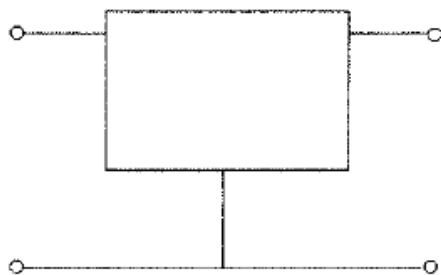


Čtyřpóly

Prvky které zapojujeme do obvodu 3,4 ...n svorkami – n-póly

Prvek se 3 vývody



Vstupní a výstupní svorky tvoří vstupní a výstupní brány- 2 bran



$$u_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2$$

$$u_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2$$

$$u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$

$$i_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2$$

$$i_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2$$

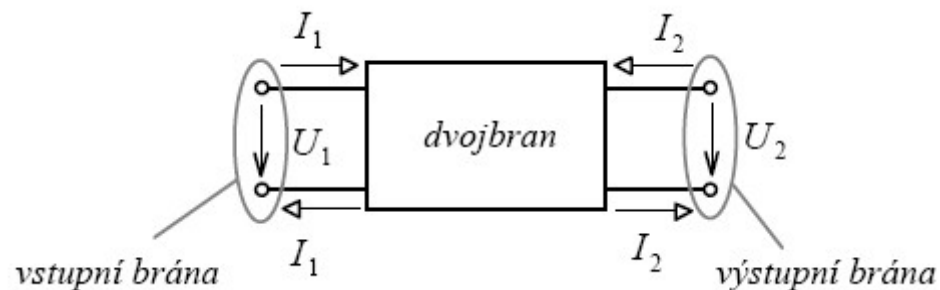
$$u_1 = a_{11}u_2 - a_{12}i_2$$

$$i_1 = a_{21}u_2 - a_{22}i_2$$

Impedanční rovnice – Z

Nezávislé ... I_1, I_2

Závislé ... U_1, U_2



$$U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \underline{z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$$

Vstup naprázdno

$$z_{12} = U_1 / I_2$$

$$z_{22} = U_2 / I_2$$

Výstup naprázdno

$$z_{11} = U_1 / I_1$$

$$z_{21} = U_2 / I_1$$

Admitanční rovnice – Y

Nezávislé ... U_1, U_2

Závislé ... I_1, I_2

$$I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2$$

$$I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$$

Vstup nakrátko

$$y_{12} = I_1 / U_2$$

$$y_{22} = I_2 / U_2$$

Výstup nakrátko

$$y_{11} = I_1 / U_1$$

$$y_{21} = I_2 / U_1$$

Sériově paralelní (hybridní) rovnice – H

Nezávislé ... I_1, U_2

Závislé ... U_1, I_2

$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

Výstup nakrátko

$$h_{11} = U_1 / I_1$$

$$h_{21} = I_2 / I_1$$

Vstup naprázdno

$$h_{12} = U_1 / U_2$$

$$h_{22} = I_2 / U_2$$

Paralelně sériové (hybridní) rovnice – K (G)

Nezávislé ... U_1, I_2

Závislé ... I_1, U_2

$$I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2$$

$$U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$$

Vstup nakrátko

$$g_{12} = I_1 / I_2$$

$$g_{22} = U_2 / I_2$$

Výstup naprázdno

$$g_{11} = I_1 / U_1$$

$$g_{21} = U_2 / U_1$$

Postupné kaskádní rovnice – A

Nezávislé ... $U_2, -I_2$

Závislé ... U_1, I_1

$$U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}(-I_2)$$

$$I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}(-I_2)$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Výstup nakrátko

$$a_{12} = U_1 / I_2$$

$$a_{22} = I_1 / I_2$$

Výstup naprázdno

$$a_{11} = U_1 / U_2$$

$$a_{21} = I_1 / U_2$$

Zpětné kaskádní rovnice – B

Nezávislé ... U_1, I_1

Závislé ... $U_2, -I_2$

$$U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1$$

$$-I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1$$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Vstup nakrátko

