

# Pojistná matematika

## Tarifní skupiny a základní ukazatele v neživotním pojištění, netto pojistné

Silvie Kafková

2014

# Obsah

- 1 Úvod do neživotního pojištění**
- 2 Obecný vzorec netto pojistného**
- 3 Škodní tabulka**
- 4 Netto pojistné pro různé formy pojištění**

# Obsah

- 1 Úvod do neživotního pojištění**
- 2 Obecný vzorec netto pojistného
- 3 Škodní tabulka
- 4 Netto pojistné pro různé formy pojištění

# Tarifní skupiny

- **Tarifní skupiny** jsou homogenní skupiny pojistných smluv, pro něž je pojistné riziko přibližně stejné.
- V rámci každé tarifní skupiny je možné vyžadovat jednotnou pojistnou sazbu.
- Tarifování vede k individualizaci rizik.

**Příklad tarifování:** V pojištění proti vichřicím uvažujme 4 tarifní proměnné s následujícími počty rizikových úrovní:

- 1** geografická poloha se 2 úrovněmi: méně nebo více ohrožené oblasti;
- 2** druh budovy s 5 úrovněmi: budovy ve skupině, jednotlivě stojící budovy, zemědělské budovy, průmyslové budovy, kostely s věžemi;
- 3** druh venkovních stěn se 3 úrovněmi: masivní, otevřené, jiné;
- 4** druh střechy se 3 úrovněmi: tašky nebo břidlice, lepenka, dřevo nebo rákos.

- Podrobné tarifování umožňuje v rámci standardního sazebníku "ušít pojistku přímo na tělo".
- Příliš podrobné tarifování zvětšuje složitost sazebníku a narůstají správní náklady.
- V úzce vymezených tarifních skupinách s malým počtem pojistek většinou dochází ke značnému kolísání škodního průběhu.

## Přirážky a slevy

- Složitost sazebníků v důsledku nadměrné individualizace rizika se někdy řeší formou přirážek a slev pro nestandardní rizika k základnímu pojistnému stanovenému pro standardní rizika.
- Přirážky a slevy mohou být:
  - **absolutní:** většinou za možnou příčinu škody či zábranné opatření proti škodě navíc;
  - **relativní:** většinou za nestandardní úroveň rizik vůči standardní situaci, k níž je vztaženo základní pojistné.

# Základní statistické podklady a ukazatele

**Statistické podklady** jsou:

- počet pojištění  $N$ ;
- počet pojistných událostí  $n$ ;
- celková pojistná částka (všech pojištění);
- celkové pojistné plnění;
- maximální škoda v daném roce;
- celkové pojistné, přičemž rozlišujeme:
  - **předepsané pojistné**: pojistné vyplývající z pojistných smluv;
  - **přijaté pojistné**: skutečně inkasované pojistné v daném kalendářním roce, obvykle menší než předepsané pojistné. Dělí se na *zasloužené pojistné* (pojistné příslušné danému roku jako účetnímu období) a *nezasloužené pojistné* (pojistné příslušné budoucímu roku jako účetnímu období).



# Statistické ukazatele

**Statistické ukazatele jsou:**

- průměrné pojistné plnění:  $PPP = \frac{\text{celkové pojistné plnění}}{N}$ ;
- průměrná pojistná částka:  $PPČ = \frac{\text{celková pojistná částka}}{N}$ ;
- průměrná škoda:  $PŠ = \frac{\text{celkové pojistné plnění}}{n}$ ;
- škodní frekvence:  $ŠF = q_1 = \frac{\text{celkové pojistné}}{\text{celková pojistná částka}}$ ;
- pojistná sazba:  $PS = \frac{\text{celkové pojistné}}{\text{celková pojistná částka}}$ ;
- škodní sazba:  $ŠS = \frac{\text{celkové pojistné plnění}}{\text{celková pojistná částka}}$ ;
- škodní průběh:  $ŠP = \frac{\text{celkové pojistné plnění}}{\text{celkové pojistné}}$ ;
- škodní stupeň:  $ŠSt = q_2 = \frac{PŠ}{PPČ}$ .

**Příklad**

Počet pojištění	Pojistná částka	Počet pojistných událostí	Pojistné plnění	Celkové pojistné plnění
10000	100000	296 <u>4</u> 300	10000 100000	2960000 <u>400000</u> 3360000
100	1000000	5 <u>1</u> 6	20000 900000	100000 <u>900000</u> 1000000
10100		306		4360000

Tabulka obsahuje statistické podklady pojišťovny. Spočítejte jednotlivé statistické ukazatele, jestliže celkové pojistné činilo 6 600 000 Kč.

