

# Teoretické základy vakuové fyziky

## Plyny

- Plyny volné
  - plyny v statickém stavu, konstantní teplota a tlak v celém objemu
  - plyny v dynamickém stavu, různé teploty a tlak
- Plyny vázané
  - plyny vázané na povrchu, nebo v objemu pevné látky

# Volné plyny v statickém stavu

## Ideální plyn, předpoklady:

- molekuly a atomy plynu jsou velmi malé ve srovnání se vzdáleností mezi nimi
- molekuly a atomy plynu na sebe nepůsobí přitažlivými silami
- molekuly a atomy plynu jsou v neustálém náhodném pohybu
- molekuly a atomy plynu se neustále srážejí mezi sebou navzájem a se stěnami nádoby
- srážky atomů jsou dokonale pružné

# Základní pojmy a zákony

- tlak plynu: nárazy molekul a atomů plynu na rovinnou stěnu o povrchu  $S$  se projevují, jako tlaková síla  $F$  na stěnu  $p = \frac{F}{S}$
- molekulová (atomová) hmotnost  $M$  : poměr hmotnosti molekuly dané látky a  $\frac{1}{12}$  hmotnosti atomu uhlíku  ${}^{12}_6\text{C}$
- Avogadrův zákon: Stejné objemy různých plynů obsahují při stejném tlaku a teplotě stejný počet molekul
- Mol je počet gramů stejnorodé látky číselně rovný molekulové hmotnosti
- 1 mol různých plynů má při stejném tlaku a teplotě vždy týž objem, za tzv. normálních podmínek  $V_m = 22415 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
- normální podmínky : tlak  $p = 101324 \text{ Pa}$ ; teplota  $T = 273 \text{ K}$

- Avogadrovo číslo určuje počet molekul v jednom molu  
 $N_A = 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , tento počet je pro všechny látky stejný.
- Loschmidtovo číslo je podíl Avogadrova čísla a objemu molu  
 $N_L = \frac{N_A}{V_m} = 2,69 \times 10^{19}$  (za normálních podmínek), udává počet molekul v objemu  $1 \text{ cm}^3$ .
- Daltonův zákon parciálních tlaků:  $p = \sum_{i=1}^j p_i$
- tenze par - tlak nasycené páry při dané teplotě

# Daltnův zákon - složení atmosféry

Plyn	tlak [Pa]
$N_2$	79117
$O_2$	21223
$CO_2$	37,5
$Ar$	946,357
$Ne$	1,842
$He$	0,51
$Kr$	0,116
$Xe$	0,009
$H_2$	0,051
$CH_4$	0,203
$N_2O$	0,051
Celkem	101326,639

# Stavová rovnice plynu

stavová rovnice pro ideální plyn, látkové množství  $n$  kilomolů

$$\frac{pV}{T} = nR$$

$R$  - je univerzální plynová konstanta,  $R = kN_A$   
 $R = 8310 [Jkmol^{-1}K^{-1}]$ ,  $k = 1,38 \times 10^{-23} [JK^{-1}]$ ,  
 $N_A = 6,023 \times 10^{26} [kmol^{-1}]$

$$\frac{pV}{T} = nR = \frac{m}{M}R$$

# Maxwellův rozdělovací zákon

$$f_v(v, T, m_0) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$$

pravděpodobnost, že  $dN$  molekul má rychlost  $v$  v intervalu  $\langle v, v + dv \rangle$

$$f_v(v, T, m_0) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right)$$

pravděpodobnost, že molekula má při dané teplotě rychlost  $v$  v intervalu  $\langle 0, \infty \rangle$

$$\int_0^{\infty} f_v(v) dv = 1$$

nejpravděpodobnější rychlost

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

střední kvadratická rychlost

$$v_e = \sqrt{\frac{3}{2}} v_p = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

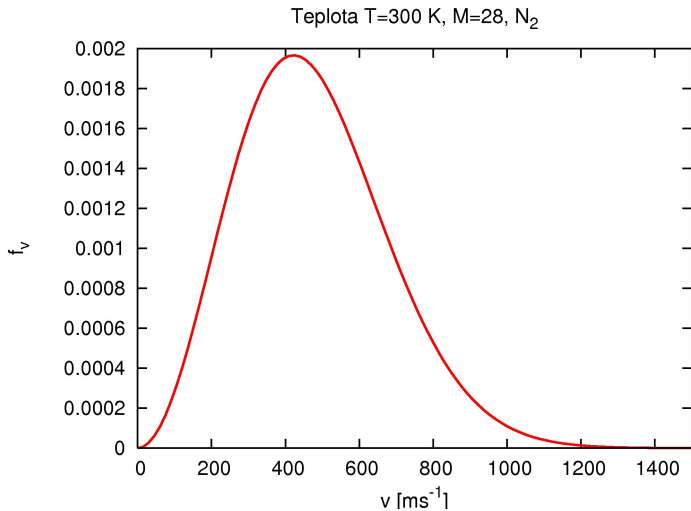
střední aritmetická rychlost

$$v_a = \sqrt{\frac{4}{\pi}} v_p = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

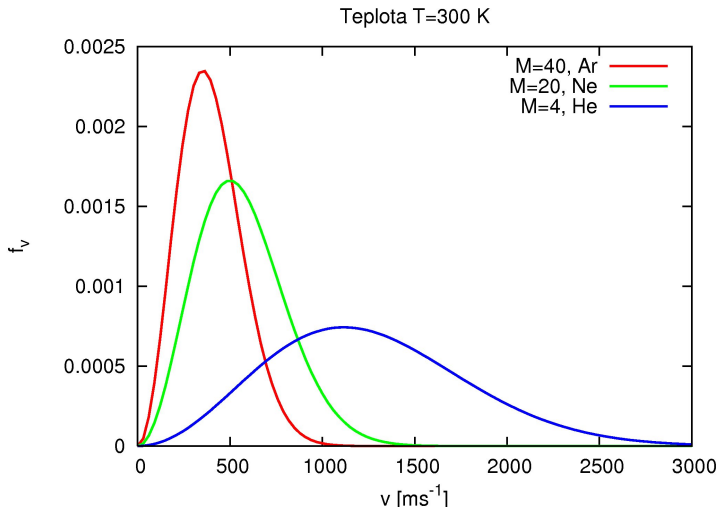
$$v_p < v_a < v_e$$



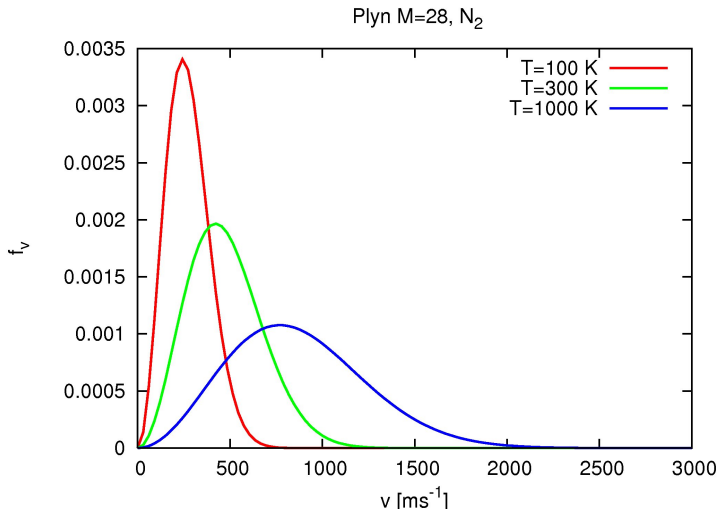
# Maxwellův rozdělovací zákon



# Maxwellův rozdělovací zákon - různé plyny



# Maxwellův rozdělovací zákon - různé teploty



# Střední volná dráha

Střední volná dráha molekul je průměrná vzdálenost mezi dvěma po sobě následujícími srážkami molekul(atomů) plynu.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

