

Pojistná matematika

Zillmerova rezerva, změny pojistné smlouvy

Silvie Kafková

2015

Obsah

- 1** Zillmerova rezerva
- 2** Změny pojistné smlouvy

Obsah

1 Zillmerova rezerva

2 Změny pojistné smlouvy

Zillmerova rezerva

- Počáteční náklady α , které vznikají při uzavírání smlouvy, vynakládá pojišťovna při vzniku pojištění nebo krátce po něm.
- Při běžném placení pojistného se tyto náklady započítávají do pojistného.
- Pojišťovna dostane zpět α -náklady až na konci pojištění, resp. při ukončení placení pojistného.
- Vznik finančních těžkostí pro pojišťovny s velkým počtem nových pojistek.

- Problém řešil německý pojistný matematik August Zillmer.
- Ještě nezaplacené částky α -nákladů označil jako pohledávku pojišťovny vůči pojištěnému.
- O tuto částku je snížena jeho netto rezerva.
- Takovou rezervu nazýváme **zillmerovaná** rezerva nebo **Zillmerova rezerva**.

Zillmerovu rezervu vypočítáme následovně:

$${}_tV_x^Z = {}_tV_x - \frac{\alpha}{a_{x:n]}^{\ddot{}} \cdot \ddot{a}_{x+t, n-t]} \quad \text{pro } m > t$$

$${}_tV_x^Z = {}_tV_x \quad \text{pro } m \leq t$$

Příklad

Určete zillmerovanou rezervu ve 2. roce běžně placeného pojištění pro případ smrti na pojistnou částku 10000 Kč, které uzavřela 30-ti letá osoba, pokud $\alpha = 3\%$ z pojistné částky.

- V počátečních letech pojištění může být Zillmerova rezerva záporná. Místo kladného konta se na klientovi vymáhá dluh.
- V případě záporné Zillermanovy rezervy tuto rezervu pokládáme rovnu nule.
- Zillmer určil podmínky, při kterých už rezerva v prvním roce nebude záporná, tj. ${}_1V_x^Z \geq 0$.
- Počítá se tzv. Zillmerova (zillmerovací) sazba α^Z , která je kořenem rovnice ${}_1V_x^Z = 0$.
- Zřejmě pak pro všechny $\alpha \leq \alpha^Z$ je Zillmerova rezerva již nezáporná.

Příklad

Vypočítejte Zillmerovu sazbu pro předchozí příklad.

Obsah

1 Zillmerova rezerva

2 Změny pojistné smlouvy

Zrušení (stornování) pojistné smlouvy

- Většina smluv životního pojištění má dlouhodobý charakter a klient by měl mít právo kdykoli od smlouvy odstoupit a pojištění zrušit.
- **Mohou nastat dvě možnosti:**
 - ***zánik*** - nejčastěji v prvních letech pojištění, kdy je Zillmerova rezerva záporná; bez nároku na vyrovnání (odkup)
 - ***odkup*** - pokud nastalo právo odkupu (Zillmerova rezerva je kladná); odkupní hodnota se počítá ze Zillmerovy rezervy nebo z netto rezervy a vzorec navrhuje pojistný matematik.

Odkup

- Odkupné by nemělo vést k neoprávněnému obohacení klienta nad rámec jím zaplaceného pojistného a odpovídajících úroků na úkor pojistitele a ostatních klientů.
- Odkupné by mělo být spravedlivé ke klientovi.
- Nejčastěji používaná konstrukce odkupného je ve tvaru Zillmerovy rezervy zmenšené o stornosrážku volenou obvykle jako určité procento z rezervy.
- Stornosrážka obvykle klesá s rostoucí dobou pojištění, aby se zvýhodnili dlouhodobější klienti.

Příklad

Osoba uzavřela ve věku 40 roků běžně placené smíšené pojištění na 20 let s pojistnou částkou 400 000 Kč. Pojišťovna počítá následující náklady: $\alpha = 3,5\%$, $\beta = 0,3\%$, $\gamma = 10\%$.

