

3. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 16.3. 2016

Z dvojice úloh **A** a **B** je druhá obtížnější a je určena těm, pro které je první úloha jednoduchá. Stačí, když odevzdáte řešení jedné z nich.

1A. Množina

$$V = \{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} \in \mathbb{R}; a, b, c \in \mathbb{Q}\}$$

s operacemi sčítání reálných čísel a s operací násobení racionálními čísly je vektorový prostor nad \mathbb{Q} . Najděte nějakou jeho bázi a určete $\dim_{\mathbb{Q}} V$. Dále ukažte, že s operací násobení reálných čísel to není těleso.

1B. Najděte nejmenší těleso $W \subset \mathbb{R}$, které obsahuje množinu V z předchozí úlohy. Jaká je dimenze tohoto tělesa jako vektorového prostoru nad \mathbb{Q} a proč?

2B. Dobrovolná. Dokažte, že navzájem disjunktních trojvousů v rovině je nejvýše spočetně mnoho.