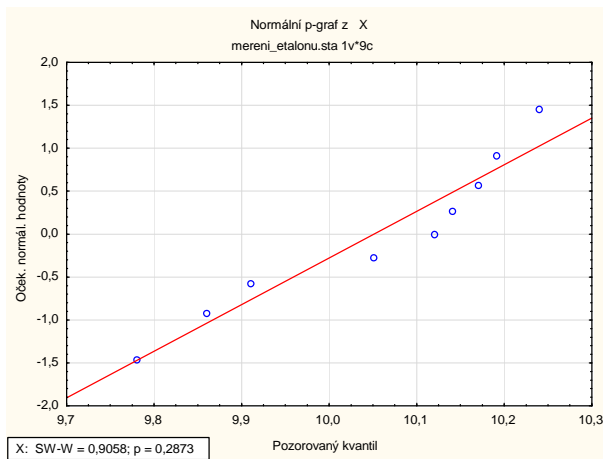


## Cvičení 2.: Úlohy na t-testy

**Příklad 1.:** Systematická chyba měřicího přístroje se eliminuje nastavením přístroje a měřením etalonu, jehož správná hodnota je  $\mu = 10,00$ . Nezávislémi měřeními za stejných podmínek byly získány hodnoty: 10,24 10,12 9,91 10,19 9,78 10,14 9,86 10,17 10,05, které považujeme za realizace náhodného výběru rozsahu 9 z rozložení  $N(\mu, \sigma^2)$ . Je možné při riziku 0,05 vysvětlit odchylky od hodnoty 10,00 působením náhodných vlivů?

**Návod:** Naměřené hodnoty jsou realizacemi náhodného výběru z rozložení se střední hodnotou  $\mu$ . Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu  $H_0: \mu = 10$  proti oboustranné alternativě  $H_1: \mu \neq 10$ . Jde o úlohu na jednovýběrový t-test. Ten je ve STATISTICICE implementován. Načteme datový soubor mereni\_etalonu.sta. Pomocí N-P grafu a S-W testu ověříme normalitu dat.

Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – Proměnná X – OK - odškrtneme  
Neurčovat průměrnou pozici svázaných pozorování – zaškrtneme Shapiro – Wilkův test - OK.



Data lze považovat za realizace výběru z normálního rozložení.

**1. způsob:** V Základních statistikách a tabulkách vybereme t-test, samostatný vzorek. Do Referenční hodnoty zapíšeme 10. Ve výstupu se podíváme na hodnotu testového kritéria a na p-hodnotu. Pokud p-hodnota bude menší nebo rovna 0,05, zamítneme hypotézu  $H_0: \mu = 10$  ve prospěch oboustranné alternativní hypotézy  $H_1: \mu \neq 10$  na hladině významnosti 0,05. V opačném případě  $H_0$  nezamítáme. V našem případě dostáváme tabulku:

Proměnná	Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě)							
	Průměr	Sm.odch.	N	Sm.chyba	Referenční konstanta	t	SV	p
Prom1	10,05111	0,162669	9	0,054223	10,00000	0,942611	8	0,373470

Protože p-hodnota  $0,373470 > 0,05$  nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05. Odchylky od hodnoty 10 lze vysvětlit působením náhodných vlivů.

Všimněme si ještě hodnoty testového kritéria:  $t_0 = 0,942611$ . Kritický obor

$$W = (-\infty, -t_{1-\alpha/2}(n-1)) \cup (t_{1-\alpha/2}(n-1), \infty) = (-\infty, -t_{0,975}(8)) \cup (t_{0,975}(8), \infty) = (-\infty, -2,306) \cup (2,306, \infty)$$

Protože  $t_0 \notin W$ , nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu  $H_0$ .

