

Finanční Matematika – 2. přednáška

Smíšené náhodné veličiny

Martin Panák

7. března 2016

Smíšená Poissonova rozdělení.

Smíšená Poissonova rozdělení.
Shakedova věta.

Negativní binomické rozdělení

(používáme pro modelování dat s rozptylem větším než je střední hodnota)

Gamma distribuce, $X \sim \text{Gam}(\alpha, \beta)$

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} \beta^\alpha e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, \quad x \geq 0$$

Pro $\Theta \sim \text{Gam}(\alpha, \alpha)$ dostáváme smíšenou veličinu N s pravděpodobnostní funkcí

$$\begin{aligned} P[N = k] &= \frac{(a + k - 1) \cdots a}{k!} \left(\frac{a}{a + \lambda d} \right)^a \left(\frac{\lambda d}{a + \lambda d} \right)^k \\ &= \binom{a + k - 1}{k} \left(\frac{a}{a + \lambda d} \right)^a \left(\frac{\lambda d}{a + \lambda d} \right)^k \end{aligned}$$

Poissonovo inverzní Gaussovo rozdělení

Pro modelování dat zešikmených zprava:

$$f(x) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi\beta x^3}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\beta x}}, \quad x > 0.$$

Pro $\Theta \sim IGau(1, \tau)$ dostáváme

$$P[N = k] = \int_0^\infty e^{-\lambda d\theta} \frac{(\lambda d\theta)^k}{k!} \frac{e^{-\frac{(\theta-1)^2}{2\tau\theta}}}{\sqrt{2\pi\tau\theta^3}}$$

Poissonovo Logaritmicko-normální rozdělení

Vznikne volbou $\Theta \sim LN(-\frac{\sigma^2}{2}, \sigma^2)$

$$P[N = k] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{(\lambda d)^k}{k!} \int_0^\infty e^{-\lambda d\theta} \theta^{k-1} e^{-\frac{(\ln \theta + \sigma^2/2)^2}{2\sigma^2}} d\theta$$