

# 1. Paschenův zákon

## Odvození Paschenova zákona

Při působení elektrického pole na zředěný plyn dochází k urychlování náhodných elektronů v plynu do takových energií, že při srážkách urychlených elektronů s molekulami plynu dochází k ionizaci elektronovým nárazem a počet elektronů exponenciálně vzrůstá v důsledku Townsendovy laviny v závislosti na dráze  $d$ , kterou elektrony uběhly

$$n = n_0 \exp(\alpha d) \quad (1)$$

Koeficient úměrnosti  $\alpha$  se nazývá první ionizační Townsendův koeficient (udává počet ionizujících srážek, které jeden elektron uskuteční na jednotkové délce) a  $n_0$  je počet elektronů v místě  $d = 0$ . Necht' elektrické pole je vytvářeno napětím  $U$  vloženým mezi dvě rovinné elektrody, umístěné ve zředěném plynu. Vzdálenost elektrod necht' je  $d$ . Při vzniku elektronové laviny vzniká i  $n - n_0$ , tedy  $n_0[\exp(\alpha d) - 1]$  nových iontů. Tyto ionty se pohybují v elektrickém poli ke katodě a dopadají na ni. Při dopadu vyvolávají emisi sekundárních elektronů z katody. Koeficient sekundární emise  $\gamma$  udává průměrný počet elektronů emitovaných jedním iontem. Do koeficientu  $\gamma$  se někdy zahrnuje i emise vyvolaná zářením souvisejícím se vznikem jednoho páru nosičů náboje.

Podmínka zapálení výboje je daná rovnicí

$$\gamma(\exp(\alpha d) - 1) = 1 \quad (2)$$

což znamená, že v lavině musí být jedním primárním elektronem vytvořeno tolik iontů, aby dopadem na katodu způsobily emisi jednoho nového elektronu. Townsendův ionizační koeficient  $\alpha$  závisí na intenzitě elektrického pole  $E$  tímto vztahem (viz úloha „Měření prvního Townsendova koeficientu“)

$$\frac{\alpha}{p} = A \exp\left(-\frac{Bp}{E}\right) \quad (3)$$

kde  $p$  je tlak plynu,  $A = 1/p\lambda_e$  a  $B = U_i/p\lambda_e$  jsou konstanty závislé na druhu plynu,  $\lambda_e$  je střední volná dráha elektronů a  $U_i$  je ionizační potenciál plynu.

Dosazením upraveného výrazu (3) do (2) dostáváme

$$\gamma \left[ \exp\left(Apd \exp\left(-\frac{Bpd}{U_z}\right)\right) - 1 \right] = 1 \quad (4)$$

Po úpravě a logaritmování

$$\exp\left[Apd \exp\left(-\frac{Bpd}{U_z}\right)\right] = \frac{1}{\gamma} + 1 \quad (5)$$

$$Apd \exp\left(-\frac{Bpd}{U_z}\right) = \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) \quad (6)$$

Položme pro daný plyn a materiál katody

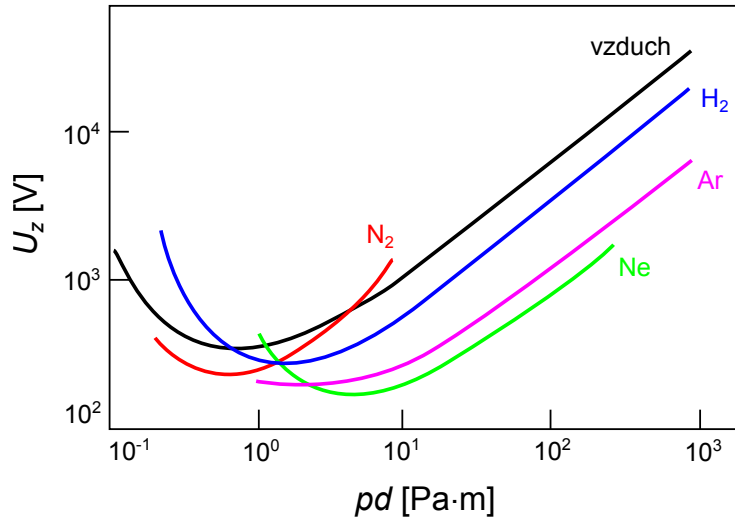
$$\ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) = C \quad (7)$$

Z rovnice (6) tak dostáváme

$$\exp\left(-\frac{Bpd}{U_z}\right) = \frac{C}{Apd} \quad (8)$$

$$-\frac{Bpd}{U_z} = \ln\left(\frac{C}{Apd}\right) \quad (9)$$

$$U_z = \frac{Bpd}{\ln(Apd/C)} \quad (10)$$

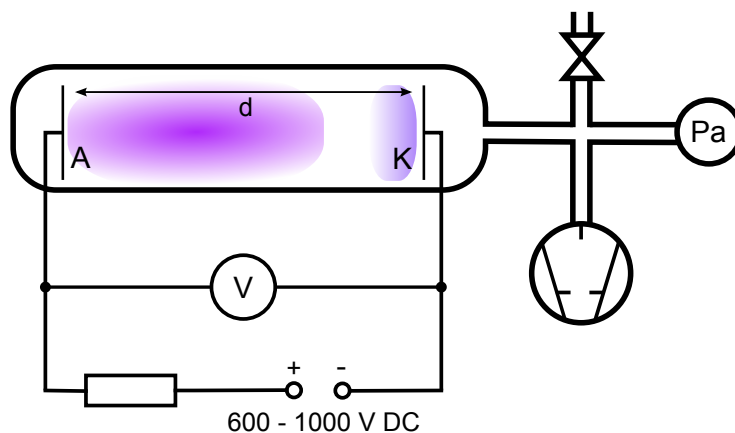


Obrázek 1: Paschenovy křivky pro různé plyny.

Závislost  $U_z$  na součinu ( $pd$ ) se nazývá Paschenův zákon. Tato funkce vykazuje ve svém průběhu minimum (viz Obr. 1). Při zmenšování tlaku se zvětšuje střední volná dráha a proto aby elektron mezi katodou a anodou uskutečnil stejný počet ionizací jako při vyšších tlacích, musí se zvětšit vzdálenost elektrod  $d$ . Naopak, se zvětšujícím tlakem se střední volná dráha zmenšuje. Elektron tedy mezi srážkami uběhne kratší dráhu a aby na ní nabyl dostatečné energie, musí se zvětšit elektrické pole  $E = U_z/d$  a tedy buď zmenšíme vzdálenost  $d$  anebo dojde k zapálení výboje až při větším  $U_z$ . Úvahy o měnění vzdálenosti  $d$  jsou o něco přímočařejší. S rostoucím  $d$  klesá intenzita elektrického pole  $E$  a aby energie elektronu byla dostatečná pro ionizaci, je potřeba zvětšit  $U_z$ . Zmenšením vzdálenosti  $d$  mezi elektrodami zmenšujeme dráhu, na které elektron vykonává srážky a tím tedy i celkový počet ionizací a proto opět musíme zvětšit  $U_z$ .

## Měření

Ověření Paschenova zákona provedeme na výbojce s pohyblivými elektrodami ( $d=1-50$  mm) pro tlak plynu v rozmezí  $10 - 500$  Pa. Ten je ustaven dynamickou rovnováhou mezi čerpací rychlostí rotační vývěvy a množstvím připouštěného plynu (vzduchu) přes jehlový ventil. Tlak měříme Piraniho manometrem a zápalné napětí určujeme voltmetrem s vysokým vnitřním odporem v zapojení podle obrázku 2.



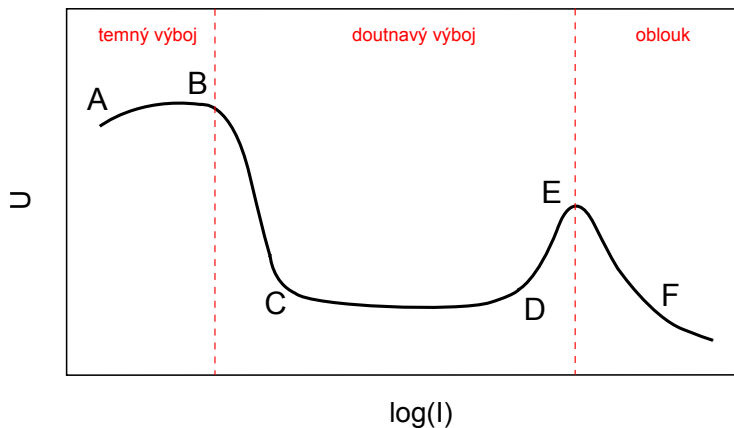
Obrázek 2: Schema zapojení pro měření Paschenovy křivky.