**2. způsob:** V Základních statistikách a tabulkách vypočteme průměr a směrodatnou odchylku. Pak použijeme Testy rozdílů: r, %, průměry – OK – vybereme Rozdíl mezi dvěma průměry (normální rozdělení) – zaškrtneme Výběrový průměr vs. Střední hodnota – do políčka Pr1 napíšeme 10,05111, do políčka SmOd1 napíšeme 0,162669, do políčka N1 napíšeme 9, do políčka Pr2 napíšeme 10 - Výpočet. Dostaneme p-hodnotu 0,3735, tedy nezamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti 0,05.

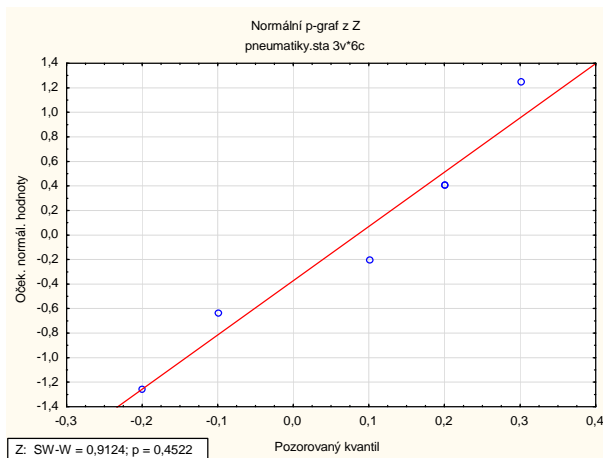
**Příklad 2.:** Bylo vybráno šest nových vozů téže značky a po určité době bylo zjištěno, o kolik mm se sjely jejich levé a pravé přední pneumatiky.

Výsledky: (1,8; 1,5), (1,0; 1,1), (2,2; 2,0), (0,9; 1,1), (1,5; 1,4), (1,6; 1,4).

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že obě pneumatiky se sjíždějí stejně rychle.

**Návod:** Naměřené hodnoty pro levé a pravé pneumatiky tvoří realizace dvourozměrného náhodného výběru s vektorem středních hodnot  $(\mu_1, \mu_2)$ . Označme  $\mu = \mu_1 - \mu_2$ . Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu  $H_0: \mu = 0$  proti oboustranné alternativě  $H_1: \mu \neq 0$ . Jde o úlohu na párový t-test. Ten je ve STATISTICE implementován. Načteme datový soubor pneumatiky.sta. Pomocí N-P grafu a S-W testu ověříme normalitu rozdílů (tj. normalitu proměnné Z).

Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – Proměnná Z – OK - odškrtneme Neurčovat průměrnou pozici svázaných pozorování – zaškrtneme Shapiro – Wilkův test - OK.



Data lze považovat za realizace výběru z normálního rozložení.

**1. způsob:** V Základních statistikách vybereme t-test, závislé vzorky. Zadáme názvy obou proměnných a ve výstupu se podíváme na hodnotu testového kritéria a na p-hodnotu.

Proměnná	t-test pro závislé vzorky (Tabulka1)							
	Průměr	Sm.odch.	N	Rozdíl	Sm.odch. rozdílů	t	sv	p
X	1,500000	0,489898						
Y	1,416667	0,331160	6	0,083333	0,194079	1,051758	5	0,341062

Protože p-hodnota 0,341062 > 0,05, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že obě přední pneumatiky se sjíždějí stejně rychle.

Všimněme si ještě hodnoty testového kritéria:  $t_0 = 1,051758$ . Kritický obor

$$W = (-\infty, -t_{1-\alpha/2}(n-1)) \cup (t_{1-\alpha/2}(n-1), \infty) = (-\infty, -t_{0,975}(5)) \cup (t_{0,975}(5), \infty) = (-\infty, -2,5706) \cup (2,5706, \infty)$$

Protože  $t_0 \notin W$ , nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu  $H_0$ .

**Příklad 3.:** Bylo vylosováno 11 stejně starých selat téhož plemene. Šesti z nich byla předepsána výkrmná dieta č. 1 a zbylým pěti výkrmná dieta č. 2. Průměrné denní přírůstky v Dg za dobu půl roku jsou následující:

dieta č. 1: 62, 54, 55, 60, 53, 58

dieta č. 2: 52, 56, 49, 50, 51.

