Cvičení 9.: Systémy hromadné obsluhy s omezenou kapacitou

Příklad 1.: Pracovnice v informační středisku přijme v průměru jedno volání každých 12 minut. Hovor trvá v průměru 6 minut. Za předpokladu, že vstupní proud požadavků je Poissonův proces a doba trvání hovoru se řídí exponenciálním rozložením, najděte odpovědi na následující otázky:

a) Jaké procento volání bude odbaveno?
b) Kolik hovorů se uskuteční za 1 h?
c) Jaká je pravděpodobnost odmítnutí?

Výsledky: Ad a) $a_0 = 66,7$ %, ad b) 3,33, ad c) 0,33

Příklad 2.: Do univerzitního bufetu s kapacitou osm stolků po čtyřech místech přichází v průměru 25 studentů za hodinu. V průměru se student zdrží 30 minut. Můžeme předpokládat, že vstupní proud studentů je Poissonův proces a doba pobytu má exponenciální rozložení.

a) Jaká je pravděpodobnost, že bufet bude prázdný?
b) Jaká je pravděpodobnost, že bufet bude plně obsazen?
c) Na kolik procent je bufet využíván?
d) Jaký je průměrný počet volných míst?
e) Jaký je průměrný počet studentů, kteří si nemají kam sednout za hodinu provozu bufetu?

Výsledky:
Ad a) $a_0 = 3,7267.10^{-6}$, ad b) $P_Z = 1,787.10^{-6}$, ad c) 39,1 %, ad d) 19,5, ad e) $4,469.10^{-5}$

Návod na řešení pomocí MATLABu:
Použijeme funkci odmitani.m
lambda=25;mi=2;n=32;m=32;
[a,PZ,PQ,lambdaP,lambdaZ,kappa,ENS,ENQ,EN,EWS,EWQ,EW]=odmitani(lambda,mi,n,m)

Příklad 3.: V autoservisu jsou 3 mycí rampy a jeden pracovník, jemuž mytí auta trvá v průměru 12 min. Za 1 h přijedou průměrně 3 auta. Jsou-li však v okamžiku příjezdu auta všechny rampy obsazeny, auto nečeká a vrací se později.

a) Jaká je pravděpodobnost, že v autoservisu budou 0, 1, 2, 3 auta?
b) Vypočtěte střední hodnotu počtu zákazníků v autoservisu a ve frontě.
c) Vypočtěte střední hodnotu doby čekání ve frontě.
d) Jaká je pravděpodobnost, že bude volná aspoň jedna rampa?
e) Vypočtěte využití systému.

Výsledky: ad a) $a_0 = \frac{125}{272}, a_1 = \frac{75}{272}, a_2 = \frac{45}{272}, a_3 = \frac{27}{272}$

ad b) $E(N) = \frac{246}{272}, E(N_Q) = \frac{99}{272}$

ad c) $E(W_Q) = \frac{33}{245} = 8\,\text{min}\,5\text{s}$

ad d) $1 - a_3 = \frac{245}{272}$

ad e) $\kappa = \frac{147}{272} = 0,54$

Návod na řešení pomocí MATLABu:
Použijeme funkci odmitani.m

```
lambda=3;mi=5;n=1;m=3;
[a,PZ,PQ,lambdaP,lambdaZ,kappa,ENS,ENQ,EN,EWS,EWQ,EW]=odmitani(lambda,mi,n,m)
```

Příklad 4.: Skupinu pěti stejných strojů má na starosti jeden údržbář. Doba bezporuchového provozu stroje má exponenciální rozložení se střední hodnotou 1/2 směny a doba opravy má rovněž exponenciální rozložení se střední hodnotou 1/20 směny.
a) Jaká je pravděpodobnost, že všechny stroje pracují?
b) Jaká je pravděpodobnost, že budou současně vyřazeny aspoň dva stroje?
Výsledky:
ad a) $P(N = 0) = a_0 = 0{,}564$
ad b) $P(N \geq 2) = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0{,}154$

Návod na řešení pomocí MATLABu:
```
lambda=2;mi=20;n=1;m=5;
function[a,ENS,ENR,EN,lambdaR,kappa]=uzavreny(lambda,mi,n,m)
```

Příklad 5.: V uzavřeném systému M/M/n/m/FIFO, kde n = 1, m = 2, $\lambda = 3, \mu = 2$ vypočtěte stacionární rozložení a základní charakteristiky systému.
Výsledek:
Stacionární rozložení: $\mathbf{a} = \left(\frac{2}{17}, \frac{6}{17}, \frac{9}{17}\right) = (0{,}1176; 0{,}3529; 0{,}5294)$
Střední hodnota počtu zákazníků v systému je 1,41.
Střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků je 0,88.
Střední hodnota počtu zákazníků ve frontě je 0,53.
Střední hodnota počtu zákazníků mimo systém je 0,59.
Intenzita vstupního proudu zákazníků je 1,76.
Systém je využit na 88 %.

Návod na řešení pomocí MATLABu:
```
lambda=3;mi=2;n=1;m=2;
function[a,ENS,ENR,EN,lambdaR,kappa]=uzavreny(lambda,mi,n,m)
```

Příklad k samostatnému řešení: Na parkoviště s maximální kapacitou 40 míst přijíždí v období ustáleného provozu průměrně 20 aut za hodinu. Střední hodnota doby pobytu auta na parkovišti je dvě a půl hodiny. Za předpokladu, že příjezdy aut na parkoviště tvoří Poissonův proces a doba pobytu na parkovišti se řídi exponenciálním rozložením, vyřešte následující úlohy:
a) Na kolik procent je parkoviště využíváno?
b) Jaký je průměrný počet volných parkovacích míst?
c) Jaký je průměrný počet odmítnutých vozidel za 1 h provozu parkoviště?
Výsledek:
Ad a) Parkoviště je využíváno na 93,8 %.
Ad b) V průměru je volných 2,5 míst.
Ad c) Za 1 h provozu parkoviště je v průměru odmítnuto 5 aut.

Návod na řešení pomocí MATLABu:
Použijeme funkci odmitani.m
```
lambda=20;mi=0.4;n=40;m=40;
[a,PZ,PQ,lambdaP,lambdaZ,kappa,ENS,ENQ,EN,EWS,EWQ,EW]=odmitani(lambda,mi,n,m)
```