C2142 Návrh algoritmů pro přírodovědce

3. Základní datové struktury

Tomáš Raček

Jaro 2016

Datové struktury

Datová struktura popisuje uložení dat v paměti počítače.

Výběr datové struktury ovlivňuje:

- množství použité paměti (režie konkrétní struktury)
- složitost operací nad touto strukturou, např.:
  - přidání/odebrání prvku
  - zpřístupnění prvku
  - sekvenční průchod přes všechny prvky
  - nalezení minimálního/maximálního prvku
  - ...

Aktuálně známe:

- jednoduché proměnné (celá čísla, desetinná čísla, znaky,...)
- pole

Pole I

Pole je soubor prvků stejného typu uložených v paměti za sebou.

Vlastnosti:

- zabírá souvislou oblast v paměti
- zpřístupnění prvku přes jméno pole a index (př. `A[i + 1]`)

Indexace v poli

- výpočet adresy konkrétního prvku: adresa prvního prvku (A) + velikost typu (D) * počet předchozích prvků
- 1D: adresa A[i] = $A + D \cdot i$
- 2D: adresa A[i][j] $= A + D \cdot (i \cdot n + j)$
- 3D: adresa A[i][j][k] = $A + D \cdot (i \cdot n^2 + j \cdot n + k)$

Pole II

Výhody pole:

- jednoduchá implementace
- přímočaré použití
- zpřístupnění prvku v konstantním čase
- sekvenční přístup vede často v praxi k vysokému výkonu (díky využití vyrovnávací paměti)

Nevýhody pole:

- problematická změna velikosti – Jak přidám/odeberu prvek?

Statické vs. dynamické datové struktury

Statické datové struktury (např. pole) mají pevně danou velikost.

- neflexibilní přístup
- lze nadhodnotit velikost → plýtvání paměti ve většině případů

Dynamické datové struktury nabízí implicitní způsob změny velikosti.

- složitější na implementaci
- změna velikosti přináší jistou režii

Dynamické pole I

Nedostatky pole. Pole neumožňuje libovolně přidávat/odebírat prvky, změna jeho velikosti je složitá → je potřeba znovu alokovat souvislý kus paměti a kopírovat prvky.

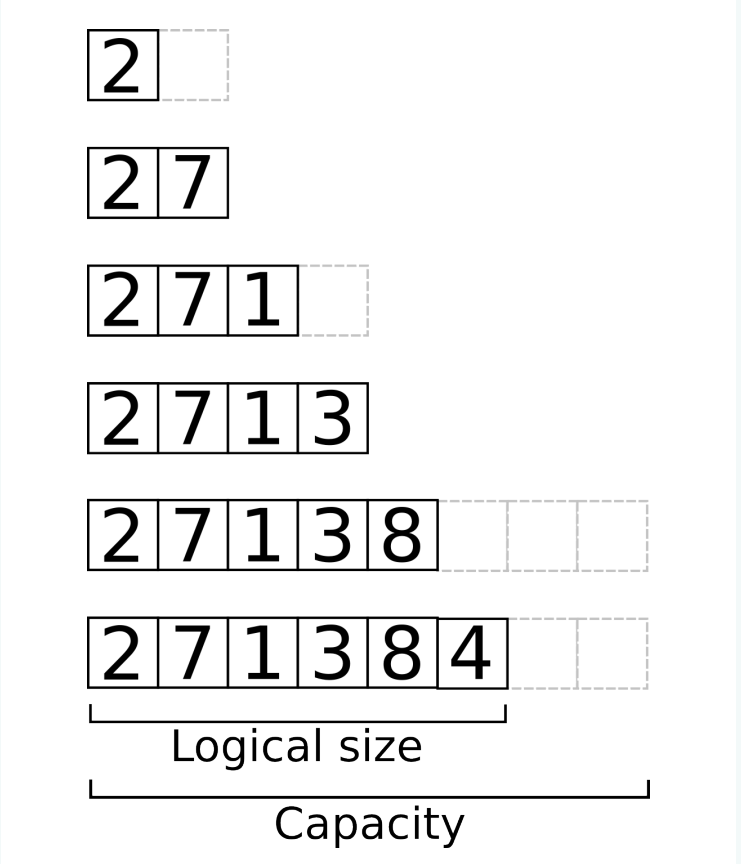
Pozorování

- přidávat prvky na začátek/doprostřed pole je obtížné
- přidání nebo odebrání prvku na konci pole je snazší → můžeme se vyhnout kopírování prvků
- pro přidání prvku na konec pole musí být v paměti místo

Dynamické pole. Rozšíření pole o možnost přidávat a odebírat prvky. Implementací jde o statické pole, které je logicky rozděleno na aktuálně zabranou a volnou oblast.