Pro hodnotu odkupného používá vzorec

${}_tO_x = (0,885 + 0,005 \cdot t) \cdot {}_tV_x^Z$ pro $t > 5$. Vypočítejte:

- 1 brutto pojistné
- 2 výšku rezervy v 10. roce pojištění
- 3 ${}_{10}O_x$.

Technické změny

- Za technické změny budeme považovat redukci částky, změnu typu pojištění a dynamizaci.
- Metody výpočtu vycházejí z jednoho principu.
- V čase změny má pojištěný k dispozici nějakou částku (netto rezervu, Zillmerovu rezervu, odkupné).
- Tuto částku použijeme jako jednorázové pojistné na nové pojištění, které zohlední požadované změny.

Redukce pojistné částky

- Pokud pojistník nemůže nebo nechce platit pojistné, ale nechce zrušit pojištění, může požádat o redukci pojistné částky.
- Budeme předpokládat, že pojistník má k dispozici Zillmerovu rezervu, kterou budeme považovat za netto pojistné k datu redukce.
- Označme ${}_tR_x$ redukovanou pojistnou částku, pak

$$\begin{aligned} {}_tV_x^Z \cdot P\check{C} &= E_{x+t} \cdot {}_tR_x \\ {}_tR_x &= \frac{{}_tV_x^Z \cdot P\check{C}}{E_{x+t}} \end{aligned}$$

Příklad

45-ti letá osoba uzavřela běžně placené smíšené pojištění na 20 roků na pojistnou částku 10 000 Kč. V 10. roce pojištění chce redukcí pojistné částky. Jaká bude redukovaná pojistná částka, pokud pojišťovna vychází ze Zillmerovy rezervy a počítá následující náklady: $\alpha = 3,5\%$, $\beta = 0,5\%$?

Změna typu pojištění

- Pojistník se v průběhu trvání rozhodne změnit typ pojištění, např. z pojištění pro případ smrti se pojištění mění na smíšené pojištění.
- Při výpočtu pojistného postupujeme tak, že
 - určíme Zillmerovu rezervu současného pojištění,
 - tuto částku pak považujeme za jednorázové pojistné pro nové pojištění,
 - z příslušného vzorce vyjádříme novou pojistnou částku.

Příklad

30-ti letá osoba uzavřela doživotní pojištění pro případ smrti, za které zaplatila jednorázové netto pojistné 10 000 Kč. V 10. roce pojištění se rozhodla změnit pojištění. Jak se změní pojistná částka při změně pojištění na:

- 1** dočasné pojištění pro případ smrti na 30 let,
- 2** smíšené pojištění na dobu 20 let.

Pojištěná osoba přitom nechce již nic platit.

Dynamizace

- Většina pojišťoven nabízí možnost pravidelného zvyšování pojistného resp. pojistné částky o inflaci (jako protiinflační opatření).
- Tento postup se nazývá dynamizace nebo indexace případně protiinflační pojištění.
- Dynamizace umožňuje udržet reálnou hodnotu pojistné částky.
- Pro výpočet nového pojistného budeme používat **metodu dodatečného pojištění**.

Metoda dodatečného pojištění

- Nechť v $(t + 1)$ -ním roce pojištění souhlasí pojištěný s dynamizací.
- Pak se pojistná částka změní z $P\check{C}$ na $P\check{C}'$, pro kterou platí $P\check{C}' > P\check{C}$.
- Můžeme si to představit, jako kdyby pojištěný ve věku $x + t$ uzavřel novou smlouvu na rozdíl $(P\check{C}' - P\check{C})$.
- Bude pak platit

$$B' = B + (P\check{C}' - P\check{C}) \cdot B_{x+t, n-t},$$

kde B je původní brutto pojistné.

Příklad

41-letá osoba uzavřela běžně placené smíšené pojištění na 10 let s pojistnou částkou 100 000 Kč. Pojišťovna účtuje následující náklady: $\alpha = 3,5\%$, $\beta = 0,5\%$, $\gamma = 5\%$. V 5. roce pojištění souhlasila dotyčná osoba s dynamizací pojištění zvýšením pojistné částky o 11,7%. Spočítejte běžné brutto pojistné před dynamizací a po dynamizaci.