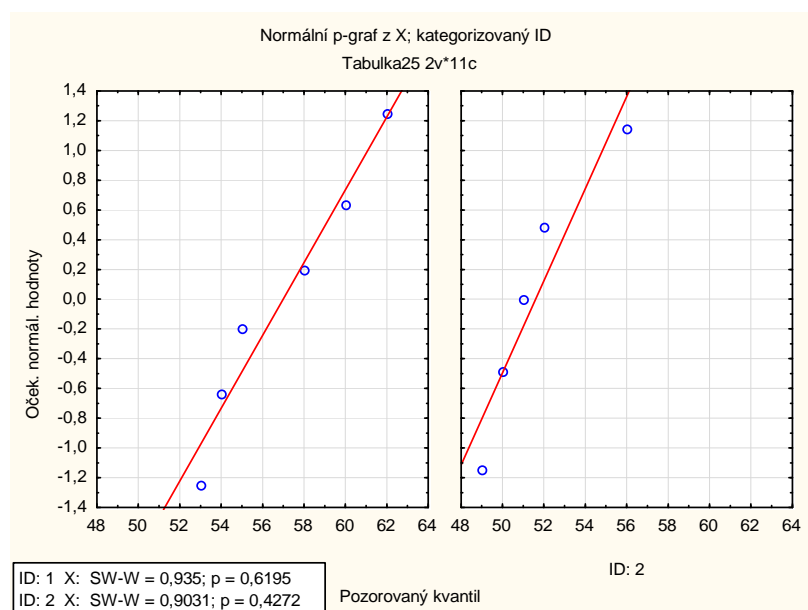
Testujte na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že

- rozptyly hmotnostních přírůstků selat při obou výkrmných dietách jsou shodné
- obě výkrmné diety mají stejný vliv na hmotnostní přírůstky selat.

**Návod:** Naměřené přírůstky při první dietě považujeme za realizace náhodného výběru z rozložení se střední hodnotou  $\mu_1$  a rozptylem  $\sigma_1^2$ , naměřené přírůstky při druhé dietě považujeme za realizace náhodného výběru z rozložení se střední hodnotou  $\mu_2$  a rozptylem  $\sigma_2^2$ , přičemž tyto dva výběry jsou nezávislé. Načteme datový soubor dve\_diety.sta.

Nejprve pomocí N-P grafu a S-W testu ověříme normalitu 1. a 2. výběru.

Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – Proměnná X – OK - odškrtneme  
 Neurčovat průměrnou pozici svázaných pozorování – zaškrtneme Shapiro – Wilkův test – na  
 záložce Kategorizovaný zapneme Kategorie X – Změnit proměnnou - ID – OK – OK.



V obou případech lze data považovat za normálně rozložená.

Ad a) Testujeme hypotézu  $H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$  proti alternativě  $H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ . K tomu slouží F-test.

Statistiky – Základní statistiky /tabulky – t-test, nezávislé, dle skupin – OK, Proměnné – Závislé proměnné X, Grupovací proměnná ID – OK.

Po kliknutí na tlačítko Výpočet dostaneme tabulku:

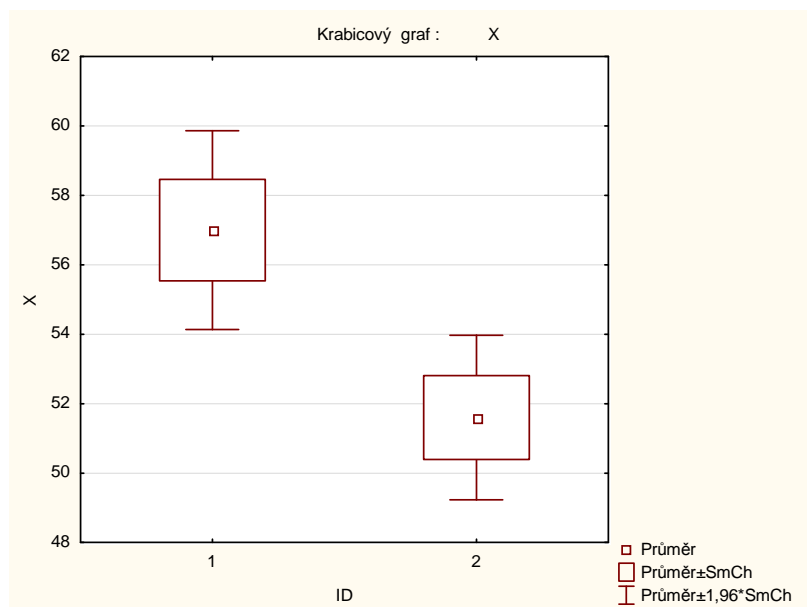
t-testy; grupováno: ID (dve_diety.sta)											
Skup. 1: 1											
Skup. 2: 2											
Proměnná	Průměr 1	Průměr 2	t	sv	p	Poč.plat 1	Poč.plat 2	Sm.odch. 1	Sm.odch. 2	F-poměr Rozptyly	p Rozptyly
X	57,00000	51,60000	2,771222	9	0,021710	6	5	3,577709	2,701851	1,753425	0,606345

Vidíme, že testová statistika pro test shody rozptylů se realizuje hodnotou 1,7534, odpovídající p-hodnota je 0,6063, tedy na hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o shodě rozptylů.

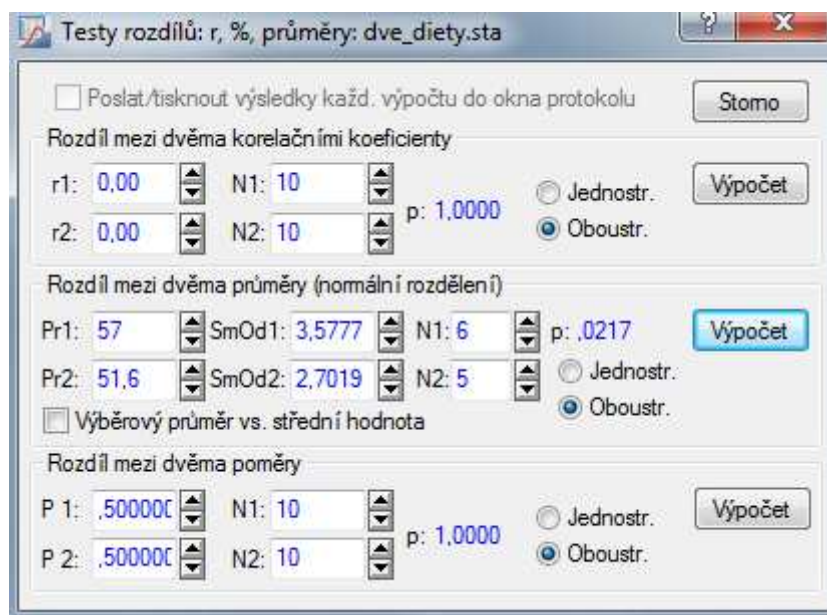
Ad b) Testujeme hypotézu  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$  proti  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ . K tomu slouží dvouvýběrový t-test.

**1. způsob:** Z výše uvedené výstupní tabulky plyne, že testová statistika pro test shody středních hodnot se realizuje hodnotou 2,7712, počet stupňů volnosti je 9, odpovídající p-hodnota 0,0217, tedy hypotézu o shodě středních hodnot hmotnostních přírůstků selat při dvou výkrmných dietách zamítáme na hladině významnosti 0,05.

Tabulku ještě doplníme krabicovými diagramy. Na záložce Details zaškrtneme krabicový graf a vybereme volbu Průměr/SmCh/1,96\*SmCh.