Dynamické pole II

- prvky lze na konec přidávat až do vyčerpání kapacity
- poté je potřeba realokace celého pole, typicky např. na dvojnásobnou kapacitu
- zjevně má přidání prvku na začátek/doprostřed/na konec pole lineární složitost



Jak je tomu ale v praxi?

Amortizovaná složitost

Pozorování. Při přidávání prvku na konec dynamického pole je většina těchto operací rychlá – mají konstantní složitost. Pokud je ale nutné pole realokovat, složitost je lineární.

- lineární složitost nastává ale velmi zřídka
- někdy může být užitečnější jiný aparát pro popis složitosti

Amortizovaná složitost neuvažuje operace izolovaně, ale v rámci větší skupiny.

- poskytuje reálnější odhad pro dlouhodobé chování datové struktury
- nedává horní odhad → některé operace mohou trvat „překvapivě“ dlouho

Dynamické pole – amortizovaná složitost

Příklad. Uvažme dynamické pole o n prvcích, kapacitě $2n$ a operaci přidání prvku na konec pole.

- prvních n operací přidání prvku na konec má složitost $\mathcal{O}(1)$
- následující operace je ale v $\mathcal{O}(n) \rightarrow$ způsobí zvětšení pole na dvojnásobek
- dalších $2n$ těchto operací je opět rychlých
- ...

Pozorování. Posloupnost n operací přidání prvku na konec pole má celkem složitost $\mathcal{O}(n)$.

Závěr. Přidání prvku na konec dynamického pole má konstantní amortizovanou složitost. (Analogicky pro odebrání posledního prvku.)

Dynamické pole IV – praxe

Praxe. Dynamické pole je implementováno například jako List v Pythonu nebo std::vector v C++.

Měření. Změřte dobu běhu programu, který postupně přidává celkem 100 000 prvků do pole na a) začátek, (b) doprostřed, (c) na konec.

(a) 8,7 s

(b) 4,5 s

(c) 0,1 s

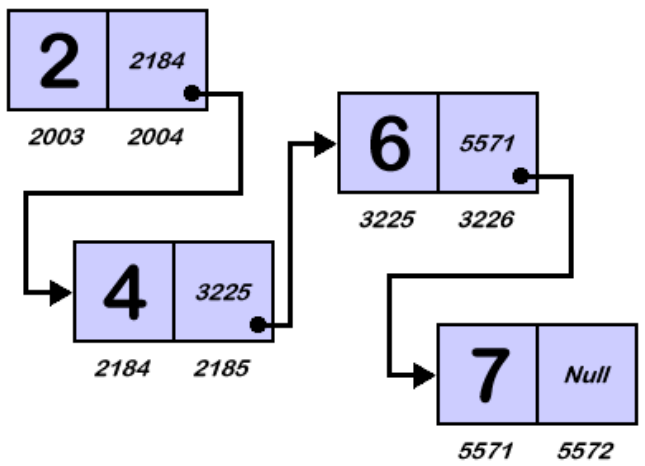
Závěr. Měření potvrzuje amortizovaný odhad složitosti. Dynamické pole je efektivní při přidávání/odebírání posledního prvku.

Spojový seznam I

Nedostatkem dynamického pole je přidávání/odebírání prvku mimo jeho konec.

Spojový seznam představuje datovou strukturu s konstantní složitostí přidání/odebrání prvku.

