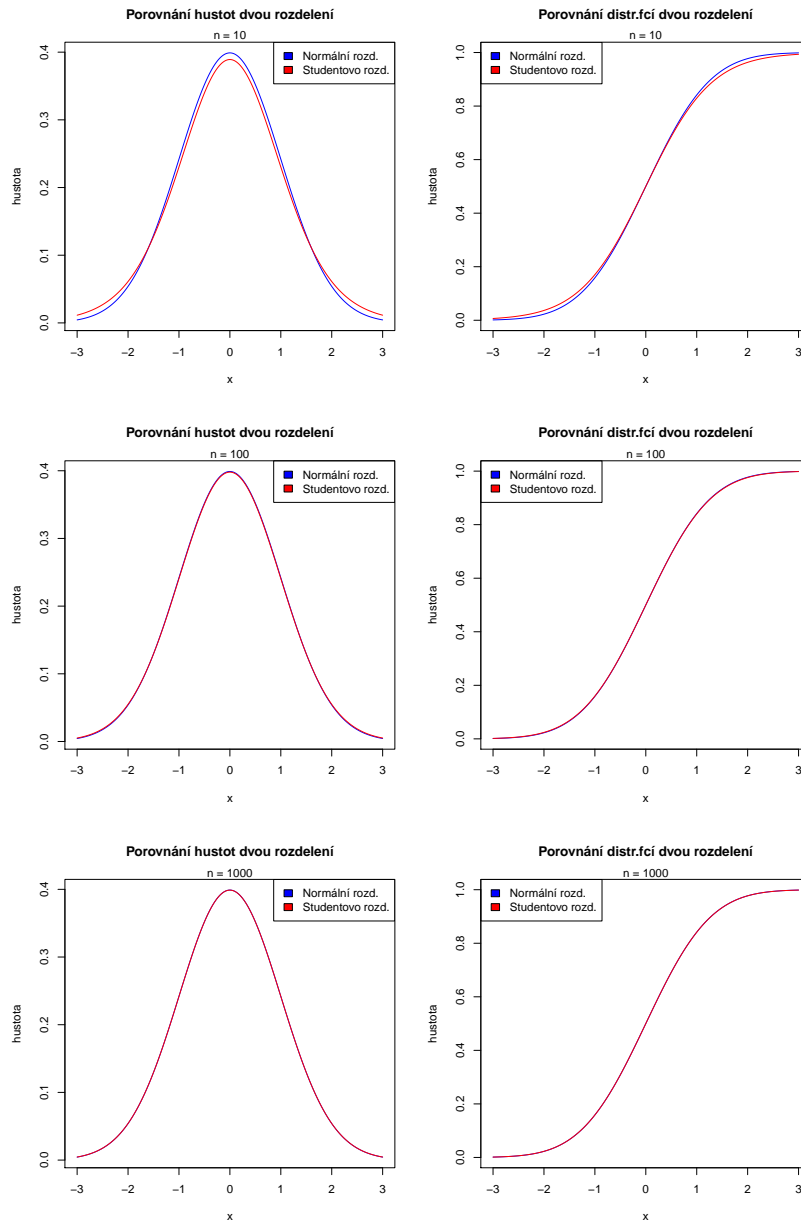


7 Statistická inference II - cvičení 16-05-03

Příklad č.1 (porovnání normálního a Studentova rozdělení). Nakreslete křivku hustoty normálního rozdělení se střední hodnotou $\mu = 0$ a rozptylem $\sigma^2 = 1$. Tuto křivku porovnejte s křivkou hustoty Studentova rozdělení o n stupních volnosti. Pozorujte, jak se s rostoucím n Studentovo rozdělení blíží k normálnímu rozdělení. Postupně volte $n = 10, 100$ a 1000 . Obdobným procesem vykreslete také křivku distribuční funkce normálního a Studentova rozdělení.



Příklad č.2 (porovnání hodnot kvantilů normálního, χ^2 , Studentova a Fisherova rozdělení)
 Pomocí Rka ověřte, že platí následující vztahy:

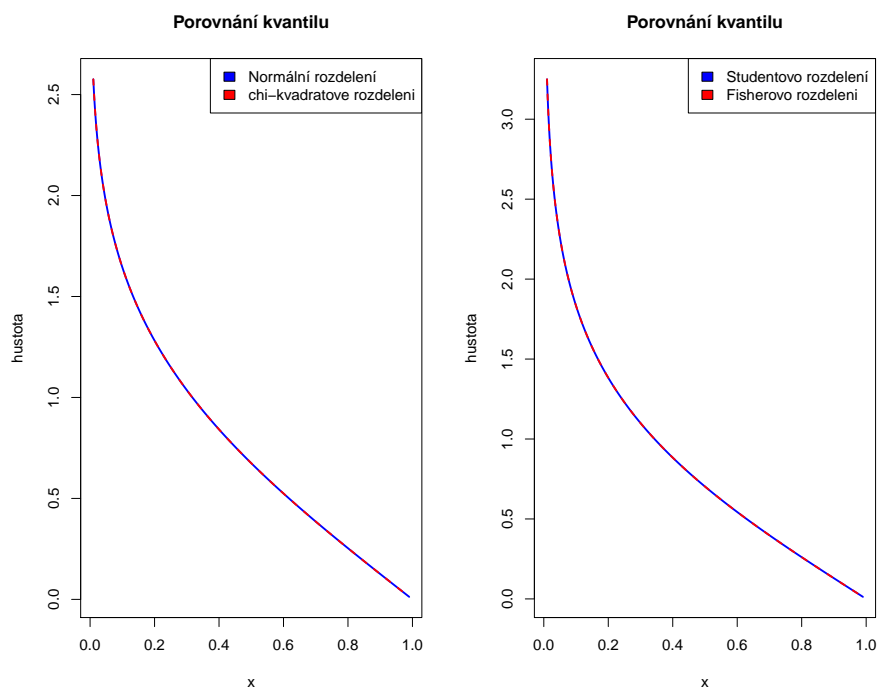
$$\chi_1^2(1 - \alpha) = u_{1-\alpha/2}^2$$

$$F_{1,n-1}(1 - \alpha) = t_{n-1}^2(1 - \alpha/2).$$

Vygenerujte posloupnost $(1 - \alpha)$ -kvantilů, pro $\alpha \in (0.01, 0.99)$ pro

1. normální a χ^2 rozdělení;
2. Studentovo a Fisherovo rozdělení.

Obě posloupnosti vždy zanešte do jednoho grafu a ukažte tak shodu hodnot těchto kvantilů.



Příklad č.3 (porovnání testovacích statistik – simulační studie) Pomocí simulační studie porovnejte tvary tří testovacích statistik U_W , U_S a U_{LR} , kde