$n$  - je koncentrace,  $d$  - efektivní průměr molekuly  
zpřesnění

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \frac{1}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

$T_\lambda$  je Sutherlandova konstanta pro daný plyn

# Střední volná dráha - Sutherlandova konstanta

<b>plyn</b>	<i>Ne</i>	<i>Ar</i>	<i>He</i>	$N_2$	$O_2$	$CO_2$	$H_2O$
$T_\lambda$ [K]	55	145	80	110	125	254	650

<b>plyn</b>	He	Ar	Xe	$H_2$	$N_2$	$O_2$	$CO_2$	vzduch
$d$ [ $10^{-10}$ m]	2,20	3,69	4,87	2,68	3,78	3,65	4,66	3,76

# Počet částic dopadajících na jednotku plochy za jednotku času

Sférické souřadnice  $r, \varphi, \vartheta$

$$dS = r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

Počet částic s rychlostí  $v_1$  dopadajících na element  $dS$

$$\nu_1 = \frac{n_{v1} dS}{4\pi r^2} = \frac{n_{v1} r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}{4\pi r^2}$$

Počet částic dopadajících na plochu kolmou na osu  $z$

$$d\nu_2 = \nu_1 v_1 \cos\vartheta = \frac{n_{v1} \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}{4\pi} v_1 \cos\vartheta$$

$$\begin{aligned}
 \nu_2 &= \frac{n_{v1} v_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cos\vartheta d\vartheta d\varphi = \\
 &= \frac{n_{v1} v_1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cos\vartheta d\vartheta = \frac{n_{v1} v_1}{2} \left[ \frac{\sin^2\vartheta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{n_{v1} v_1}{4} \\
 \nu_2 &= \frac{1}{4} n_{v1} v_1
 \end{aligned}$$

$$\nu = \frac{1}{4} n v_a$$

# Tlak jako kinetické působení plynu

částice s rychlostí  $v_1$

$$l = 2m_0v_1\cos\vartheta$$

$$dp_1 = dv_2l = dv_22m_0v_1\cos\vartheta$$

$$p_1 = \frac{n_{v1}}{4\pi}2m_0v_1^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\vartheta \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$



$$p_1 = n_{v1} m_0 v_1^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta =$$

$$= n_{v1} m_0 v_1^2 \left[ \frac{\cos^3 \vartheta}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$p_1 = \frac{1}{3} n_{v1} m_0 v_1^2$$

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_e^2$$

# Vztah mezi koncentrací, tlakem a teplotou

Ze stavové rovnice plynu

$$\frac{pV}{T} = n_0 R = \frac{m}{M} R = \frac{m}{M} k N_A$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m N_A}{M} \frac{1}{V} = \frac{pV}{T k} \frac{1}{V}$$

$$p = nkT$$

# Plyny v dynamickém stavu

Jsou-li ve vakuovém systému různé teploty, nebo tlaky dochází k přenosu energie, nebo k proudění plynu.

## Difuze plynu

Mechanismus difuze závisí na podmínkách:

- molekulární  $\lambda \gg L$
- viskózně molekulární  $\lambda \approx L$
- viskózní  $\lambda \ll L$

# Molekulární režim

rychlost přenosu závisí pouze na rychlosti a hmotnosti molekul,  
částice se sráží se stěnami, mezi sebou se téměř nesráží

# Viskózní režim

vznikne gradient koncentrace

$$\frac{dn_a}{dt} = v'_1 = -D_{ab} \frac{dn_a}{dx}$$

$$\frac{dn_b}{dt} = v'_2 = -D_{ba} \frac{dn_b}{dx}$$

$$p = p_1 + p_2 = \text{konst} \Rightarrow n = n_a + n_b = \text{konst} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dn_a}{dx} = \frac{dn_b}{dx} \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D$$

koeficient samodifuze

při difuzi molekul jednoho plynu

koeficient vzájemné difuze

při difuzi dvou různých plynů

koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [m^2 s^{-1}]$$

kde

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

$$p = nkT \Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda = \frac{kT}{3\sqrt{2}\pi d^2 p} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{k^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} d^2 p m_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow D \sim \frac{T^{\frac{3}{2}}}{d^2 p \sqrt{m_0}}$$

## koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a \quad , \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

při stejných počátečních koncentracích

$$n_a = n_b = n \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D = \frac{1}{6} (\lambda_a v_{a(a)} + \lambda_b v_{a(b)})$$



$$T = 273 \text{ K}, p = 10^5 \text{ Pa}$$

koeficient samodifuze

plyn	$H_2$	$He$	$H_2O$	$N_2$	$CO_2$	$Hg$	$Xe$
$D[10^{-4}m^2s^{-1}]$	1,27	1,25	0,14	0,18	0,1	0,025	0,05

## koeficient vzájemné difuze

plyn	$D_{ab}[10^{-4}m^2s^{-1}]$ ve vzduchu	$D_{ab}[10^{-4}m^2s^{-1}]$ v $H_2$
$H_2$	0,66	1,27
$He$	0,57	1,25
vzduch	0,18	0,66
$CO$	0,175	0,64
$CO_2$	0,135	0,54

# Efúze plynu (termomolekulární proudění)

Je-li v různých částech vakuového systému různá teplota, začnou proudit molekuly z části s vyšší teplotou do části s nižší teplotou.

Uzavřený systém rozdělený přepážkou s malým otvorem,  $T_2 > T_1$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_{a1} \quad , \quad \nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_{a2}$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} (n_2 v_{a2} - n_1 v_{a1})$$

proudění ustane, když  $n_2 v_{a2} = n_1 v_{a1}$

$$p = nkT \quad , \quad v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_{a1}}{v_{a2}} \Rightarrow \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

spoj s velkou vodivostí (průměrem) a viskózní podmínky

$$p \approx p_1 \approx p_2$$

$$p \approx kn_1 T_1 \approx kn_2 T_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

spoj s velkou vodivostí a molekulární podmínky  $n_1 \approx n_2$

# Koeficient akomodace

Sdílení energie při dopadu molekuly na povrch je závislé na určitých podmínkách, které vyjadřuje koeficient akomodace.

$$d = \frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1}$$

kde  $T_1$  je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou  $T_2$  a  $T'_2$  je teplota odražené molekuly  
Koeficient akomodace závisí na druhu plynu, na stavu a druhu povrchu a na teplotě. Změna koeficientu v závislosti na teplotě v mezích 100-500 K pro různé plyny nepřekračuje 50%.

Tab. 2.9. Akomodační koeficient (při teplotě asi 300 K)

Kov		Plyn					
		He	Ne	Ar	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>
W	odplyněný (a poté s vrstvou adsorbovaného plynu)	0.02 (0.5)	0.06 (0.74)	(0.8)			
	pokrytý vrstvou plynu	0,35			0,35	0,9	0,9
Ni	pokrytý vrstvou plynu	0,4	0,8	0,95	0,3	0,8	0,85
Pt	leštěná				0,35		0,85
	neleštěná				0,3	0,8	0,85
	černěná				0,7		0,95
Fe	pokryté vrstvou plynu	H <sub>2</sub>	0,1				
		O <sub>2</sub>	0,27				
		N <sub>2</sub>	0,44				
sklo	neodplyněné	0,35	0,7	–	0,3	0,8	0,8

2

# Úhlové rozdělení molekul plynu odražených od povrchu

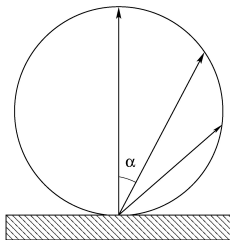
Molekuly plynu dopadající na povrch se nemusí odrážet podle zákona zrcadlového odrazu.

Doba pobytu není nekonečně krátká,

povrch vzhledem k velikosti molekuly není dokonale hladká plocha.

