

Úkol č. 5.1 (Troška matematiky ☺)

Mějme funkci $f(x,y) = x^2 + y^2$. Vyjádřete totální diferenciál (a parciální derivace) této funkce, jestliže platí

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$$

Řešení: ... $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = 2x + 0$; $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = 0 + 2y$... $df = 2x dx + 2y dy$

Úkol č. 5.2

Definiční rovnice pro entalpii zní $H(U,p,V) = U + pV$. Obdobným způsobem jako v prvním příkladu vyjádřete diferenciální tvar této funkce, včetně parciálních derivací.

Řešení: ... $\left(\frac{\partial H}{\partial U}\right)_{p,V} = 1 + 0$; $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{V,U} = 0 + V$; $\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_{U,p} = 0 + p$... $dH = dU + V dp + p dV$

Úkol č. 5.3 (domácí)

Stavová rovnice ideálního plynu má tvar $pV = nRT$. Z této rovnice vyjádřete tlak $p(V,T)$ a tuto funkci diferencujte. Neopomeňte parciální derivace.

Řešení: $p = \frac{nRT}{V}$

$$\dots \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = -\frac{nRT}{V^2}; \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V} \dots dp = -\frac{nRT}{V^2} dV + \frac{nR}{V} dT$$

Úkol č. 5.4 (Teď už opravdu TD ☺)

Ideální plyn o jednotkovém látkovém množství expanduje při teplotě $t = 20^\circ\text{C}$ z objemu $V_1 = 10 \text{ dm}^3$ na $V_2 = 18 \text{ dm}^3$. Jakou práci vykoná, expanduje-li

- Nevratným (ireversibilním) způsobem proti konstantnímu vnějšímu tlaku $p_{ext} = p_2$. (opak.)
- Vratným (reversibilním) způsobem.

Řešení:

- $p_2 V_2 = nRT$... $p_2 = \frac{nRT}{V_2} = p_{ext} = \frac{1 \cdot 8.31447 \cdot 293.15}{18 \cdot 10^{-3}} = 135410.3823 \text{ Pa}$
 $w = -p_{ext} \Delta V = -p_{ext} (V_2 - V_1) = -135410.3823 \cdot (8 \cdot 10^{-3}) = -1083.2831 \text{ J}$
- Pro vratnou expanzi platí $w = -pdV$ a protože $p = \frac{nRT}{V}$, pak platí, že
 $w = -\int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -1432.6635 \text{ J}$

Úkol č. 5.5

Vypočítejte rozdíl mezi ΔH a ΔU ($\Delta H - \Delta U$), když 1 mol Sn (s,šedý) o hustotě 5.75 g cm^{-3} přejde za tlaku 1 MPa na Sn(s,bílý) o hustotě 7.31 g cm^{-3} . Při 298 K je $\Delta H = 2.1 \text{ kJ}$.

Řešení:

$$\Delta H_m = H_m(\text{Sn, bílý}) - H_m(\text{Sn, šedý})$$

$$\Delta H_m = [U_m(\text{Sn, bílý}) + pV_m(\text{Sn, bílý})] - [U_m(\text{Sn, šedý}) + pV_m(\text{Sn, šedý})]$$

$$\Delta H_m = \Delta U_m + p[V_m(\text{Sn, bílý}) - V_m(\text{Sn, šedý})]$$

$$V_m = \frac{M}{\rho}, \text{ kde } M = 118.71 \text{ g mol}^{-1}$$

$$\Delta H_m - \Delta U_m = pM \left(\frac{1}{\rho(\text{Sn, bílý})} - \frac{1}{\rho(\text{Sn, šedý})} \right) = -4.4 \text{ J}$$

Úkol č. 5.6

Molární tepelná kapacita za konstantního tlaku, tj. $C_{p,m}$, plynného dusíku je dána empirickým vztahem $C_{p,m} = 27.86 + 4.268 \cdot 10^{-3}T/K$. Určete entalpii a teplo potřebné k ohřátí 1 molu dusíku z 25°C na 75°C.

Řešení: Za konstantního tlaku je entalpie ekvivalentní vyměněnému teplu.

$$q = \int_{T_1}^{T_2} C_{p,m} dT = 27.86 \int_{T_1}^{T_2} dT + 4.268 \cdot 10^{-3} \int_{T_1}^{T_2} T dT = 1461.9602 \text{ J mol}^{-1}$$

Úkol č. 5.7

Vypočítejte konečný objem, vykonanou práci a změnu vnitřní energie pro děj, při kterém amoniak vratně adiabaticky expandoval z počáteční teploty 25°C a objemu 0.50 dm³ na teplotu -78°C.

Řešení: $C_V = 27.33 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $c = C_V/R$, $\Delta T = -103 \text{ K}$, $q = 0$

$$V_f = V_i \left(\frac{T_i}{T_f} \right)^c = 2.01 \text{ dm}^3$$

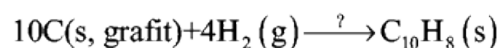
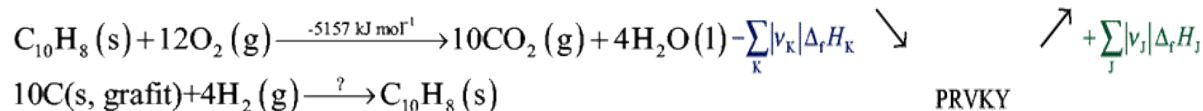
$$\Delta U = w_{ad} = C_V \Delta T = 27.33 \cdot (-103) = -2.815 \text{ kJ}$$

Úkol č. 5.8

Standardní spalná entalpie naftalenu je -5157 kJ mol⁻¹ při 298 K. Jaká je standardní slučovací entalpie za stejné teploty, jestliže

$$\Delta_f H^\ominus (\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = -285.8 \text{ kJ mol}^{-1} \text{ a}$$

$$\Delta_f H^\ominus (\text{CO}_2, \text{g}) = -393.5 \text{ kJ mol}^{-1}$$



Řešení:

$$-5157 = [10 \cdot (-393.5) + 4 \cdot (-285.8)] - \Delta_f H^\ominus \dots \Delta_f H^\ominus = 78.8 \text{ kJ mol}^{-1}$$