

## 7 Statistická inference II - cvičení 16-05-10

### Příklad č.1 (pravděpodobnost pokrytí)

1. Nechť  $X \sim \text{Bin}(N, p)$ , kde  $N = 30$  a  $p = 0.8$  a pravděpodobnost úspěchu  $\hat{p} = \frac{24}{30} = 0.8$ , kde  $x = 24$  a  $N = 30$ . Waldův 95 % empirický DIS pro  $p$  je rovný  $(d, h) = (0.657, 0.943)$ . Vypočítejte pravděpodobnost pokrytí tohoto intervalu.

*Poznámka:* Pravděpodobnost pokrytí Waldova 95 % DIS pro  $p$  vypočítáme následovně:

$$\Pr(\text{pokrytí}) = \sum_j \Pr(X = Np_j : p \in \text{Waldovu 95 \% DIS pro } p_j),$$

kde  $p_j \in \mathcal{M}_J = \{\frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \dots, 1 - \frac{1}{30}\}$ , t.j. jde o součet takových funkčních hodnot pravděpodobnostní funkce v bodech  $Np_j$ , kde  $p \in \text{Waldovu 95 \% DIS pro } p_j$ . Výsledky uspořádejte do tabulky, jejíž sloupce budou  $x_j$ ,  $p_j$ ,  $d_j$  (dolní hranice Waldova 95 % DIS pro  $p_j$ ),  $h_j$  (horní hranice Waldova 95 % DIS pro  $p_j$ ),  $\Pr(\text{pokrytí})$  a *pokrytí* (indikace toho, zda  $p$  náleží nebo nenáleží do Waldova 95 % DIS pro  $p_j$ ).

```
dh.Wald
#[1] 0.6568645
hh.Wald
#[1] 0.9431355

#Tabulka vysledku
round(tab, 4)
#   xj   pj   dj   hj pr.pokr pokryti
#1  0 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
#2  1 0.0333 -0.0309 0.0976 0.0000 0
#3  2 0.0667 -0.0226 0.1559 0.0000 0
#4  3 0.1000 -0.0074 0.2074 0.0000 0
#5  4 0.1333  0.0117 0.2550 0.0000 0
#6  5 0.1667  0.0333 0.3000 0.0000 0
#7  6 0.2000  0.0569 0.3431 0.0000 0
#8  7 0.2333  0.0820 0.3847 0.0000 0
#9  8 0.2667  0.1084 0.4249 0.0000 0
#10 9 0.3000  0.1360 0.4640 0.0000 0
#11 10 0.3333  0.1646 0.5020 0.0000 0
#12 11 0.3667  0.1942 0.5391 0.0000 0
#13 12 0.4000  0.2247 0.5753 0.0000 0
#14 13 0.4333  0.2560 0.6107 0.0000 0
#15 14 0.4667  0.2881 0.6452 0.0000 0
#16 15 0.5000  0.3211 0.6789 0.0002 0
#17 16 0.5333  0.3548 0.7119 0.0007 0
#18 17 0.5667  0.3893 0.7440 0.0022 0
#19 18 0.6000  0.4247 0.7753 0.0064 0
#20 19 0.6333  0.4609 0.8058 0.0161 1
#21 20 0.6667  0.4980 0.8354 0.0355 1
#22 21 0.7000  0.5360 0.8640 0.0676 1
#23 22 0.7333  0.5751 0.8916 0.1106 1
#24 23 0.7667  0.6153 0.9180 0.1538 1
#25 24 0.8000  0.6569 0.9431 0.1795 1
#26 25 0.8333  0.7000 0.9667 0.1723 1
#27 26 0.8667  0.7450 0.9883 0.1325 1
#28 27 0.9000  0.7926 1.0074 0.0785 1
#29 28 0.9333  0.8441 1.0226 0.0337 0
#30 29 0.9667  0.9024 1.0309 0.0093 0
#31 30 1.0000  1.0000 1.0000 0.0012 0
```

```
Pst.pokryti p.hat=0.8
#[1] 0.9463279
```

2. Celý postup opakujte tentokrát pro parametr  $p = 0.79$ . Pozorujte, jak se změnila pravděpodobnost pokrytí.

```
Pst.pokryti p.hat=0.79
#[1] 0.8875662
```

**Příklad č.2 (pravděpodobnost pokrytí)** Necht'  $X_i \sim Bin(N, p_i)$ . Vypočítejte pravděpodobnosti pokrytí

1. Waldova 95 % DIS,
2. skóre 95 % DIS,
3. věrohodnostního 95 % DIS

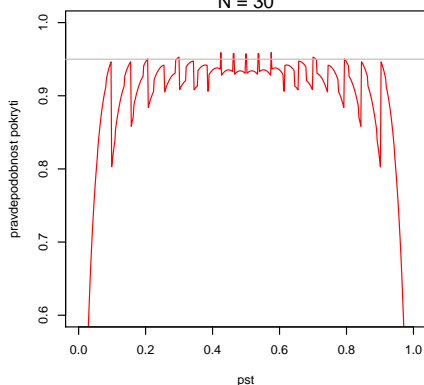
pro každé  $p_i$ , kde  $p_i$  náležící množině  $\mathcal{M}_I = \langle \frac{1}{N}, 1 - \frac{1}{N} \rangle$  jsou ekvidistantně vzdálené hodnoty ležící mezi  $\frac{1}{N}$  a  $1 - \frac{1}{N}$  a jejich počet je  $M = 5000$ . Nakreslete obrázek, kde na ose  $x$  budou  $p_i$  a na ose  $y$  bude pravděpodobnost pokrytí  $\Pr_i(\text{pokrytí})$ . Zvolte (a)  $N = 30$ , (b)  $N = 100$  a (c)  $N = 1000$ .

*Poznámka:* Pravděpodobnosti pokrytí 95 % DIS pro  $p_i$  vypočítáme následovně

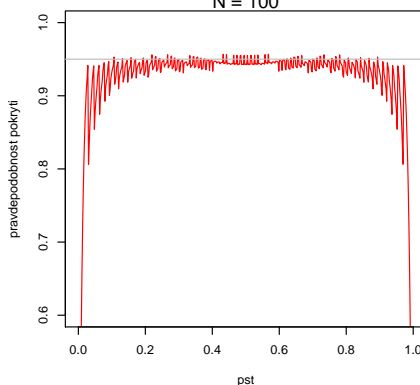
$$\Pr_i(\text{pokrytí}) = \sum_j \Pr(X = Np_j : p_i \in 95\% \text{ DIS pro } p_j),$$

kde  $p_j \in \mathcal{M}_J = \{ \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, 1 - \frac{1}{N} \}$ , t.j. jde o součet takových funkčních hodnot pravděpodobnostní funkce v bodech  $Np_j$ , kde  $p_i \in 95\% \text{ DIS pro } p_j$ . Pro ty DIS, které mají pro  $p = 0$  a  $p = 1$  nenulovou šířku, můžeme použít  $\mathcal{M}_I = \langle \frac{0}{N}, \frac{N}{N} \rangle$

Pst pokryti 95% Waldova IS parametru p bin. rozdeleni  
N = 30



Pst pokryti 95% Waldova IS parametru p bin. rozdeleni  
N = 100



Pst pokryti 95% Waldova IS parametru p bin. rozdeleni  
N = 1000