Napětí na výbojce zvolna zvyšujeme až dojde k zapálení výboje. Zapálení výboje poznáme podle prudkého poklesu napětí na výbojce způsobeného ochranným odporem v obvodu. Zapišeme hodnotu napětí těsně před okamžikem zapálení. Snížíme napětí na nulu a před dalším měřením vyčkáme alespoň 1 minutu, než dojde k rekombinaci všech nábojů ve výbojce. Do grafu vyneseme závislost  $U_z = f(pd)$  pro konstantní  $p$  pro jednu sérii měření a konstantní  $d$  pro druhou sérii měření.

## 2. Voltampérová charakteristika doutnavého výboje

### Voltampérová charakteristika samostatného výboje

Elektrické výboje vždy obsahují určité množství volných elektronů a iontů, přičemž elektrická vodivost plynu není konstantní, ale mění se v závislosti na proudu procházejícím výbojem. Různé typy výbojů se pak dají rozlišit nejenom na základě jejich svítivosti, ale hlavně také na základě jejich elektrických vlastností a voltampérové (VA) charakteristiky. Voltampérovou charakteristiku výboje získáme měřením napětí na výbojce v závislosti na proudu tekoucím výbojem,  $U = f(I)$ . Na obr. 3 je uvedena VA charakteristika samostatného výboje. Se změnou proudu výbojem se značně mění vlastnosti elektrického výboje a ten přechází v různé typy výboje (z temného výboje až po oblouk). Je vidět, že VA charakteristika je silně nelineární a v některých oblastech charakteristiky proud vzrůstá při konstantním napětí na elektrodách a dokonce i při klesajícím napětí.



Obrázek 3: Voltampérová charakteristika samostatného výboje (osa proudu je v logaritmickém měřítku).

První oblast AB odpovídá temnému výboji, který je však velmi slabý a proto ho téměř nelze pozorovat očima. V této oblasti se již tvoří elektronové laviny na Townsendovském principu, avšak k zapálení doutnavého výboje dojde, až když ionty dopadající na katodu mají dostatečnou energii k tvorbě sekundárních elektronů.

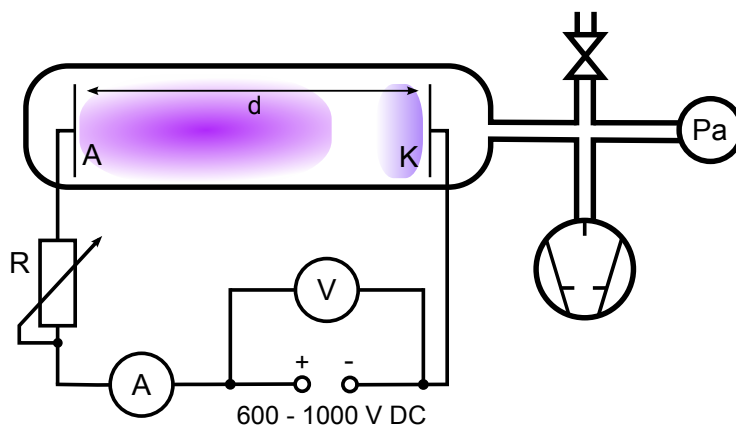
Další oblast pak odpovídá normálnímu doutnavému výboji. V úseku BC proud vzrůstá i při klesajícím napětí. Tento jev můžeme vysvětlit vznikem prostorového náboje a změnou původního elektrického pole vytvářeného napětím na elektrodách. Je-li tvar pole vzniklého v důsledku prostorového náboje takový, že ionizace ve výboji vzrůstá, pak proud samovolně narůstá. Při tom může napětí na elektrodách klesat a pak dostáváme klesající část voltampérové charakteristiky. V opačném případě, když elektrické pole vytvořené prostorovým nábojem vytváří horší podmínky ionizace, pak chceme-li zvýšit proud výbojem, je nutné

zvýšit napětí na elektrodách. V takovém případě jsme v oblasti rostoucí voltampérové charakteristiky.

