mmzm_rozdeleni

September 29, 2016

1 Table of Contents


```
In [1]: %matplotlib inline
        from scipy import stats
        from matplotlib import pyplot as pl
        import numpy as np
```

2 Typová rozdělení

2.1 Diskrétní

2.1.1 Binomické

výsledky opakovaných pokusů s náhodným jevem, který má 2 možné výsledky

$$\pi_n(r) = \frac{n!}{p!(n-p)!}p^r(1-p)^{n-r} \tag{1}$$

střední hodnota : np
disperze : $np(1-p)$
asymetrie : $\frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$
excess : $\frac{1-6p(1-p)}{np(1-p)}$

2.1.2 Poissonovo

$$\pi_n(r) = \frac{1}{r!}\mu^r \mathrm{e}^{-\mu} \tag{2}$$

střední hodnota : μ
disperze : μ
asymetrie : $1/\sqrt{\mu}$
excess : $1/\mu$
limitně pro $\mu \to \infty$ se blíží $N(\mu, \sqrt{\mu})$

2.2 Spojité

2.2.1 rovnoměrné rozdělení

$$f(x) = 1/(b-a) \ \ldots \ x \in < a, b >$$

střední hodnota : $(a+b)/2$
disperze : $(a-b)^2/12$
asymetrie : 0
excess : -1.2

2.2.2 exponenciální rozdělení

$$f(x) = \exp(\frac{-x}{\mu})/\mu$$

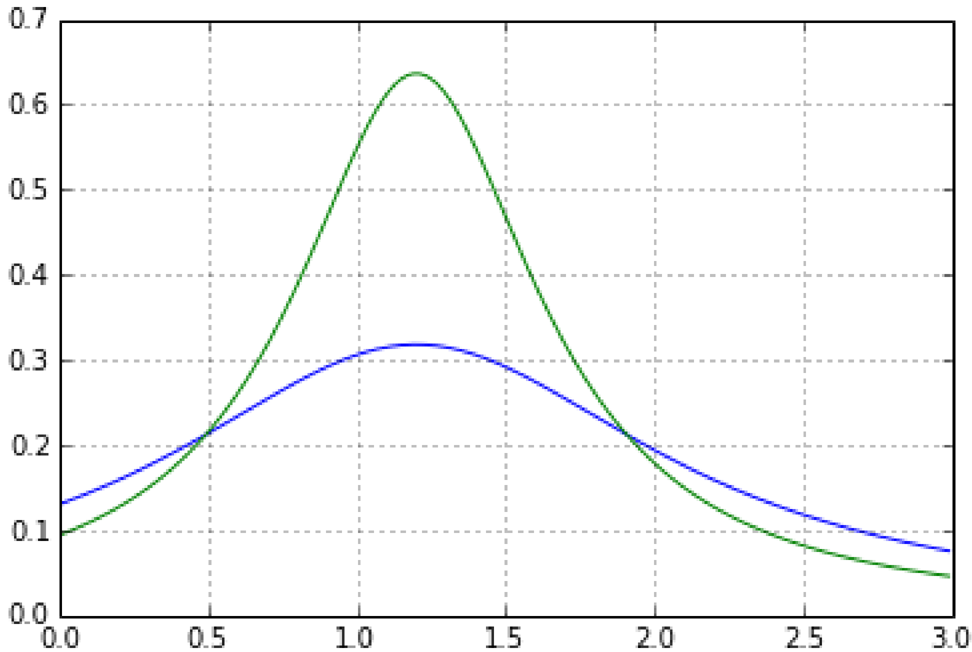
střední hodnota : μ
disperze : μ^2
asymetrie : 2
excess : 6
charakter. funkce $1/(1 - ß\mu t)$

2.2.3 Breit-Wigner (Cauchy, Lorentz)

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+(x-\mu)^2}$$

střední hodnota : nedef. ()
disperze : ∞
charakter. funkce $\exp^{-|t|}$
generování: $\tan\pi(r-1/2)$ pro *r* s rovnom. rozdělením v (0,1)

```
In [4]: x=np.r_[0.01:3:0.02]
        pl.plot(x,1/np.pi/(1+(x-1.2)**2))
        pl.plot(x,0.5/np.pi/(0.25+(x-1.2)**2))
        pl.grid()
```



2.2.4 beta rozdělení (pro interval 0<x<1)

$$f(x) = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n)} x^{m-1}(1-x)^{n-1}$$

střední hodnota : $m/(m+n)$
disperze : $\frac{mn}{(m+n)^2(m+n+1)}$
asymetrie : $\frac{2(n-m)\sqrt{m+n+1}}{\sqrt{mn}(m+n+2)}$
excess : $\frac{3(m+n+1)[2(m+n)^2+mn(m+n-6)]}{mn(m+n+2)(m+n+3)} - 3$