$$U_W = \frac{n}{n-1} t_W^2,$$

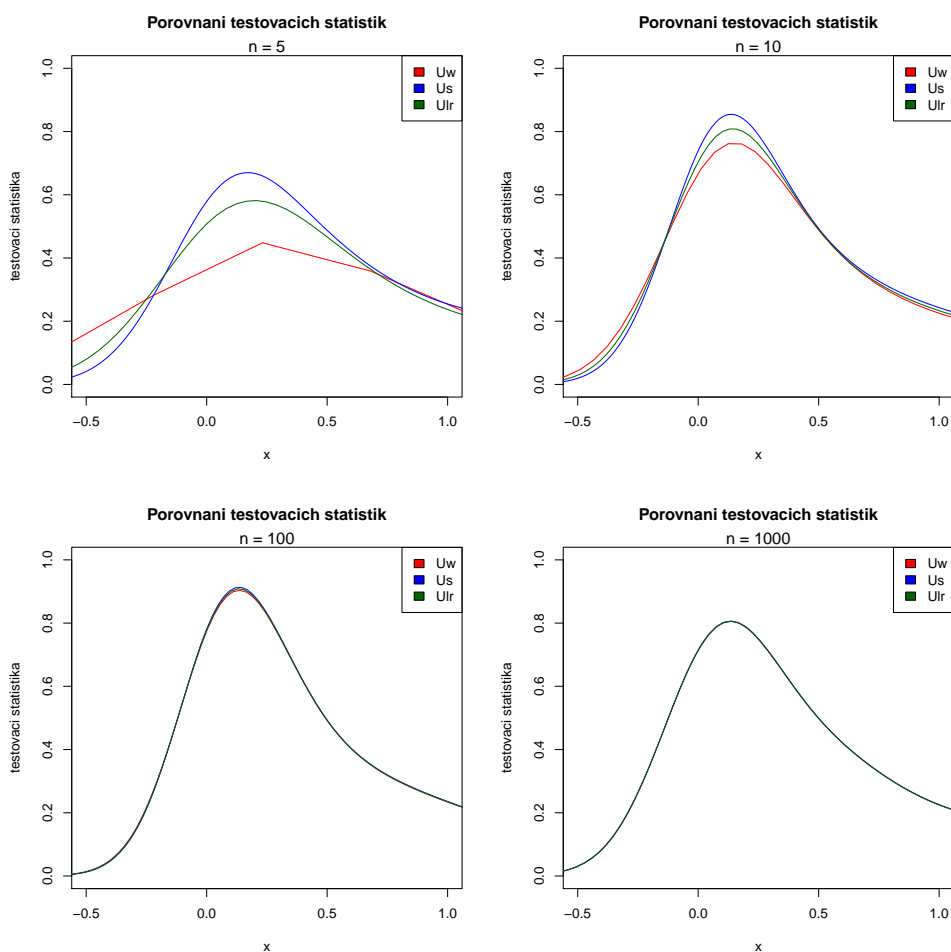
$$U_S = \frac{n t_W^2}{n-1 + t_W^2}$$

$$U_{LR} = n \ln \left(1 + \frac{t_W^2}{n-1} \right),$$

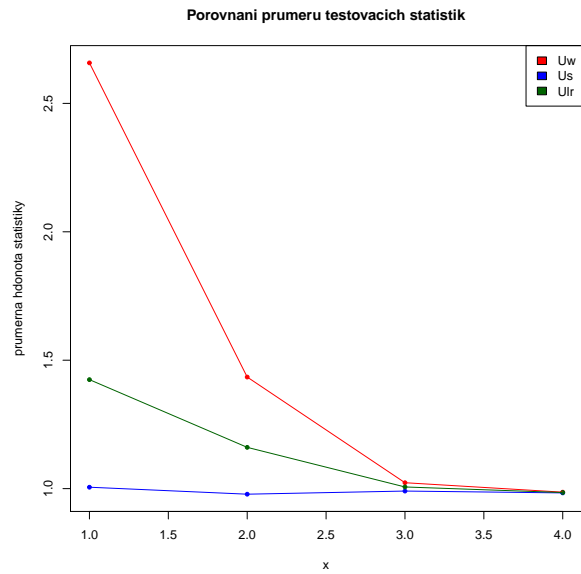
přičemž

$$t_W^2 = \frac{(\bar{x} - \mu_0)^2}{S_{n-1}^2/n}.$$

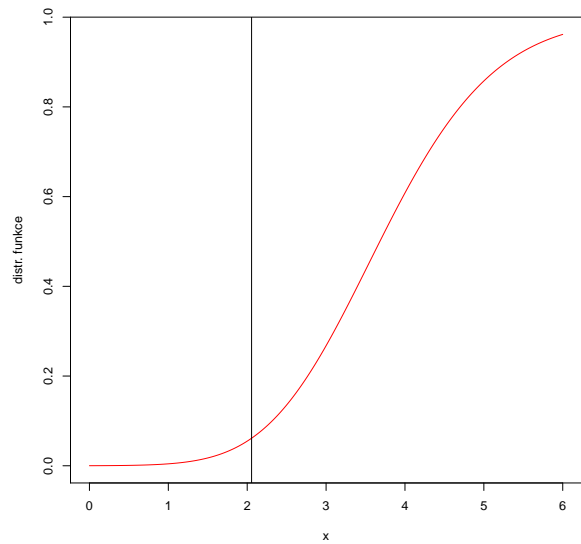
1. Vygenerujte $M = 1000$ náhodných výběrů $X \sim N(0, 1)$ o rozsazích $n = 5, 10, 100$ a 1000 a vypočítejte hodnoty testovacích statistik U_W , U_S a U_{LR} pro test nulové hypotézy $H_0 : \mu = \mu_0 = 0$ proti alternativní hypotéze $H_1 : \mu \neq \mu_0$ pro každý z $M = 1000$ náhodných výběrů. Pro každou testovací statistiku následně najděte její jádrový odhad a křivky jádrového odhadu pro pevně zvolené n vykreslete do jednoho grafu. Pozorujte, jak s rostoucím n stoupá podobnost křivek testovacích statistik.



2. Vypočítejte průměrné hodnoty testovacích statistik U_W , U_S a U_{LR} pro $n = 5, 10, 100$ a 1000 a zanešte je do jednoho grafu.



Příklad č.4 (necentrální t-rozdělení) Nakreslete distribuční funkci necentrálního t -rozdělení $t_{n-1, \lambda}$, kde $\delta = \mu - \mu_0$ a $\lambda = \delta / (\sigma / \sqrt{n})$. Použijte $\mu_0 = 0$, $\delta = 1$, $\sigma = 1.4$ a $n = 26$. Vypočítejte pravděpodobnost $x_{0.975}$ pod křivkou hustoty tohoto rozdělení.



Příklad č.5 (necentrální t -rozdělení) Nakreslete hustoty jednoho centrálního a čtyř necentrálních t -rozdělení $t_{n-1,\lambda}$ ($\delta = \mu - \mu_0$ a $\lambda = \delta/(\sigma/\sqrt{n})$) do jednoho obrázku tak, aby byly odlišitelné barvou nebo typem čáry. Zvolte $\mu_0 = 0$, $\delta = 0, 0.5, 0.8, 1$ a 1.2 , $\sigma = 1.4$, $n = 26$.