V úseku CD je napětí téměř nezávislé na proudu a to v rozsahu proudu až několika řádů. Zvyšování proudu v oblasti CD nelze vysvětlit vzrůstem driftové rychlosti nabitých částic, neboť se zde nemění napětí na elektrodách. Aby proud rostl, musí se tedy měnit celkový počet částic, procházejících průřezem trubice. V kladném sloupci doutnavého výboje je to způsobeno vzrůstem koncentrace nabitých částic, v katodové oblasti je to ale jinak. Ze začátku je v kontaktu s plazmatem jenom malá část povrchu katody. Jak však proud narůstá, kontaktní plocha mezi plazmatem a katodou se také zvětšuje, až nakonec plazma pokrývá celou katodu, což je situace v bodě D. Tím výboj přechází do oblasti anomálního doutnavého výboje. Napětí na katodové oblasti prudce vzrůstá a tento vzrůst napětí je větší, než pokles na kladném sloupci. Důsledkem toho je vzrůstající oblast voltampérové charakteristiky DE.

Proud anomálním doutnavým výbojem je tak vysoký, že dopadající ionty nakonec katodu zahřejí natolik, až dojde k termické emisi elektronů a výboj se změní v oblouk, kterému na obrázku 3 odpovídá oblast F.

## Měření



Obrázek 4: Schéma zapojení pro měření voltampérové charakteristiky.

V této části praktika budeme měřit voltampérovou charakteristiku doutnavého výboje. Výbojku čerpáme rotační olejovou vývěvou a zároveň do ní vpouštíme přes jehlový ventil vzduch. Nastavením průtoku vzduchu tak nastavujeme i tlak v aparatuře. Tlak měříme Piraniho manometrem. Měříme napětí na zdroji  $U_z$  a proud  $I$  procházející obvodem. Napětí na výbojce  $U_v$  pak určíme dle vztahu  $U_v = U_z - RI$ , kde  $R$  je hodnota na přepínatelném odporu. Pro naměření VA charakteristiky budeme měřit proud v rozpětí několika řádů ( $\mu\text{A}$  -  $\text{mA}$ ) a proto bude nutné přepínat měřicí rozsah ampérmetru. Jelikož ten měří vždy s určitou chybou, hodnoty proudu naměřené na různých rozsazích by na sebe

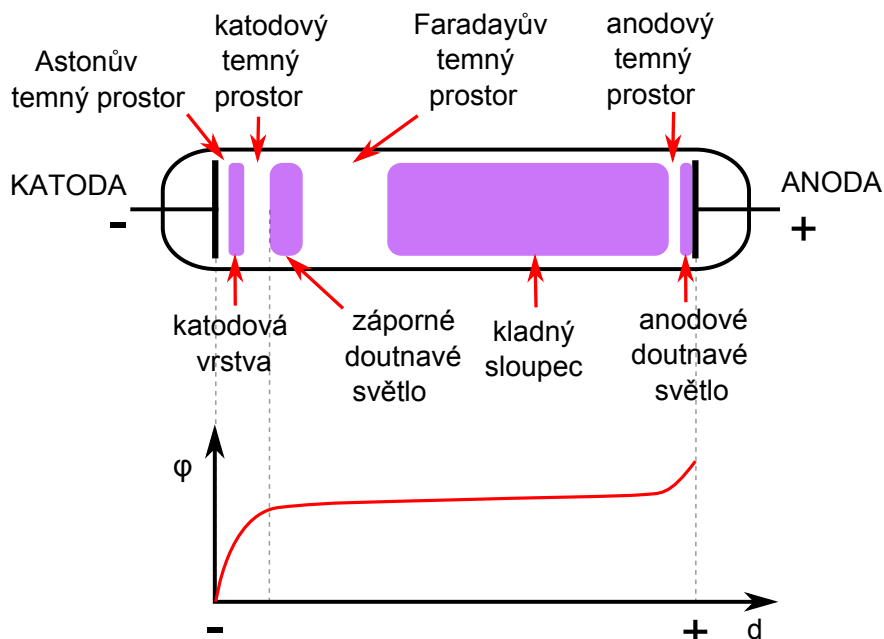
nemusely správně navazovat. Proto při měření projdeme voltampérovou charakteristiku pro všechny proudy v daném rozsahu až po jeho minimum. Pak rozsah přepneme na citlivější, zvýšíme proud na maximum rozsahu a opět proměříme celý. Při zpracování dat si pak vybereme jeden z rozsahů jako referenční a data naměřené na ostatních rozsazích naškálujeme pomocí něho.