2.2.5 gama rozdělení (pro interval x>0)

$$f(x) = \frac{\mu^\nu}{\Gamma(\nu)} x^{\nu-1} \exp(-x/\mu)$$

střední hodnota : ν/μ
disperze : ν/μ^2
asymetrie : $2/\sqrt{\nu}$
excess : $6/\nu$
generování (pro $\mu = 1$): vezmeme *n+1* NP r_i s rovnom. rozdělením v (0,1) a spočteme $x = -\ln \prod^{n+1} r_i$

2.2.6 χ^2 rozdělení

rozdělení součtu čtverců n NP s normálním rozdělením N(0,1)

$$f_n(x) = \frac{x^{n/2-1} \exp{(-x/2)}}{2\Gamma(n/2)}$$

střední hodnota : n
disperze : $2n$
asymetrie : $\sqrt{8/n}$
excess : $12/n$
charakter. funkce $(1 - 2ßt)^{-n/2}$
limitně pro $n \to \infty$ se blíží $N(n, 2n)$

2.2.7 Studentovo t-rozdělení (Gosset 1908)

rozdělení podílu nezávislých NP s normálním a χ^2_n rozdělením

$$f_n(x) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{n\pi}\Gamma(n/2)} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$$

střední hodnota : 0
disperze : $n/(n-2)$
asymetrie : 0
excess : $6/(n-4)$ pro n>4
generování: dvě NP r_1, r_2 s rovnom. rozdělením v (0,1) , pokud $r_1 < 0.5$, $t = 1/(4r_1 - 1)$, $v = r_2/t^2$, jinak $t = 4r_1 - 3$,$v = r_2$. Hodnotu $x = t$ akceptujeme, pokud $v < 1 - |t|/2$ nebo $v < (1 + t^2/n)^{-(n+1)/2}$

2.2.8 Fischer-Snedecorovo rozdělení

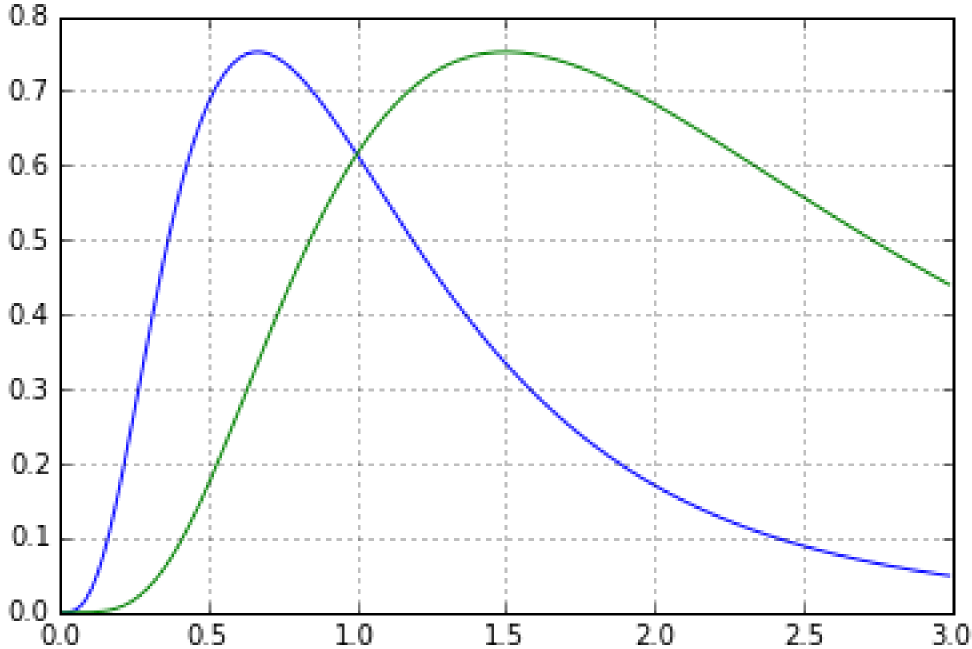
má podíl dvou náhodných proměnných s rozděleními $\chi^2(n)/n$ a $\chi^2(m)/m$

$$f_{(n,m)}(x) = \frac{m}{n}^{m/2} \frac{\Gamma((m+n)/2)}{\Gamma(m/2)\Gamma(n/2)} x^{(n-2)/2} \left(1 - \frac{m}{n}x\right)^{-(m+n)/2}$$

střední hodnota : $m/(m-2)$
disperze : $\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$
pro m=1 se redukuje na t-rozdělení
$1/2 \log F$ má pro velká m,n přibližně rozdělení $N((1/f_2 - 1/f_1)/2, (1/f_2 + 1/f_1)/2)$, kde $f_1 = m - 1, f_2 = n - 1$

```
In [11]: x=np.r_[0.01:3:0.02]
         n,m=10,10
         pl.plot(x,stats.f(m,n).pdf(x))
         pl.plot(x,stats.f(m,n).pdf(1/x))
         pl.grid()
         stats.f(m,n).ppf([0.025,0.975])

Out[11]: array([ 0.26904923,  3.71679186])
```




```
In [12]: 1./0.269
```

```
Out[12]: 3.717472118959108
```