

## Príklady na precvičovanie – výsledky neriešených príkladov

### Separovateľné a homogénne DR

1.  $\cotg\left(\frac{y-x}{2}\right) = x + C, \quad y = x + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2.  $y^3 + 3x^2 - 3x = C.$
3.  $y = \frac{1}{C e^{-\frac{x^2}{2} - x} - 1}, \quad y = 0.$
4.  $y = 1.$
5.  $\sqrt{4x + 2y + 1} - \ln(2 + \sqrt{4x + 2y + 1})^2 = x + C.$
6.  $y = x \operatorname{tg}(\ln|x| + C).$
7.  $\frac{y}{x} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}.$
8.  $(y + x - 1)^5 (y - x + 1)^2 = C.$
9.  $(y - x - 2)^4 = C(5y + x + 2), \quad 5y + x + 2 = 0.$
10.  $\operatorname{tg} \frac{y}{4} = C e^{-2 \sin \frac{x}{2}}, \quad y = (4k + 2)\pi.$

### Lineárne DR I. rádu, Bernoulliho DR, zámena premenných

1.  $y = \frac{1}{\cos x \sqrt[3]{C - 3 \operatorname{tg} x}}, \quad y = 0.$
2.  $y = \left(C e^{x^3} + \frac{x^3}{3}\right)^3, \quad y = 0.$
3.  $y = \sqrt{1 - (1 - \sqrt{1 - x^2})^2}.$
4.  $y = e^{-2x^2} \left(\frac{x^3}{2} + C\right)^2, \quad y = 0.$
5.  $y = x^2(\sin x + C).$
6.  $y = (1 + x^2)(x + C).$
7.  $y = \frac{\pi^2}{x^2} + \sin 2x.$

8.  $x = y^2 \left( C e^{\frac{1}{y}} + 1 \right), \quad y = 0.$
9.  $x = C y^2 - y + 2y \ln y + 1.$
10.  $y(C - \ln^2 y) = \frac{1}{x}.$

### Exaktné DR, integračný faktor

1.  $\sqrt{x^2 - y^2} - y = C.$
2.  $x^3 y^2 + y \ln |x| = C.$
3.  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$
4.  $\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{y} = C$ , integračný faktor  $R = \frac{1}{y^4}.$
5.  $\frac{x^3}{y^2} + x + \frac{5}{y} = C$ , integračný faktor  $R = \frac{1}{y^3}.$
6.  $y = C e^{-x^2} + e^{-x^2}(\sin x - x \cos x)$ , integračný faktor  $R = e^{x^2}.$

### Zaujímavé, ťažšie príklady

1.  $\frac{x^2 y^2}{2} + \ln \left| \frac{x}{y} \right| = C$ , integračný faktor  $R = \frac{1}{xy}.$
2.  $-\ln |x - y| - x^3 = C$ , integračný faktor  $R = \frac{1}{x - y}.$
3.  $y + \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = C$ , integračný faktor  $R = \frac{1}{x^2 + y^2}.$

### DR nerozriešené vzhľadom na deriváciu

1.  $y = \frac{Cx}{\sqrt{|x|}} \left( \frac{C}{\sqrt{|x|}} + 2 \right), \quad y = -x.$
2.  $y = \ln \left( 1 - \frac{1}{(1 - C e^x)^2} \right), \quad C \neq 0, \quad y = 0.$
3.  $y = C(x - C)^2, \quad y = \frac{4}{27} x^3.$
4.  $x = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{1+p^2}-1}{\sqrt{1+p^2}+1} \right) + C, \quad y = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}, \quad p \in \mathbb{R}, \quad y = 0.$
5.  $y = Cx - 4C^2, \quad y = \frac{x^2}{16}.$

$$6. x = \frac{y(y+2)}{8} \left( C \sqrt{y(y+2)} - y - 1 \right)^2, \quad y = 0.$$

**LDR  $n$ -tého rádu s konstantnými koeficientami, Eulerova DR**

$$1. y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + C_3 x^2 e^{-x} + C_4 e^{2x} + C_5 x e^{2x}.$$

$$2. y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{5x} + 2x^2 + 1.$$

$$3. y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + C_3 x^2 e^{-x} + e^{-x} \cos x.$$

$$4. y = \frac{3}{2} e^{-x} + \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right) + \frac{5\sqrt{3}}{6} e^{-\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right) + x - 2.$$

$$5. y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + \frac{1}{x}.$$

$$6. y = C_1 e^x \cos x + C_2 e^x \sin x + \frac{1}{2} x^2 + x + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \sin 2x - \frac{1}{3} \cos 2x.$$

$$7. y = C_1(x+2) + C_2 \frac{1}{(x+2)^3}.$$

$$8. y = C_1 x + C_2 x^2 + \frac{12 \ln x - 7}{144} x^5.$$

$$9. y = C_1 + C_2 \ln x + C_3 x^3.$$

$$10. y = C_1 \cos[\ln(1+x)] + C_2 \sin[\ln(1+x)] + \frac{(1+x)^2}{5} - x - \ln(1+x) \cos[\ln(1+x)].$$