# Obsah

- 1 Úvod do neživotního pojištění
- 2 Obecný vzorec netto pojistného**
- 3 Škodní tabulka
- 4 Netto pojistné pro různé formy pojištění

# Obecný vzorec netto pojistného

Pojistné pro účely sazebníku je vždy vztaženo k určité jednotce.  
Tou může být:

- jednotková pojistná částka: uvádí se v procentech z pojistné částky;
- osoba: uvádí se kolik na osobu na den (např. cestovní pojištění);
- pojištěná věc: např. vozidlo v havarijním pojištění.

Při odvození vzorce ročního netto pojistného  $P$  budeme předpokládat, že:

- jako jednotku, ke které je vztaženo pojistné, budeme uvažovat pojistnou částku;
- každá z  $N$  pojistek v uvažované tarifní skupině má stejnou pojistnou částku  $S$ , platí tedy  $PPČ = S$ ;
- příjmy z pojistného a výdaje na pojistné plnění v důsledku  $n$  pojistných událostí jsou rozloženy během roku rovnoměrně. Pojistné tedy vynáší vždy přibližně jednu polovinu roku úrok s roční technickou úrokovou mírou  $i$ .

Uplatníme-li princip ekvivalence mezi příjmy z pojistného a výdaji na pojistné plnění dostáváme

$$N \cdot P \cdot \left(1 + \frac{i}{2}\right) = n \cdot \text{PŠ},$$

odtud dostáváme

$$\begin{aligned} P &= \frac{n \cdot \text{PŠ}}{N \cdot \left(1 + \frac{i}{2}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{2}\right)} \cdot \frac{n}{N} \cdot \frac{\text{PŠ}}{\text{PPČ}} \cdot \text{PPČ} \\ &= v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \text{PPČ}, \end{aligned}$$

kde

- $v = \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{2}\right)}$  je diskontní faktor,
- $q_1$  je škodní frekvence,
- $q_2$  je škodní stupeň.

- Vzhledem k našim předpokladům  $PP\check{C} = S$ . Pak netto pojistné spočítáme jako

$$P = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot S$$

- Roční netto pojistné na jednotkovou částku vypočítáme jako

$$p = v \cdot q_1 \cdot q_2.$$

## Příklad

Uvažujme pojištění, kde  $q_1 = 0,0303$ ,  $q_2 = 0,131$  a  $i = 2\%$ .  
Stanovte netto pojistné na jednotkovou pojistnou částku.



# Obsah

- 1 Úvod do neživotního pojištění
- 2 Obecný vzorec netto pojistného
- 3 Škodní tabulka**
- 4 Netto pojistné pro různé formy pojištění

# Škodní tabulka

- **Škodní tabulka** prezentuje přehledným způsobem četnostní rozdělení výše škod pro danou tarifní skupinu.
- Podobně jako úmrtnostní tabulky v životním pojištění jsou škodní tabulky konstruovány na základě skutečných dat, ale pro hypotetický soubor škod.
- Význam jednotlivých sloupců:
  - $z$ : intervalové škodní stupně  $\langle 0\%, 10\% \rangle, \dots, \langle 90\%, 100\% \rangle$ , (např.  $z = 0,3$  označuje intervalový škodní stupeň v rozsahu  $\langle 20\%, 30\% \rangle$ );
  - $T_z$ : počet škod ve škodním intervalu  $z$ , tj.  
 $T_{0,1} + T_{0,2} + \dots + T_{1,0} = n$ ;

## Význam jednotlivých sloupců

- $t_z$ : relativní četnost škod ve škodním intervalu  $z$ , tj.

$$t_z = \frac{T_z}{n},$$

- $Y_z$ : vážená výše škod ve škodním intervalu  $z$ , tj.

$$Y_z = t_z \cdot \text{střed škodního intervalu } z = t_z \cdot (z - 0,05)$$

- $b_z$ : kumulativní relativní četnost škod ve škodních intervalech nejvýše  $z$ , tj.

$$b_z = t_{0,1} + t_{0,2} + \dots + t_z$$

- $G_z$ : vážená výše škod ve škodních intervalech nejvýše  $z$ , tj.

$$G_z = Y_{0,1} + Y_{0,2} + \dots + Y_z$$

Jedním z hlavních výstupů škodní tabulky je zpřesněný odhad škodního stupně

$$q_2 = \sum_z t_z \cdot (z - 0,05) = \sum Y_z = G_{1,00}.$$

## Výlukový řád ze škodního stavu

- Používá se místo škodní tabulky v situaci, kdy výše škody závisí na době trvání jejích následků.
- Obsahuje:
  - $z$  : počet dnů či týdnů trvání škodních následků vyžadujících pojistné plnění;
  - $V_z$  : počet pojistných událostí s dobou trvání škodních následků nejméně  $z$ ;
  - $U_z$  : počet škod s dobou trvání škodních následků právě  $z$ ;
  - $u_z$  : relativní četnost škod s dobou trvání škodních následků právě  $z$ .