$$b_{12} = U_2 / I_1$$

$$b_{22} = -I_2 / I_1$$

Vstup naprázdno

$$b_{11} = U_2 / U_1$$

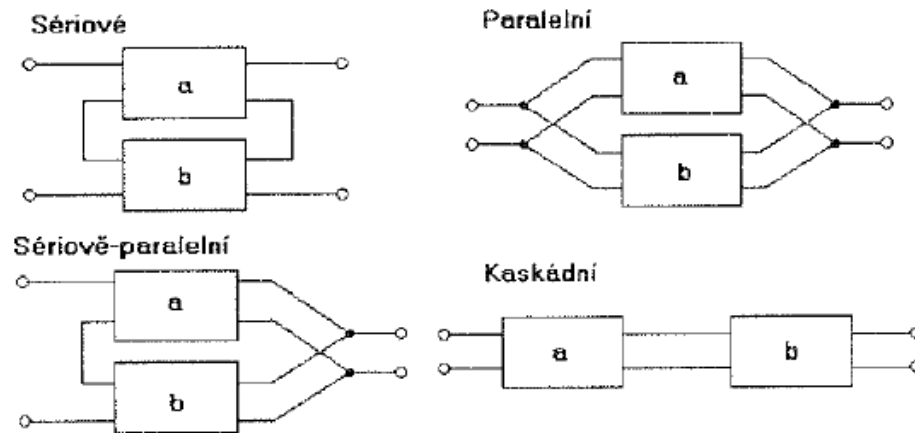
$$b_{21} = -I_2 / U_1$$

Vzájemné přepočty dvojbranových parametrů

	Z	Y	H	K	A	B	
Z	z_{11}	y_{22}/Δ_y	Δ_h/h_{22}	$1/k_{11}$	a_{11}/a_{21}	$-b_{22}/b_{21}$	
	z_{12}	$-y_{12}/\Delta_y$	h_{12}/h_{22}	$-k_{12}/k_{11}$	Δ_a/a_{21}	$-1/b_{21}$	
	z_{21}	$-y_{21}/\Delta_y$	$-h_{21}/h_{22}$	k_{21}/k_{11}	$1/a_{21}$	$-\Delta_b/b_{21}$	
	z_{22}	y_{11}/Δ_y	$1/h_{22}$	Δ_h/k_{11}	a_{22}/a_{21}	$-b_{11}/b_{21}$	
	Δ_z	$z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}$	$1/\Delta_y$	h_{11}/h_{22}	k_{22}/k_{11}	a_{12}/a_{21}	b_{12}/b_{21}
Y	y_{11}	z_{22}/Δ_z	$1/h_{11}$	Δ_h/k_{22}	a_{22}/a_{12}	$-b_{11}/b_{12}$	
	y_{12}	$-z_{12}/\Delta_z$	$-h_{12}/h_{11}$	k_{12}/k_{22}	$-\Delta_a/a_{12}$	$1/b_{12}$	
	y_{21}	$-z_{21}/\Delta_z$	h_{21}/h_{11}	$-k_{21}/k_{22}$	$-1/a_{12}$	Δ_b/b_{12}	
	y_{22}	z_{11}/Δ_z	y_{22}	Δ_h/h_{11}	$1/k_{22}$	a_{11}/a_{12}	$-b_{22}/b_{12}$
	Δ_y	$1/\Delta_z$	$y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$	h_{22}/h_{11}	k_{11}/k_{22}	a_{21}/a_{12}	b_{21}/b_{12}
H	h_{11}	Δ_z/z_{22}	$1/y_{11}$	h_{11}	k_{22}/Δ_k	a_{12}/a_{22}	$-b_{12}/b_{11}$
	h_{12}	z_{12}/z_{22}	$-y_{12}/y_{11}$	h_{12}	$-k_{12}/\Delta_k$	Δ_a/a_{22}	$1/b_{11}$
	h_{21}	$-z_{21}/z_{22}$	y_{21}/y_{11}	h_{21}	$-k_{21}/\Delta_k$	$-1/a_{22}$	$-\Delta_b/b_{11}$
	h_{22}	$1/z_{22}$	Δ_y/y_{11}	h_{22}	k_{11}/Δ_k	a_{21}/a_{22}	$-b_{21}/b_{11}$
	Δ_h	z_{11}/z_{22}	y_{22}/y_{11}	$h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}$	$1/\Delta_k$	a_{11}/a_{22}	b_{22}/b_{11}
K	k_{11}	$1/z_{11}$	Δ_y/y_{22}	h_{22}/Δ_h	k_{11}	a_{21}/a_{11}	$-b_{21}/b_{22}$
	k_{12}	$-z_{12}/z_{11}$	y_{12}/y_{22}	$-h_{12}/\Delta_h$	k_{12}	$-\Delta_a/a_{11}$	$-1/b_{22}$
	k_{21}	z_{21}/z_{11}	$-y_{21}/y_{22}$	$-h_{21}/\Delta_h$	k_{21}	$1/a_{11}$	Δ_b/b_{22}
	k_{22}	Δ_z/z_{11}	$1/y_{22}$	h_{11}/Δ_h	k_{22}	a_{12}/a_{11}	$-b_{12}/b_{22}$
	Δ_k	z_{22}/z_{11}	y_{11}/y_{22}	$1/\Delta_h$	$k_{11} k_{22} - k_{12} k_{21}$	a_{22}/a_{11}	b_{11}/b_{22}
A	a_{11}	z_{11}/z_{21}	$-y_{22}/y_{21}$	$-\Delta_h/h_{21}$	$1/k_{21}$	a_{11}	b_{22}/Δ_b
	a_{12}	Δ_z/z_{21}	$-1/y_{21}$	$-h_{11}/h_{21}$	k_{22}/k_{21}	a_{12}	$-b_{12}/\Delta_b$
	a_{21}	$1/z_{21}$	$-\Delta_y/y_{21}$	$-h_{22}/h_{21}$	k_{11}/k_{21}	a_{21}	$-b_{21}/\Delta_b$
	a_{22}	z_{22}/z_{21}	$-y_{11}/y_{21}$	$-1/h_{21}$	Δ_h/k_{21}	a_{22}	b_{11}/Δ_b
	Δ_a	z_{12}/z_{21}	y_{12}/y_{21}	$-h_{12}/h_{21}$	$-k_{12}/k_{21}$	$a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$	$1/\Delta_b$
B	b_{11}	z_{22}/z_{12}	$-y_{11}/y_{12}$	$1/h_{12}$	$-\Delta_h/k_{12}$	a_{22}/Δ_a	b_{11}
	b_{12}	$-\Delta_z/z_{12}$	$1/y_{12}$	$-h_{11}/h_{12}$	k_{22}/k_{12}	$-a_{12}/\Delta_a$	b_{12}
	b_{21}	$-1/z_{12}$	Δ_y/y_{12}	$-h_{22}/h_{12}$	k_{11}/k_{12}	$-a_{21}/\Delta_a$	b_{21}
	b_{22}	z_{11}/z_{12}	$-y_{22}/y_{12}$	Δ_h/h_{12}	$-1/k_{12}$	a_{11}/Δ_a	b_{22}
	Δ_b	z_{21}/z_{12}	y_{21}/y_{12}	$-\Delta_h/h_{12}$	$-k_{21}/k_{12}$	$1/\Delta_a$	$b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}$