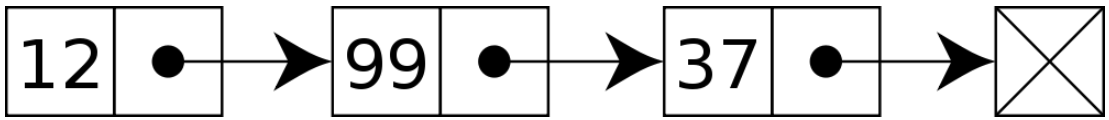
- každý prvek obsahuje ukazatel na prvek následující – next
- na rozdíl od pole nevyžaduje souvislou oblast paměti



Spojový seznam II

Přístup ke spojovému seznamu je realizován přes ukazatel na jeho začátek – HEAD.

Pro zvýšení efektivity přidávání prvků ($\rightarrow \mathcal{O}(1)$) na konec seznamu lze využít ukazatel na konec seznamu – TAIL.



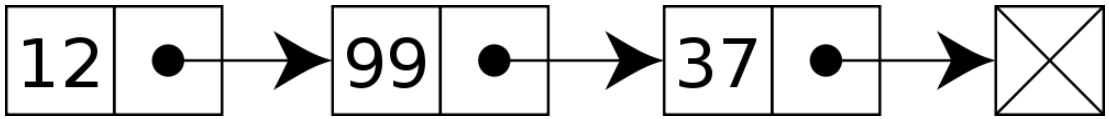
Pozorování. Indexace (= zpřístupnění prvku) je v $\mathcal{O}(n)$.

Průchod seznamem:

- sekvenční průchod v $\mathcal{O}(n)$ – stejně jako u pole
- v opačném pořadí ovšem $\mathcal{O}(n^2)$!

Spojový seznam III – příklad

Příklad operace nad spojovým seznamem



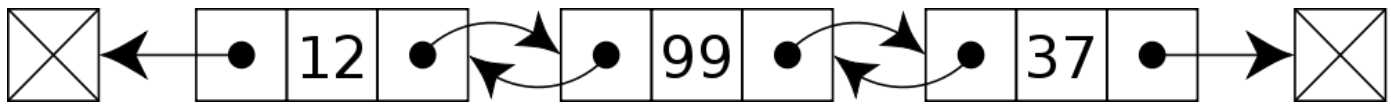
Přidání prvku na začátek seznamu:

1. alokace paměti pro nový prvek N
2. kopie vlastních dat do N
3. nastavení N.next na aktuální HEAD
4. nastavení ukazatele HEAD na nový prvek

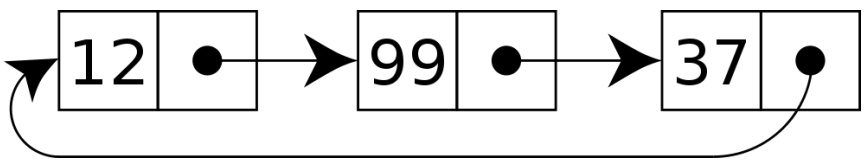
Další typy spojových seznamů

Oboustranně zřetězený spojový seznam. Je rozšířením spojového seznamu o ukazatel na předchozí prvek – prev.

- průchod seznamem v opačném pořadí v $O(n)$
- zvyšuje paměťovou náročnost



Cyklický spojový seznam propojuje poslední prvek s prvním.



Srovnání datových struktur

Složitosti operací nad základními datovými strukturami:

Operace	Pole	Dynamické pole	Spojový seznam
Indexace	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(n)$
Vyhledávání	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
Přidání prvku	–	$\mathcal{O}(n)$ / $\mathcal{O}(1)^*$	$\mathcal{O}(1)$
Odebrání prvku	–	$\mathcal{O}(n)$ / $\mathcal{O}(1)^*$	$\mathcal{O}(1)$
Paměťová režie	–	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$

