

**Zápočtová písemka z Geometrie 3**  
**Varianta C**

**Datum:** 3. 5. 2016

**Jméno:**

1	2	3	$\Sigma$

1) (3 × 1 b.) Zadejte rovnicemi libovolnou afinitu v  $\mathcal{A}_3$ , která (pokud takové afinní zobrazení neexistuje, podejte stručné vysvětlení, proč):

- (a) má pouze imaginární<sup>1</sup> komplexní vlastní čísla;
- (b) má právě jednu silně samodružnou přímku;
- (c) je neidentickým involutorním zobrazením.

2) Afinita  $f$  v  $\mathcal{A}_3$  je zadána rovnicemi:

$$f : x' = 4x - 3y - 3z + 3$$

$$y' = 6x - 5y - 3z - 3$$

$$z' = 6x - 3y + z - 6$$

- (a) (4 b.) Vypočtěte vlastní čísla a jim příslušné vlastní vektory afinity  $f$ .
- (b) (1 b.) Vyšetřete samodružné body afinity  $f$ .
- (c) (1 b.) Uvedte repér  $\mathcal{R}$ , ve kterém mají matice afinity  $f$  co nejjednodušší možný tvar, a rovnice afinity vůči tomuto repéru.
- (d) (1 b.) Najděte přímku  $p$ , která je v zobrazení  $f$  slabě samodružná.

3) (3 b.) Je dána stejnolehlost  $s : \mathcal{A}_3 \rightarrow \mathcal{A}_3$ , která zobrazuje bod  $A[2, -1, 3]$  na  $A'[-\frac{2}{3}, \frac{13}{3}, -1]$  a bod  $B[-3, 3, -6]$  na  $B'[1, 3, 2]$ . Určete střed stejnolehlosti  $S$  a její koeficient  $\kappa$ .

---

<sup>1</sup>Tj. komplexní čísla s nenulovou imaginární částí.

## Řešení C

- (a) Neexistuje, protože charakteristická rovnice může mít jen sudý počet imaginárních komplexních kořenů (dvojice komplexní + komplexně sdružený kořen).
- (a)  $\lambda_1 = -2$ ,  $\mathbf{u}_1 = (1, 2, 0)$ ;  
 $\lambda_{2,3} = 1 \pm 3i$ ,  $\mathbf{u}_{2,3} = (\pm i, \pm i, 1)$ ;  
(b)  $X = [0, -2, 3]$   
(c) Počátkem je bod  $X$  a bází vektory  $(1, 2, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$  a  $(1, 1, 0)$ . Odpovídající rovnice afinity jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned} f : x' &= -2x \\ y' &= \quad + y + 3z \\ z' &= \quad - 3y + z \end{aligned}$$

(d)  $p : X = [0, -2, 3] + t(1, 2, 0)$

3.  $S[0, 3, 0]; \kappa = -\frac{1}{3}$