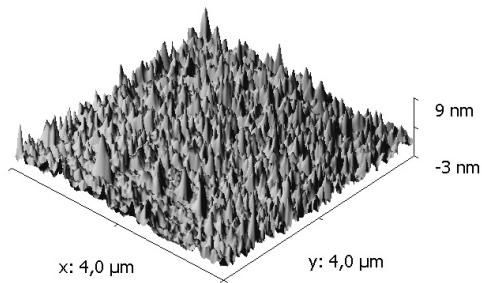
Rozdělení pravděpodobností se řídí kosinovým zákonem (Knudsenův zákon)

$$P(\alpha) = P_0 \cos \alpha$$





# AFM - sklo



# Viskozita plynu (vnitřní tření)

viskózní podmínky  $\lambda \ll L$ , při proudění vzniká gradient rychlosti

$$F_t = -\eta \frac{du}{dx} \Delta S$$

dynamická viskozita

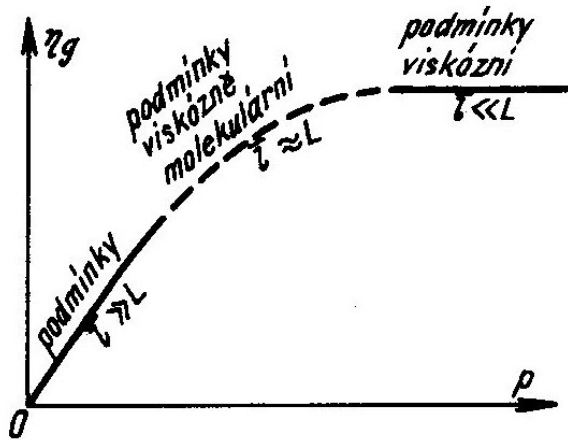
$$\eta = \frac{1}{3} \varrho \lambda v_a \quad [Nsm^{-2}]$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}, \quad \varrho = m_0 n, \quad p = nkT$$

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{kTm_0}{\pi^3}} \Rightarrow \eta \approx \text{konst} \sqrt{T}$$

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{T_\lambda}{T_0}}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

kde  $T_\lambda$  je Sutherlandova konstanta



3

# Přenos tepla plynem

Množství tepla procházející za 1 sekundu plochou  $1m^2$  kolmou ke směru maximálního gradientu teploty lze vyjádřit

$$W = -\Lambda \frac{dT}{dx}$$

viskózní podmínky

$$\Lambda = \frac{1}{3} \rho v_a \lambda c_v \quad [Wm^{-1}K^{-1}]$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

$c_v$  je měrné teplo plynu při stálém objemu

při molekulárních podmínkách se všechny molekuly podílejí na přenosu tepla, přenos tepla je úměrný koncentraci a tím i tlaku

# Proudění plynu

Proudění vzniká při rozdílu tlaků (koncentrací).

Typy proudění:

- turbulentní (vířivé)
- laminární (viskózní)
- molekulární

## Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech. Proudnice vytváří víry.

## Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlost. Plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

## Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

# Rozdělení vakua

vakuum	nízké	střední	vysoké	extrémně vysoké
tlak [Pa]	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
$n [cm^{-3}]$	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
$\lambda [cm]$	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
$\tau [s]$	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
proudění	viskózní	Knudsenovo	molekulární	molekulární



# Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo  $R_e$

$$R_e = \frac{D \rho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$  nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$  nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$  přechodová oblast

# Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo  $K_n$

$$K_n = \frac{\lambda}{D}$$

$K_n < 0,01$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n > 1$  nastává molekulární proudění

$0,01 \leq K_n \leq 1$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2n\pi d^2}} \quad , \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2\pi d^2 p}} \Rightarrow \frac{D}{\lambda} = \frac{pD\sqrt{2\pi d^2}}{kT}$$

$$T = 300 \text{ K} \quad ; \quad k = 1,38065 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$d = 3,75 \times 10^{-10} \text{ m (vzduch)}$$

$pD > 0,662$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6,62 \times 10^{-3}$  nastává molekulární proudění

$6,62 \times 10^{-3} \leq pD \leq 0,662$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)