# Obsah

- 1 Úvod do neživotního pojištění
- 2 Obecný vzorec netto pojistného
- 3 Škodní tabulka
- 4 Netto pojistné pro různé formy pojištění**

# Formy pojištění

- Rozlišují se podle toho, jak závisí výše pojistného plnění na výši škody.
- **Formy pojištění dělíme na:**
  - pojištění na pojistnou částku,
  - škodové pojištění,
  - spoluúčast.
- Budeme předpokládat, že nejvyšší možná škoda  $M$  odpovídá pojistné hodnotě  $H$ .
- **Intenzita pojistné ochrany** se definuje jako podíl pojistného plnění vůči škodě.

## Pojištění na pojistnou částku (obnosové pojištění)

- Pojistné plnění **závisí pouze na vzniku pojistné události** ne na výši škody.
- Je typické pro pojištění osob, ale také se objevuje např. v invalidním pojištění nebo jako pojistné plnění za smrt úrazem v úrazovém pojištění.
- **Pojistné plnění se vyplácí ve výši pojistné částky**, případně ve výši jejího určitého procenta.
- Skutečná výše pojistné potřeby se nezjišťuje a intenzitu pojistné ochrany / nelze určit.



- Obecný vzorec netto pojistného se zjednodušuje do tvaru

$$P_{(S)} = v \cdot q_1 \cdot S,$$

kde  $S$  je pojistná částka.

- V životním pojištění se  $q_1$  nahrazuje pravděpodobností úmrtí  $q_x$ . Pak vzorec odpovídá ročnímu běžnému netto pojistnému placenému ve věku  $x$  s pojistnou částkou  $S$  vyplácenou v případě úmrtí.

# Škodové pojištění

- Pojistné plnění závisí na výši vzniklé škody  $X$ . Vždy platí

$$\text{pojistné plnění} \leq X.$$

- Setkáváme se s těmito typy škodových pojištění:
  - ryzí zájmové pojištění,
  - pojištění na plnou hodnotu
  - pojištění na první riziko

## Ryzí zájmové pojištění

- Pojistné plnění je přímo rovno vzniklé škodě a **pojistná částka se zde neudává.**
- Označíme-li vzniklou škodu  $X$ , pak

$$\text{pojistné plnění} = X.$$

- Používá se pro pojištění předmětů, u nichž lze určit pojistnou hodnotu  $H$ , např v havarijním pojištění.
- Poskytuje stoprocentní intenzitu pojistné ochrany.
- Bývá kombinováno se spoluúčastí.

Obecný vzorec netto pojistného přechází do tvaru

$$P_{(Z)} = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot H,$$

kde  $H$  je pojistná hodnota, která nahrazuje neexistující pojistnou částku.

## Pojištění na plnou hodnotu

- Klient zde volí pojistnou částku  $S$  ( $S \leq H$ ).
- Tato je v určitém poměru k pojistné hodnotě  $H$

$$s = \frac{S}{H}, \quad \text{kde } s \leq 1.$$

- Takto je stanovena **intenzita pojistné ochrany**, neboť zde platí  $I = s$ .
- Pojistné plnění se pak vypočítá jako

$$\text{pojistné plnění} = s \cdot X.$$

- Je to převažující forma v pojištění majetku.

- Obecný vzorec netto pojistného lze vzít v původním tvaru

$$s P_{(H)}^H = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot S = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot s \cdot H = s \cdot P_{(Z)}.$$

- Je-li

- $S = H$ , pak klient zvolil *ryzí zájmové pojištění*.
- $S < H$ , pak se jedná o *podpojištění*, kdy je pojistné sice nižší než v předchozím případě, ale v případě pojistné události klient dostane také nižší pojistné plnění o stejný poměr.