* amortizovaná složitost pro poslední prvek

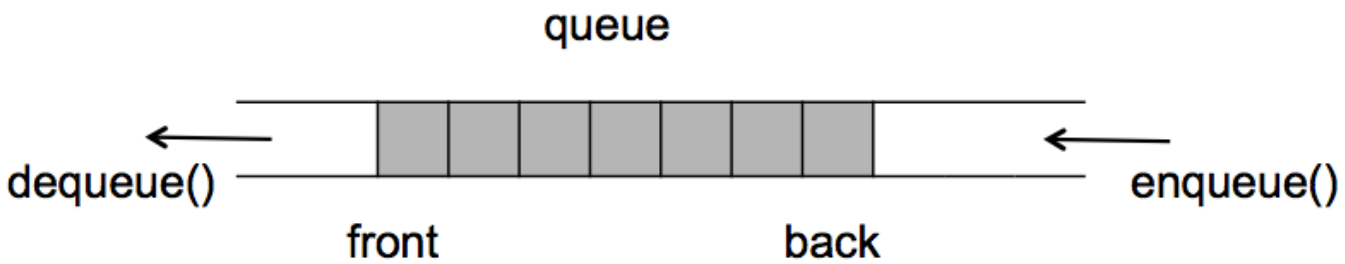
Závěr. Univerzálně nejlepší datová struktura neexistuje.

Fronta I

Fronta je datová struktura typu FIFO (First In First Out).
Implementuje tzv. FCFS (First Come First Served) přístup.

Operace:

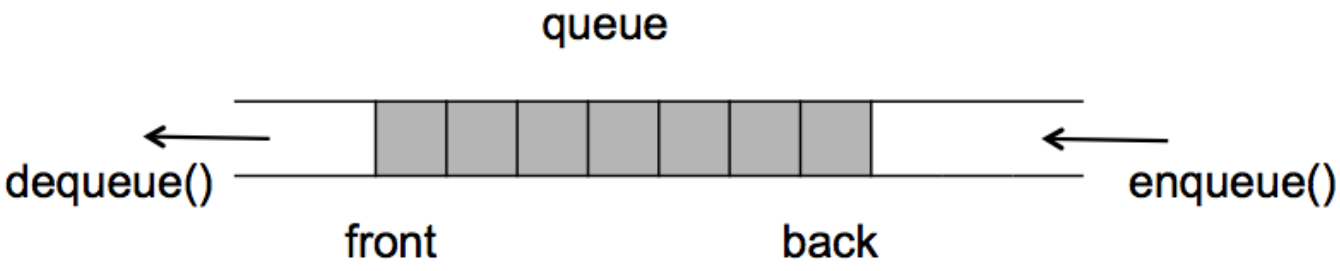
- enqueue – přidá prvek na konec fronty
- dequeue – odebere prvek ze začátku fronty
- obě lze implementovat v $\mathcal{O}(1)$



Fronta II

Implementace fronty

- (dynamické) pole
- spojový seznam

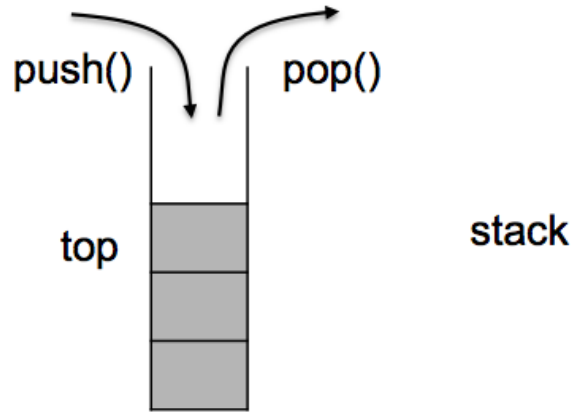


Prioritní fronta.

- každému prvku je přiřazeno číslo – priorita
- priorita určuje, kam bude prvek do fronty zařazen
- několik možných implementací

Zásobník

Zásobník je datová struktura typu LIFO (Last In First Out). Všechny ostatní vlastnosti jsou shodné s frontou.



Operace:

- push – přidá prvek na vrchol zásobníku
- pop – odebere prvek z vrcholu zásobníku
- obě lze implementovat v $\mathcal{O}(1)$

Abstraktní datový typ

Abstraktní datový typ (ADT) je matematický model pro určité datové struktury definované svými operacemi a omezeními na nich.

- teoretický koncept zjednodušující analýzu chování
- někdy je součástí specifikace i složitost operací
- konkrétní implementaci lze zvolit

Příklady: seznam, fronta, zásobník, množina,...

Ukázka pro zásobník

- zásobník S, prvek k, proměnná X
- S.push(k); $X \leftarrow S$.pop() je ekvivalentní $X \leftarrow k$
- operace push() a pop() mají konstantní složitost