

5. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 13.4. 2016

Z dvojice úloh **A** a **B** je druhá obtížnější a je určena těm, pro které je první úloha jednoduchá. Stačí, když odevzdáte řešení jedné z nich.

1A. Uvažujme lineární zobrazení $\varphi : U \rightarrow V$ mezi vektorovými prostory U a V . Nechť vektory u_1, u_2, \dots, u_n tvoří bázi prostoru U . Udejte nutnou a postačující podmínku na zobrazení φ , aby vektory $\varphi(u_1), \varphi(u_2), \dots, \varphi(u_n)$ generovaly vektorový prostor V . Dokažte, že podmínka je nutná i postačující.

1B. Mějme vektorový prostor U nad \mathbb{R} dimenze n a lineární formy $f_1, f_2, \dots, f_k : U \rightarrow \mathbb{R}$, $1 \leq k \leq n$. Dokažte:

a) $\dim(\bigcap_{i=1}^k \ker f_i) \geq n - k$.

b) Rovnost nastane právě když jsou f_1, f_2, \dots, f_k lineárně nezávislé.