Měření provedeme pro tři různé vzdálenosti elektrod v zapojení podle obr. 4. Proud nastavujeme přepínatelným odporem  $R$ . Závislosti  $U_v = f(I)$  vyznačíme do jednoho grafu.

### 3. Katodový spád potenciálu u doutnavého výboje

#### Doutnavý výboj

Výboj, při kterém katoda emituje elektrony vlivem dopadajících částic nebo světelných kvant, vznikajících ve výboji, se nazývá doutnavý výboj. Pole u katody je dáno prostorovým nábojem a tepelné jevy nejsou podmínkou existence tohoto typu výboje. V rozmezí tlaku 10 až 100 Pa je možno pozorovat v doutnavém výboji střídající se temné a svítící oblasti, viz obr. 5.



Obrázek 5: Doutnavý výboj s typickým rozmístěním svítících a temných oblastí a průběh potenciálu mezi elektrodami.

Vznik jednotlivých oblastí můžeme vysvětlit, všimneme-li si pohybu elektronů od katody k anodě. Elektron se začíná pohybovat od katody s malou energií. Nemůže vyvolat nabuzení molekul, pokud jeho energie nedosáhne nejnižšího budicího potenciálu (5-10 eV). Tato oblast odpovídá Astonovu temnému prostoru. V katodové vrstvě již elektrony mají energii odpovídající maximu funkce nabuzení molekul. V katodovém temném prostoru již většina elektronů má energii vyšší, než je optimální hodnota pro nabuzení. Intenzita záření temného katodového prostoru je proto velmi malá. Energie elektronů vzrůstá na konci tohoto prostoru tak, že může docházet k ionizaci plynu. Vzniká zde velký počet kladných iontů i nových elektronů s malou energií. Pomalé elektrony postupují dále k anodě a způsobují nabuzení molekul v oblasti záporného světla. Energie elektronů při srážkách klesá až pod nejnižší budící energii - objevuje se

Faradayův temný prostor. Ke konci tohoto prostoru poněkud vzrůstá intenzita elektrického pole. V tomto poli elektrony získávají postupně energii, rekombinace s ionty klesá a posléze jejich energie vzroste tak, že jsou znovu schopny nabudit molekuly plynu. Objevuje se svítící kladný sloupec. Elektrické pole v kladném sloupci je o několik řádů menší než v katodové oblasti. Ionizace a nabuzení zde nastává v důsledku chaotického pohybu elektronů. U anodového konce kladného sloupce vzniká anodový spád potenciálu v důsledku prostorového náboje. Elektron vystupuje z kladného sloupce malou rychlostí. Po průchodu anodovým temným prostorem získává energii potřebnou k nabuzení a ionizaci plynu. Proto je anoda pokryta anodovým světlem.

### Normální katodový spád potenciálu.

Pod pojmem katodový spád potenciálu rozumíme obvykle napětí mezi ostrou hranicí záporného světla a katodou. Velikost katodového spádu potenciálu můžeme určit ze stacionárního stavu doutnavého výboje. Podmínkou stacionárního stavu výboje je, že každý elektron emitovaný katodou musí vytvořit tolik iontů, metastabilních atomů, světelných kvant a pod., že tyto způsobí emisi dalšího elektronu. Jak již víme,  $\gamma$  je počet elektronů, emitovaných katodou, dopadne-li na ní jeden iont (zahrnujeme zde i vliv ostatních částic). Dále víme, že  $\alpha$  je počet párů iontů, vytvořených elektronem na jednotkové dráze ve směru pole. Pak celkový počet elektronů, které se objeví ve vzdálenosti  $d_k$  od katody, t.j. na hranici katodového temného prostoru a záporného světla, v důsledku jednoho elektronu, emitovaného katodou bude

$$\exp\left(\int_0^{d_k} \alpha dx\right) \quad (11)$$

Počet iontů je menší o jeden. Ve stacionárním stavu tedy musí platit

$$\gamma \left[ \exp\left(\int_0^{d_k} \alpha dx\right) \right] = 1 \quad \text{a dále} \quad \int_0^{d_k} \alpha dx = \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad (12)$$

