</b>	<b>00</b>	266	63	28	<b>00</b>	<b>00</b>	333	86	56	<b>00</b>	<b>00</b>				<b>0</b>	<b>00</b>	<b>00</b>
62 Bohoslovecká kolej	I	<b>12</b>	93	92	93	63	79	57	22	57	12	146	80	09	80	16						
	II	212	93	34	<b>93</b>	<b>57</b>	279	57	01	<b>93</b>	<b>56</b>	00	80	24	<b>93</b>	<b>62</b>				<b>12</b>	<b>93</b>	<b>58</b>
29 kostel sv. Ludmily	I	<b>14</b>	10	98	10	79	80	74	36	74	41	147	97	37	97	36						
	II	214	10	60	<b>10</b>	<b>73</b>	280	74	46	<b>10</b>	<b>85</b>	347	97	34	<b>10</b>	<b>82</b>				<b>14</b>	<b>10</b>	<b>80</b>
19 chrám sv. Víta	I	<b>30</b>	61	60	61	37	97	24	90	24	86	164	48	01	47	87						
	II	230	61	14	<b>61</b>	<b>31</b>	297	24	82	<b>61</b>	<b>30</b>	364	47	73	<b>61</b>	<b>33</b>				<b>30</b>	<b>61</b>	<b>31</b>
18 kostel sv. Norberta	I	<b>99</b>	05	12	04	98	165	68	48	68	34	232	91	55	91	44						
	II	299	04	84	<b>04</b>	<b>92</b>	365	68	19	<b>04</b>	<b>78</b>	32	91	34	<b>04</b>	<b>90</b>				<b>99</b>	<b>04</b>	<b>87</b>
<i>Poč.</i>	I	00	00	16	00	17	66	63	32	63	48	133	86	72	86	73						
	II	200	00	18	<b>00</b>	<b>11</b>	266	63	64	<b>99</b>	<b>92</b>	333	86	74	<b>00</b>	<b>19</b>				<b>0</b>	<b>00</b>	<b>07</b>
	I																					



# Měření svislých úhlů



Mezi zenitovým a výškovým úhlem platí:

