MASARYKOVA UNIVERZITA

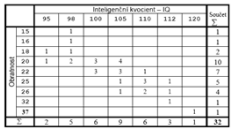
Z2069 Statistické metody a zpracování dat II

Měření závislosti kvalitativních znaků

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Měření závislosti kvalitativních znaků

- Kvalitativní znaky mají slovní charakter a získáváme je v sociologických průzkumech, při terénním šetření apod.
- K charakterizování závislostí kvalitativních znaků slouží tzv. **kontingenční tabulky**



	Inteligenční kvocient – IQ							
Oblíbenost	95	98	100	105	110	112	120	Součet n_{i*}
15		1						1
16		1						1
18	1	1						2
20	1	2	3	4				10
22			3	3	1			7
25				1	3	1		5
29				1	2	1		4
32						1		1
37							1	1
Součet n_{*j}	2	5	6	9	6	3	1	32

- Z kontingenční tabulky lze určit intenzitu závislosti ve dvojici slovních znaků.
- Máme-li dva alternativní znaky dostaneme tzv. **čtyřpolní tabulku**.

	praváci	leváci	celkem
muži	43	9	52
ženy	44	4	48
celkem	87	13	100

Měření závislosti kvalitativních znaků

Obecně může mít každý kvalitativní znak A *r* tříd a znak B *s* tříd. Výsledky šetření potom sestavujeme do kontingenční tabulky *r x s*.

Pozorované četnosti v jednotlivých buňkách označujeme dvěma indexy – obecně n_{ij}.

Také marginální četnosti mají dva indexy.

Ten, přes který je sčítáno je označen hvězdičkou – tedy n_{2*} značí součet četností v druhé řádce, n_{*1} značí součet četností v prvním sloupci.

Tabulka bývá doplněna hodnotami procentuálních (relativních) četností. Častým požadavkem je konstantní délka intervalů tvořících třídy.

Stejně jako v případě kvantitativních znaků ověřujeme i zde existenci vztahu testy významnosti a hodnotíme ho vhodnou mírou závislosti.

Kontingenční tabulka typu r x s

Tříděný znak		b_1	b_2	...	b_j	...	b_s	Součet
Znak A	a_1	n_{11}	n_{12}				n_{1s}	n_{1*}
	a_2	n_{21}						n_{2*}
	⋮							⋮
	a_i				n_{ij}			n_{i*}
	⋮							⋮
	a_r	n_{r1}					n_{rs}	n_{r*}
Součet		n_{*1}	n_{*2}	...	n_{*j}	...	n_{*s}	$n_{**}=n$

Posuzování závislosti v kontingenčních tabulkách

Podmíněné četnosti uvnitř kontingenční tabulky mají podobný význam jako body korelačního diagramu — jejich rozmístění umožňuje usuzovat na charakter závislosti tříděných znaků.

Pro posouzení nezávislosti obou znaků můžeme vedle pozorovaných četností stanovit pro jednotlivá pole také očekávané (teoretické) četnosti :

$$n'_{ij} = \frac{n_{i*} n_{*j}}{n}$$

tedy jako součin okrajových četností příslušného řádku a sloupce dělený rozsahem souboru.

Pro každé pole kontingenční tabulky existuje dvojice četností - četnost pozorovaná a četnost vypočtená.

Hypotéza nezávislosti

Ukazatel, který pro tabulku jako celek měří rozdílnost pozorovaných a vypočtených četností v jednotlivých polích tabulky se nazývá čtvercová kontingence χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{(n_{ij} - n'_{ij})^2}{n'_{ij}}$$

Je to bezrozměrná hodnota a platí: $\chi^2 \geq 0$

Hodnoty nula nabývá pouze v případě, že znaky v kontingenční tabulce jsou nezávislé.

Vypočtená hodnota χ^2 se porovnává na zvolené hladině významnosti α s kritickou hodnotou χ^2 rozdělení pro *(r-1)(s-1)* stupňů volnosti.

Hypotézu (H0) o nezávislosti dvou studovaných znaků zamítáme, jestliže vypočtená hodnota χ^2 je větší než tabulková; případně, když jí příslušející *p-hodnota* je menší než zvolená hladina významnosti.

Příklad analýzy závislosti v tabulce r x s

Pro výběr 234 studentů zjišťujeme, zda existuje vztah mezi sportem, který provozují a sportovními pořady, které sledují v televizi.

Sestavíme tabulku typu 4 x 4:

Oblíbenost při sledování televize	Oblíbenost při sportování				Řádkové součty
	hry	atletika	gymnastika	plavání	
hry	133	6	2	4	145
atletika	15	10	4	3	32
gymnastika	4	1	25	0	30
plavání	9	0	1	17	27
Sloupcové součty	161	17	32	24	234

Hypotéza nezávislosti H_0: Neexistuje vztah mezi provozovaným sportem a sportem sledovaným v TV.

Vypočtená hodnota testovacího kritéria $\chi^2 = 273{,}3$

Kritická hodnota z tabulek pro *p=0,05* a *(4-1)x(4-1)*=9 stupňů volnosti:

$\chi^2 = 16{,}9$

Závěr: H_0 zamítáme, existuje významný vztah.

Testování nezávislosti v tabulce 2 x 2

	Zájem o statistiku		řádkové součty
	ano	ne	
chlapci	a	b	a + b
dívky	c	d	c + d
sloupcové součty	a + c	b + d	n

Pro výpočet testovacího kritéria χ^2 v tabulce 2 x 2 můžeme využít zjednodušený vzorec:

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

Protože v 2x2 tabulce můžeme uvažovat i směr poruchy nulové hypotézy – proto musíme rozhodnout, zda použijeme test jednostranný či dvoustranný.

Kritické hodnoty jsou uvedeny v tabulce χ^2- rozdělení o jednom stupni volnosti.

Příklad analýzy závislosti v tabulce 2 x 2

	Zájem o statistiku		řádkové součty
	ano	ne	
chlapci	30	36	66
dívky	11	63	74
sloupcové součty	41	99	140

Hypotéza nezávislosti H_0: Relativní četnost studentů se zájmem o statistiku je nezávislá na pohlaví.

Vypočtená hodnota testovacího kritéria: $\chi^2 = \frac{140(30\times 63 - 11\times 36)^2}{41\times 99\times 66\times 74} = 15{,}8$

Kritická hodnota χ^2-rozdělení z tabulek pro α=*0,05:* 3,84

Závěr: H_0 zamítáme, existuje významný rozdíl.

Zájem u chlapců: 30/66 = 0,45

Zájem u dívek: 11/74 = 0,14

Chlapci mají zhruba 3x větší zájem o statistiku než dívky.

Čyřpolní tabulka - řešení v programu Statistica

Statistiky – Neparametrická statistika – Tabulka 2 x 2