

Zápočtová písemka z Geometrie 3
Varianta D

Datum: 11. 5. 2016

Jméno:

1	2	3	Σ

1) (3 \times 1 b.) Zadejte rovnicemi libovolnou afinitu v \mathcal{A}_3 , která (pokud takové afinní zobrazení neexistuje, podejte stručné vysvětlení, proč):

- (a) má vlastní číslo jedna a má právě jeden samodružný bod;
- (b) je elací;
- (c) zobrazuje přímku $p : X = [1, 0, 0] + t(-2, 1, 0)$ na $q : X = [0, 0, -1] + t(2, -1, 0)$.

2) Afinní zobrazení f z \mathcal{A}_3 do \mathcal{A}_3 je zadáno rovnicemi:

$$\begin{aligned}f : x' &= 2x && + 2z + 1 \\ y' &= 2x + y + 4z \\ z' &= -x && - z + 2\end{aligned}$$

- (a) (3 b.) Vypočtěte vlastní čísla a jim příslušné vlastní vektory afinity f .
- (b) (1 b.) Vyšetřete samodružné body afinity f .
- (c) (2 b.) Uvedte repér \mathcal{R} , ve kterém mají matice afinity f co nejjednodušší možný tvar, a rovnice afinity vůči tomuto repéru.

3) (4 b.) Základní afinita v \mathcal{A}_3 je dána rovinou samodružných bodů $\alpha : x + 2y - z - 2 = 0$ a párem odpovídajících si bodů $P[-1, 1, 0]$ a $P'[-2, 0, -1]$. Určete rovnice této základní afinity a zdůvodněte, proč je/není tato základní afinita elací.

Řešení D

- (a) Neexistuje, protože afinita má právě jeden samodružný bod, pokud jednička není vlastním číslem.
- (a) $\lambda_1 = 0$, $\mathbf{u}_1 = (-1, -2, 1)$;
 $\lambda_{2,3} = 1$, $\mathbf{u}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{u}_3 = (-2, 0, 1)$;
(b) Bez samodružných bodů.
(c) Počátek je libovolný bod – např. $[0, 0, 0]$ – a bázi jsou vektory $(-1, -2, 1)$, $(0, 1, 0)$ a $(-2, 0, 1)$. Odpovídající rovnice afinity jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned}f : x' &= 5 \\ y' &= y + 10 \\ z' &= z - 3\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}f : x' &= 2x + 2y - z - 2 \\ y' &= x + 3y - z - 2 \\ z' &= x + 2y - 2\end{aligned}$$

Zadaná základní afinita není elací, neboť vektor $\overrightarrow{PP'}$ nepatří do zaměření roviny α .