## Pojištění na první riziko

- Jedná se o ryzí zájmové pojištění shora omezené pojistnou částkou  $S$ .
- Pojistné plnění závisí na vzniklé škodě  $X$  prostřednictvím vztahu

$$\text{pojistné plnění} = \begin{cases} X & \text{pro } X \leq S, \\ S & \text{pro } X > S \end{cases}$$

- Pojištění na první riziko se používá:
  - v případech, kdy jsou typické malé škody a jen ojediněle škody velké (např. v pojištění domácnosti);
  - v případech, kdy chce klient záměrně pojistit jen část celkové pojistné hodnoty (např. pojištění skladu na vloupání);
  - v pojištění odpovědnosti za škodu.

Obecný vzorec netto pojistného přechází do tvaru

$${}^S P_{(P)}^H = v \cdot q_1 \cdot [G_s \cdot H + (1 - b_s) \cdot S] = v \cdot q_1 \cdot [G_s + (1 - b_s) \cdot s] \cdot H,$$

kde

- $s$  je poměr  $\frac{S}{H}$ ,
- $G_s \cdot H$  představuje střední výši pojistného plnění pro škody do škodního stupně  $s$ ,
- $(1 - b_s) \cdot S$  je střední výše pojistného plnění pro škody nad škodní stupeň  $s$



## Příklad

Stanovte roční netto pojistné při pojistně-technické úrokové míře 2%, odhadnuté škodní frekvenci 2%, škodním stupni 0,3082, pojistné hodnotě 300000 Kč, jedná-li se o následující formy škodového pojištění:

- ryzí zájmové pojištění;
- pojištění na plnou hodnotu s pojistnou částkou 200000 Kč;
- pojištění na první riziko s pojistnou částkou 180000 Kč.

Dále známe

$$G_{0,5} = 0,08; \quad G_{0,6} = 0,102; \quad b_{0,5} = 0,7; \quad b_{0,6} = 0,75$$

## Spoluúčast (Franšíza)

- Představuje doplňkovou formu pojištění, kdy se klient určitým způsobem podílí na úhradě škody.
- Vždy se kombinuje s nějakou základní formou pojištění.
- Rozlišujeme tyto typy:
  - podílová spoluúčast,
  - excendentní spoluúčast,
  - integrální spoluúčast.

# Podílová spoluúčast

- Na vrub pojištěného zůstává sjednané procento  $p$  vzniklé škody.
- Např. budeme-li uvažovat kombinaci ryzího zájmového pojištění s podílovou spoluúčastí vypočteme netto pojistné jako

$${}_pP_{(Z)} = \frac{100 - p}{100} \cdot P_{(Z)}$$

## Excendentní spoluúčast

- Pojišťovna nehradí vzniklou škodu, která nedosahuje hodnoty  $F_0$ . A v případě, že škoda je vyšší než  $F_0$ , hradí pojišťovna až tu část, která převyšuje hodnotu  $F_0$ .
- Např. při kombinaci pojištění na první riziko s excendentní spoluúčastí je příslušné netto pojistné

$$\frac{S}{F_0} P_{(P)}^H = v \cdot q_1 \cdot [G_s + (1 - b_s) \cdot s - G_{f_0} - (1 - b_{f_0}) \cdot f_0] \cdot H,$$

$$\text{kde } f_0 = \frac{F_0}{H}.$$

# Integrální spoluúčast

- Pojištěnému není hrazena škoda, která nepřesáhne sjednanou částku  $F_i$ .
- Jakmile vzniklá škoda přesáhne částku  $F_i$  pak se krytí takové škody vůbec neúčastní a škoda je plně uhrazena pojišťovnou.
- Např. při kombinaci pojištění na plnou hodnotu s integrální spoluúčastí je netto pojistné

$$\frac{S}{F_i} P_{(H)}^H = v \cdot q_1 \cdot (q_2 - G_{f_i}) \cdot S,$$

kde

$$f_i = \frac{F_i}{H}.$$

## Příklad

Stanovte roční netto pojistné při pojistně-technické úrokové míře 2%, odhadnuté škodní frekvenci 2%, pojistné hodnotě 300000 Kč,  $G_{0,10} = 0,024871$ ,  $G_{0,60} = 0,103613$ ,  $b_{0,10} = 0,49742$ ,  $b_{0,60} = 0,74987$  a  $q_2 = 0,3082$ , jedná-li se o následující formy škodového pojištění v kombinaci se spoluúčastí:

- ryzí zájmové pojištění s podílovou spoluúčastí 10%;
- pojištění na první riziko s pojistnou částkou 180000 Kč a s excendentní spoluúčastí ve výši 30000 Kč;
- pojištění na plnou hodnotu s pojistnou částkou 200000 Kč a s integrální spoluúčastí ve výši 30000 Kč.