**2. způsob:** V Základních statistikách a tabulkách vypočteme průměry ( $m_1 = 57$ ,  $m_2 = 51,6$ ) a směrodatné odchylky hmotnostních přírůstků při obou dietách ( $s_1 = 3,5777$ ,  $s_2 = 2,7019$ ). Pak použijeme Testy rozdílů: r, %, průměry – OK – vybereme Rozdíl mezi dvěma průměry (normální rozdělení) – do políčka Pr1 napíšeme 57, do políčka SmOd1 napíšeme 3,5777, do políčka N1 napíšeme 6, do políčka Pr2 napíšeme 51,6, do políčka SmOd2 napíšeme 2,7019, do políčka N2 napíšeme 5 – Výpočet. Dostaneme p-hodnotu 0,0217, tedy zamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti 0,05.



## Úlohy k samostatnému řešení

**Příklad 1.:** U souboru náhodně vybraných pracovníků byl zjišťován počet vyrobených výrobků za směnu před provedením modernizace výrobní linky (veličina X) a po provedení modernizace (veličina Y). Zjištěné výsledky:

č. prac.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	143	151	139	145	149	153	148	146	149	142	147	140
Y	146	152	144	144	151	156	153	147	146	145	147	139

a) Vypočtete průměrný počet výrobků před modernizací a po modernizaci:

$m_1 =$

$m_2 =$

b) Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že modernizace výrobní linky neměla vliv na výkon pracovníků proti alternativě, že modernizace vedla ke zvýšení výkonu pracovníků. Zápís nulové a alternativní hypotézy:

Název použitého testu:

Realizace testové statistiky:  $t_0 =$

Počet stupňů volnosti =

p-hodnota =

Rozhodnutí o nulové hypotéze:

c) Ukažte, že jsou splněny podmínky pro použití zvoleného testu.

**Příklad 2.:** Odběratel dostává vypínače od dvou různých dodavatelů, označme je A a B.

Během hodnocení kvality vypínače se sleduje počet sepnutí, které vypínač snese bez poškození. Při testování bylo použito 10 vypínačů od firmy A a 8 vypínačů od firmy B. Byly získány tyto výsledky:

Dodavatel A: 6238 7153 5389 5682 5903 6690 7309 7738 5389 4890

Dodavatel B: 6739 4968 5889 5678 5290 6738 6045 6678

a) Najděte číselné charakteristiky počtů sepnutí v obou skupinách (na 1 desetinné místo).

$m_1 =$

$s_1 =$

$m_2 =$

$s_2 =$

b) S-W testem posuďte na hladině významnosti 0,05 normalitu rozložení počtu sepnutí v 1. a 2. skupině.

Hodnota testové statistiky v 1. skupině =

p-hodnota =

rozhodnutí o normalitě v 1. skupině:

Hodnota testové statistiky ve 2. skupině =

p-hodnota =

rozhodnutí o normalitě ve 2. skupině:

c) Na hladině významnosti 0,1 testujte hypotézu, že střední hodnota počtu sepnutí v 1. a 2. skupině se neliší.

Zápis nulové a alternativní hypotézy:

Název použitého testu:

Hodnota testové statistiky pro test shody středních hodnot =

počet stupňů volnosti =

p-hodnota =

rozhodnutí o nulové hypotéze:

Hodnota testové statistiky pro F- test shody rozptylů =

počty stupňů volnosti =

p-hodnota =

rozhodnutí o nulové hypotéze:

**Příklad 3.:** 12 osob užívalo po určitou dobu potravinový doplněk na snížení hmotnosti.

Rozdíly hmotnosti před a po užívání doplňku byly: -9 0 -9 -1 5 -8 -11 -11 1 -7 -11 -24

a) Vypočtěte číselné charakteristiky 12 hodnot.

$m =$

$s =$

b) Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že potravinový doplněk je neúčinný.

Zápis nulové a alternativní hypotézy:

Název použitého testu:

Realizace testové statistiky:  $t_0 =$

Počet stupňů volnosti =

p-hodnota =

Rozhodnutí o nulové hypotéze: