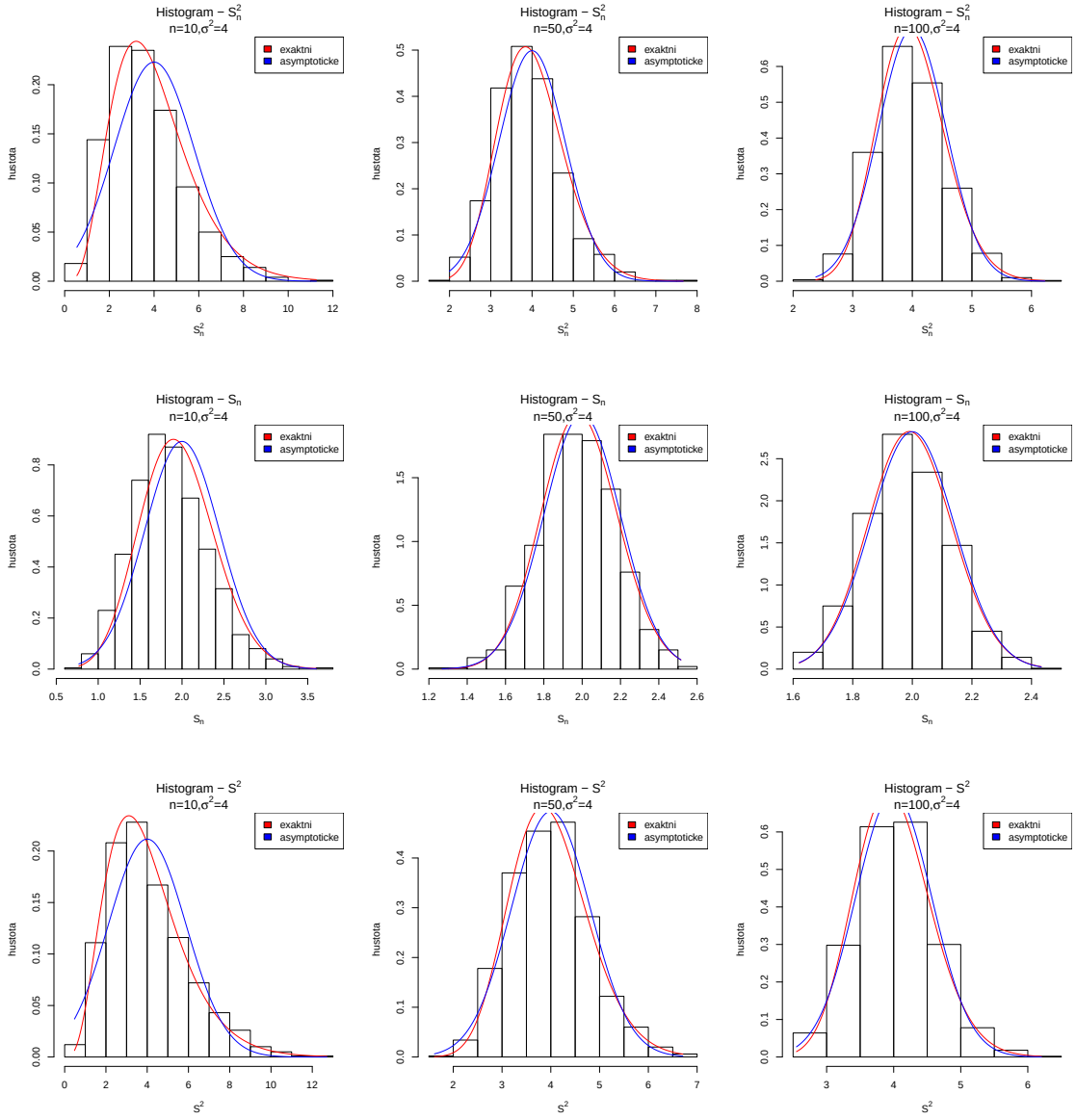
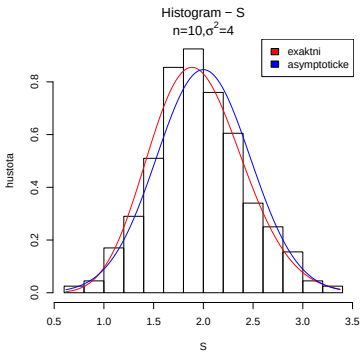
4 Statistická inference II - cvičení 16-04-05

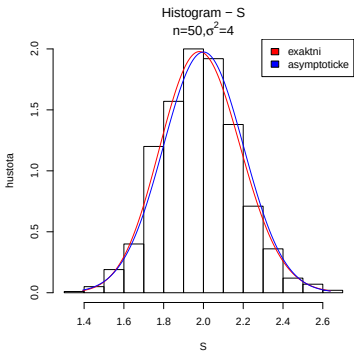
Příklad č.2 (změna parametrizace): Nechť $\sqrt{n}(S_n^2 - \sigma^2) \xrightarrow{\mathcal{D}} N(0, 2\sigma^4)$, což vede k aproximaci $S_n^2 \overset{\mathcal{D}}{\sim} N(\sigma^2, 2\sigma^4/n)$ pro fixovaná n. Nechť $\sqrt{n}\left(\sqrt{S_n^2} - \sigma\right) \xrightarrow{\mathcal{D}} N(0, \Delta^T i(\theta)^{-1}\Delta)$, kde $\theta = \sigma^2$ a $g(\theta) = \sqrt{\sigma^2}$.

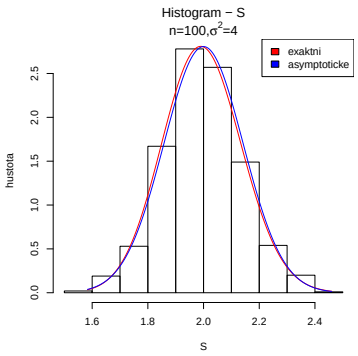
1. Pomocí delta metody odvoďte rozptyl $\widehat{\text{Var}[\widehat{\sigma}]}$. Dále definujte asymptotické rozdělení S_n.
2. Nakreslete hustoty
   (a) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky S_n^2,
   (b) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky S_n,
   (c) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky $S^2 = S_{n-1}^2$,
   (d) asymptotického a exaktního rozdělení statistiky $S = S_{n-1}$.

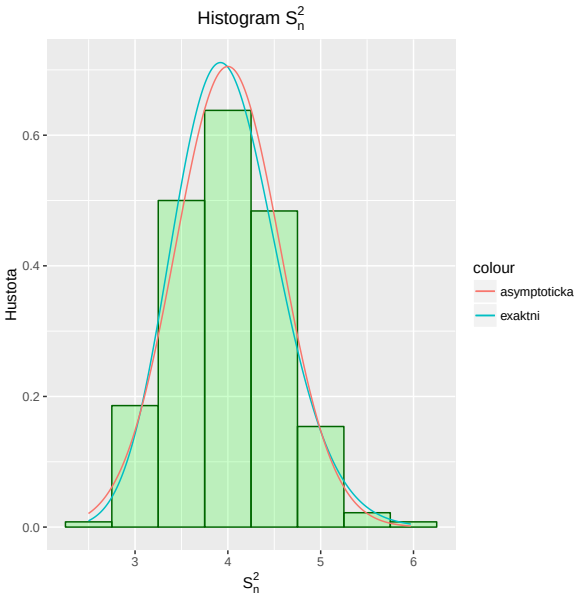
   Použijte (i) $n = 10$, (ii) $n = 50$ a (iii) $n = 100$, a (A) $\sigma^2 = 1$, (B) $\sigma^2 = 4$
3. Vyzkoušejte si práci s příkazy ggplot(), geom_histogram(), geom_line() apod. z balíčku ggplot2() a pomocí nich si nakreslete profesionálnější verze histogramů.




Histogram − S
n=10,σ²=4
exaktni
asymptoticke
hustota
S


Histogram − S
n=50,σ²=4
exaktni
asymptoticke
hustota
S


Histogram − S
n=100,σ²=4
exaktni
asymptoticke
hustota
S


Histogram S²n
Hustota
S²n
colour
asymptoticka
exaktni