Integrál udává počet ionizujících srážek v intervalu  $d_k$ . Můžeme přibližně psát

$$\int_0^{d_k} \alpha dx = \bar{\alpha} d_k \doteq \frac{U_k}{\eta} \quad (13)$$

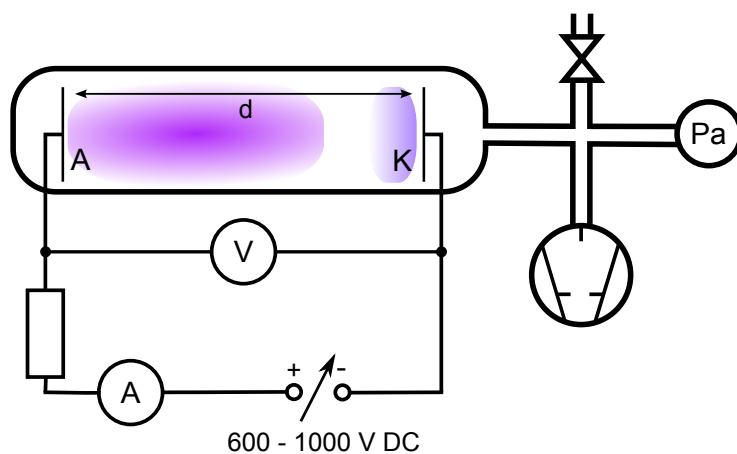
Kde  $\bar{\alpha}$  je střední hodnota ionizačního koeficientu ve studovaném intervalu,  $U_k$  je katodový spád potenciálu a  $\eta$  je rozdíl potenciálu, kterým elektron musí projít, aby vytvořil jeden pár iont-elektron. Z rovnice (12) a (13) dostáváme

$$U_k = \eta \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad (14)$$



Z rovnice (14) je patrné, že katodový spád potenciálu  $U_k$  závisí skrze  $\gamma$  na materiálu elektrod a skrze  $\eta$  na plynové náplni.

## Měření



Obrázek 6: Schéma zapojení pro měření katodového spádu potenciálu.

Stanovení katodového spádu potenciálu provedeme metodou ztíženého výboje v zapojení dle obrázku 6. Výbojku opět čerpáme a zároveň do ní připouštíme vzduch. Výbojový proud udržujeme konstantní. Pohyblivou anodu přibližujeme ke katodě a odečítáme napětí na výbojce v závislosti na vzdálenosti elektrod. Jakmile se dostane anoda do oblasti záporného světla, zmizí anodové světlo. Při dalším zmenšování vzdálenosti elektrod začne napětí na výbojce vzrůstat. Vzrůst napětí lze vysvětlit ztížením ionizace, v důsledku toho, že zmizí záření, které hraje důležitou roli v mechanismu vytváření katodového spádu napětí. Vyneseme-li do grafu závislost  $U = f(d)$  při konstantním proudu, pak minimální hodnota napětí  $U_k$  je katodový spád potenciálu. Měření katodového spádu potenciálu provedeme pro tři různé hodnoty proudu z oblasti normálního doutnavého výboje.

## Úkoly

Při měření všech úloh sledujte vizuální změny nastávající ve výboji a popište je v protokolu.

### 1. Paschenův zákon

- Naměřte a do grafu vynesete Paschenovu křivku pro různé vzdálenosti elektrod  $d$  při konstantním tlaku  $p$ . Křivku nafitujte podle vztahu (10).
- Naměřte a do grafu vynesete Paschenovu křivku pro různé tlaky  $p$  při konstantní vzdálenosti elektrod  $d$ . Křivku nafitujte podle vztahu (10).

### 2. Voltampérová charakteristika doutnavého výboje

- Stanovte voltampérovou charakteristiku samostatného výboje pro tři různé vzdálenosti elektrod.

### 3. Katodový spád potenciálu u doutnavého výboje

- Naměřte normální katodový spád potenciálu v doutnavém výboji pro tři různé proudy výbojem.