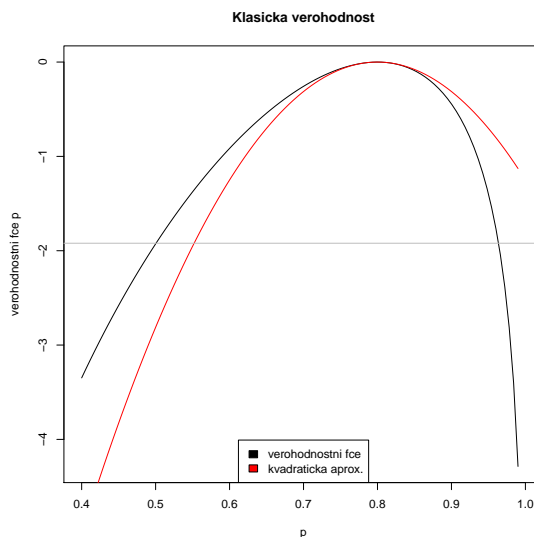


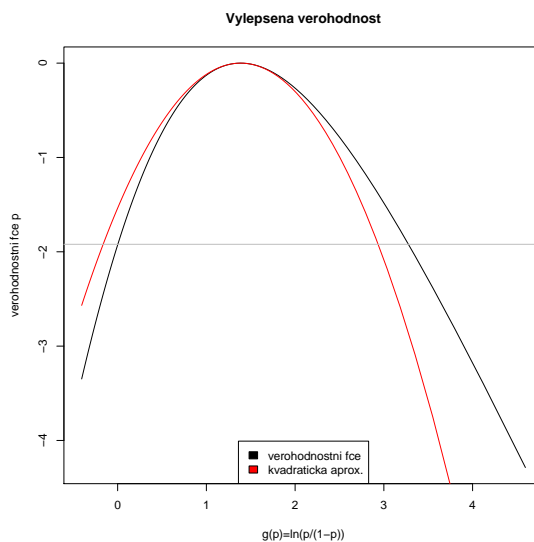
4 Statistická inference II - cvičení 16-03-15

Příklad č.1 (vylepšená věrohodnost pomocí $g(\theta)$)

1. Nakreslete logaritmus věrohodnostní funkce parametru p binomického rozdělení $Bin(N, p)$, kde $N = 10$ a $n = 8$ superponovaný jeho kvadratickou aproximací.



2. Nakreslete logaritmus funkce věrohodnosti $g(p) = \text{logit}(p) = \ln \frac{p}{1-p}$, při stejném zadání N a n jako v (a). superponovaný jeho kvadratickou aproximací.



3. Vypočítejte Waldův a věrohodnostní $100(1 - \alpha) \%$ empirický IS pro parametr p .

```
#Waldovy IS  
#dh  
[1] 0.552082  
#hh
```

```
[1] 1.047918
```

```
# Verohodnotsni IS  
#dh  
[1] 0.5013131  
#hh  
[1] 0.960202
```

4. Vypočítejte $100(1 - \alpha)\%$ empirický IS pro $g(p)$ z části (b) a transformujte jej zpět do originální škály.

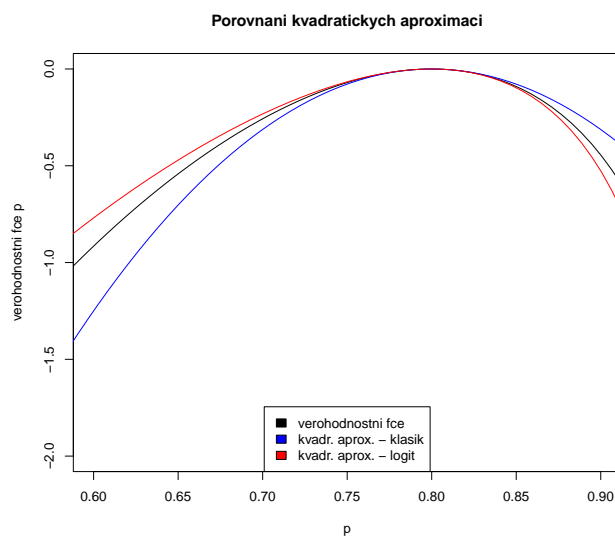
```
#Waldovy IS  
#dh  
[1] -0.1631932  
#hh  
[1] 2.935782  
  
#dh zpetne transformovane  
[1] 0.459292  
#hh zpetne transformovane  
[1] 0.9495872
```

```
#Verohodnostni IS  
#dh  
[1] 0.005252537  
#hh  
[1] 3.183328
```

```
#dh zpetne transformovane  
[1] 0.5013131  
#hh zpetne transformovane  
[1] 0.960202
```

5. Ukažte, že věrohodnostní IS pro p v škále p (z (a)) je identický s věrohodnostním IS v škále $g(p)$ (z (b)) po jeho zpětné transformaci do originální škály.

6. **Dobrovolný:** Použijte naprogramované metody bisekce a metoda.secen k zpřesnění hranic věrohodnostních intervalů spolehlivosti.



Příklad č.2 (změna parametrizace): Necht' $\sqrt{n}(S_n^2 - \sigma^2) \stackrel{\mathcal{D}}{\sim} N(0, 2\sigma^4)$, což vede k aproximaci $S_n^2 \stackrel{\mathcal{D}}{\sim} N(\sigma^2, 2\sigma^4/n)$ pro fixovaná n . Necht' $\sqrt{n}(\sqrt{S_n^2} - \sigma) \stackrel{\mathcal{D}}{\sim} N(0, \Delta^T i(\theta)^{-1} \Delta)$, kde $\theta = \sigma^2$ a $g(\theta) = \sqrt{\sigma^2}$.

1. Pomocí delta metody odvod'te rozptyl $\widehat{\text{Var}}[\sigma^2]$, Dále definujte asymptotické rozdělení S_n .

2. Nakreslete hustoty

(a) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky $\frac{nS_n^2}{\sigma^2}$,

(b) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky $\frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma^2}$.

kde (1) $n = 10$, (2) $n = 50$, (3) $n = 100$, (4) $n = 1000$ a (i) $\sigma^2 = 1$, (ii) $\sigma^2 = 4$.

