Cvičení 9 – příklady u tabule

Příklad 1.: (viz př. 10.5.3. ze skript) Při parlamentních volbách získaly 4 nejsilnější strany 30%, 20%, 15% a 10% hlasů, zbytek hlasů byl rozdělen mezi ostatní strany. Při volbách do obecního zastupitelstva v jedné obci získaly zmíněné strany (ve stejném pořadí) 1400, 900, 900 a 600 hlasů z 5000 odevzdaných hlasů. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že rozložení hlasů při parlamentních a místních volbách (v uvedené obci) je stejné.

Řešení: n = 5000

j	n_j	p_j	np_j	$(n_j - np_j)^2$	$(n_j - np_j)^2/ np_j$
1	1400	0,3	5000.0,3=1500	10000	6,67
2	900	0,2	5000.0,2=1000	10000	10
3	900	0,15	5000.0,15=750	22500	30
4	600	0,1	5000.0,1=500	10000	20
5	1200	0,25	5000.0,25=1250	2500	2

K = 68,67, r = 5, p = 0, $\chi^2_{0,95}(4) = 9,488$. Protože K ≥ 9,488, H_0 zamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Příklad 2.: (viz př. 10.5.4. ze skript) Z 300 výrobků je 160 první jakosti, 110 druhé, 20 třetí a 10 čtvrté. Dodavatel se zavázal dodat výrobky v tomto složení: 50 %, 35 %, 12 %, 3 %. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že dodávka odpovídá kontraktu.

Řešení: n = 300

j	n_j	p_j	np_j	$(n_j - np_j)^2$	$(n_j - np_j)^2/ np_j$
1	160	0,5	300.0,5=150	100	0,6667
2	110	0,35	300.0,35=105	25	0,2381
3	20	0,12	300.0,12=36	256	7,1111
4	10	0,03	300.0,03=9	1	0,1111

K = 8,127, r = 4, p = 0, $\chi^2_{0,95}(3) = 7,815$. Protože K ≥ 7,815, H_0 zamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Příklad 3.: Za 2. světové války byl Londýn bombardován řízenými střelami. Jeho jižní část byla rozdělena na oblasti o ploše 0,25 km^2 a bylo zkoumáno, kolik řízených střel dopadlo na každou z těchto oblastí.

Počet střel	0	1	2	3	4 a víc
Počet oblastí	229	211	93	35	8

Na asymptotické hladině významnosti testujte hypotézu, že počet řízených střel, které dopadly na jednu oblast, se řídí Poissonovým rozložením.
Úkol vyřešte
a) pomocí testu dobré shody,
b) pomocí jednoduchého testu Poissonova rozložení.

Řešení: n = 576
Ad a) Parametr λ Poissonova rozložení neznáme, odhadneme ho pomocí výběrového průměru.
$m = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{r} n_j x_{[j]} = \frac{1}{576}(0\cdot 229 + 1\cdot 211 + 2\cdot 93 + 3\cdot 35 + 4\cdot 8) = 0{,}9271 = \hat{\lambda}$. Pravděpodobnost, že náhodná veličina X ~ Po(0,9271) bude nabývat hodnot p_j, j = 0,1,2,3,4 a víc, je $p_j = \frac{0{,}9271^j}{j!} e^{-0{,}9271}$, j = 0,1,2,3, $p_4 = 1 - (p_0 + p_1 + p_2 + p_3)$

j	n_j	p_j	np_j	$(n_j - np_j)^2$	$(n_j - np_j)^2 / np_j$
0	229	0,3957	227,9268	1,1518	0,0051
1	211	0,3669	211,3071	0,0943	0,0004
2	93	0,1701	97,9496	24,4990	0,2501
3	35	0,0536	30,2692	22,3809	0,7394
4	8	0,0148	8,5473	0,2996	0,0351

K = 1,03, r = 5, p = 1, $\chi^2_{0,95}(3) = 7{,}815$. Protože K < 7,815, H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Ad b) m = 0,9271,
$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{r} n_j (x_{[j]} - m)^2 = \frac{1}{4}\left[229(0-0{,}9271)^2 + 211(1-0{,}9271)^2 + 93(2-0{,}9271)^2 + 35(3-0{,}9271)^2 + 8(4-0{,}9271)^2\right] = 0{,}9234$$

$K = \frac{(n-1)s^2}{m} = \frac{575 \cdot 0{,}9234}{0{,}9271} = 572{,}696$, $\chi^2_{0,025}(575) = 510{,}4485$, $\chi^2_{0,975}(575) = 643{,}3392$.

Protože K nepatří do kritického oboru $\langle 0;510{,}4485 \rangle \cup \langle 643{,}3392;\infty)$, H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Příklad 4.: Bylo zkoumáno 43 automobilů téže značky a měřena vzdálenost (v tisících km), kterou ujely, než se vyskytla první vážná porucha:

5	48	7	30	15	18	7	1	15	90	25	17	32	3	2	27	19	16	74	9	8	
11	12	21	8	9	58	14	24	12	1	5	13	69	23	4	10	3	2	83	6	10	5

Pro úsporu času máte uveden průměr 20,2558 a rozptyl 506,4806. Na asymptotické hladině významnosti testujte pomocí Darlingova testu hypotézu, že počet km do první vážné poruchy se řídí exponenciálním rozložením.

Řešení: $K = \frac{(n-1)s^2}{m^2} = \frac{42 \cdot 506{,}4806}{20{,}2558^2} = 51{,}8457$, $\chi^2_{0,025}(42) = 25{,}9987$, $\chi^2_{0,975}(42) = 61{,}7768$.

Protože K nepatří do kritického oboru $\langle 0;25{,}9987 \rangle \cup \langle 61{,}7768;\infty)$, H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.