$$z + \beta = R \quad (R = \text{pravý úhel})$$

# Měření svislých úhlů (2)

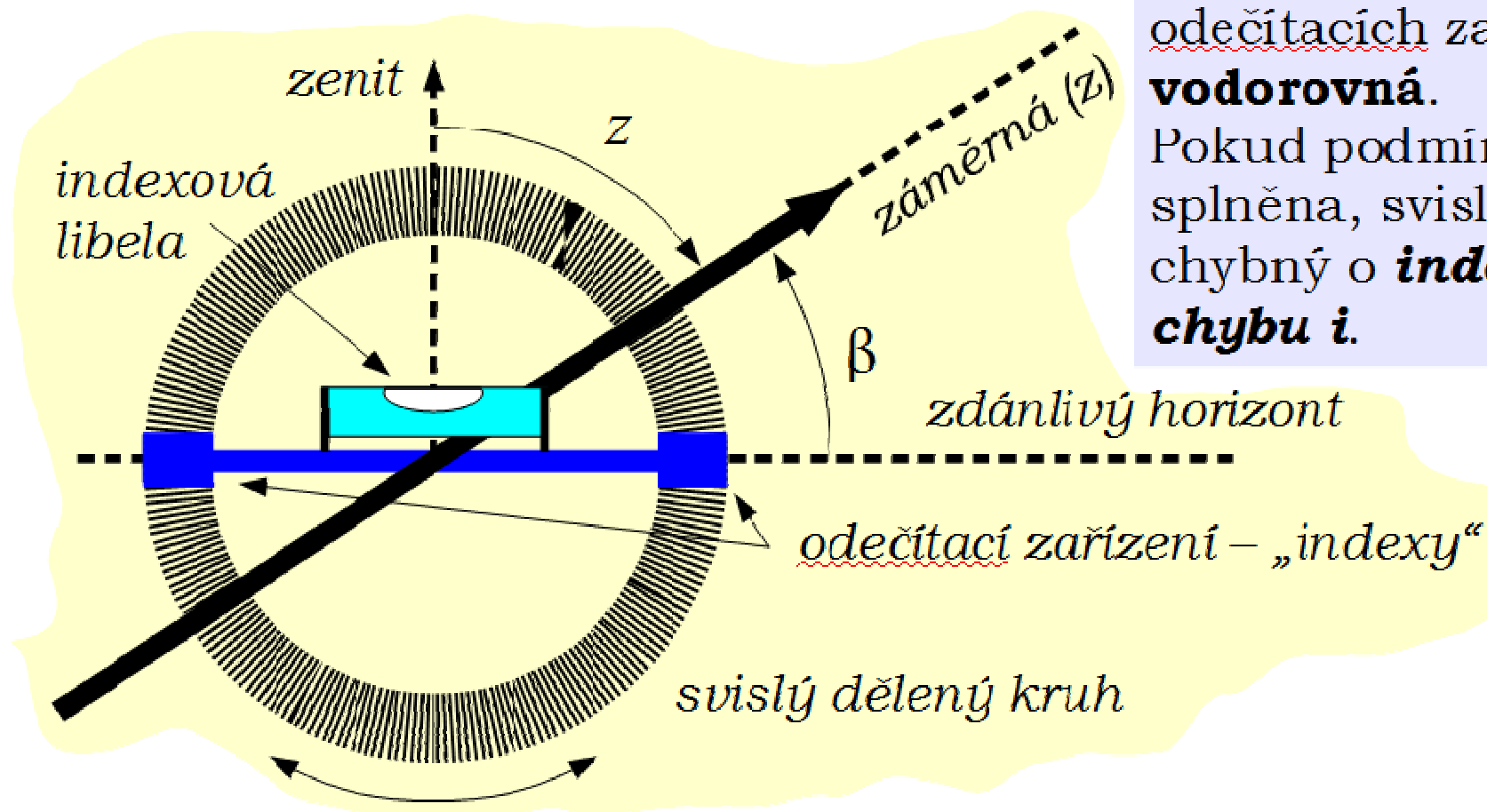
Svislé úhly zpravidla měříme v jedné nebo ve dvou polohách dalekohledu.

## Měříme:

- zenitové úhly (téměř vždy), nebo
- výškové (+) a hloubkové (-) úhly.

Před odečtením svislého úhlu musí být spojnice odečítacích zařízení **vodorovná**.

Pokud podmínka není splněna, svislý úhel je chybný o **indexovou chybu  $i$** .



# Chyby měřených svislých úhlů

## **Chyby přístrojové**

- › indexová chyba;
- › vlivy způsobené osovými chybami (viz chyby Hz směrů);
- › a další.

## **Chyby měřické**

- › z nepřesného urovnání indexové libely (kompenzátoru);
- › chyba v zacílení dalekohledu;
- › chyba v odečtení úhlové stupnice;
- › chyba v určení výšky teodolitu a cíle;
- › chyba způsobená nepřesnou centrací teodolitu

## **Chyby z vnějšího prostředí**

- › vliv vertikální refrakce
- › vliv vibrace (vzduchu)

## Postup při měření svislých úhlů:

- Centrace a horizontace teodolitu
- Zvolí se počáteční bod a směr, od kterého se bude měřit
- V I. poloze dalekohledu se zacílí na bod, pointace
- Přečte se údaj Vz (vertikální nebo zenitový úhel)
- Dalekohled se proloží dalekohled do II. polohy, zacílí se a odečte se hodnota zenitového úhlu.
- Vypočte se indexová chyba

Platí:  $zI + zII = 400g$

Výpočet indexové chyby:  $i = 400g - (zI + zII) / 2$

$z = zI + i$