Spojování dvojbranů

Řešení: - jednoduché obvody → Kirchhoffovými zákony
- složitější obvody → spojováním dvojbranů



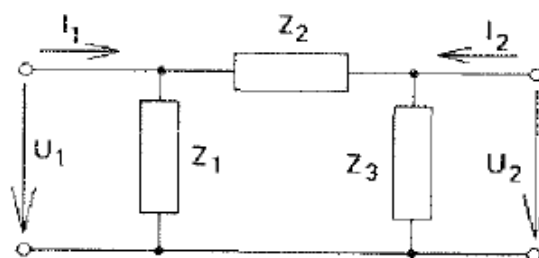
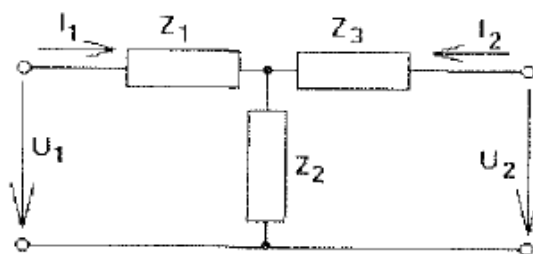
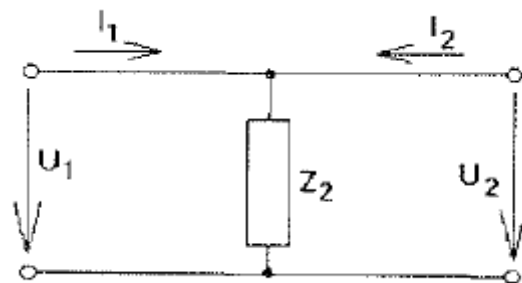
Sériové spojení $[Z]=[Z_a]+[Z_b]$

Paralelní spojení $[Y]=[Y_a]+[Y_b]$

Sérioparalelní $[H]=[H_a]+[H_b]$

Kaskádní $[A]=[A_a]\cdot[A_b]$

Jednoduché pasivní dvojbrany



Přenosové vlastnosti pasivních

Sledování přenosu harmonického ustáleného proudu. Pro dvojbran v kaskádním tvaru má koeficient:

$$A_{11} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{při} \quad I_2 = 0$$

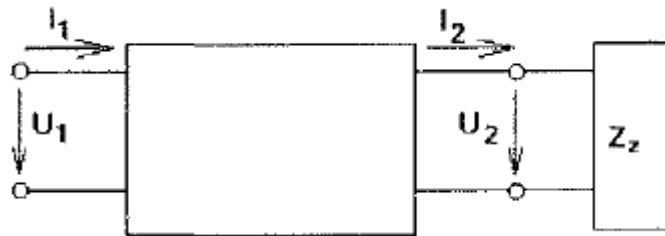
Přenos napětí při výstupu naprázdno

$$A_{22} = -\frac{I_1}{I_2} \quad \text{pro} \quad U_2 = 0$$

Přenos proudu při výstupu do zkratu

$$Z_{110} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad \text{a} \quad Z_{11k} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

Z kaskádních rovnic lze spočítat vstupní impedanci naprázdno (Z_{110}) a nakrátko (Z_{11k}).



dvojbran zatížený impedancí Z_z

Kaskádní rovnice

$$U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}\frac{U_2}{Z_z} = U_2\left(A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_z}\right)$$

$$I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}\frac{U_2}{Z_z} = U_2\left(A_{21} + \frac{A_{22}}{Z_z}\right);$$

$$I_1 = I_2(A_{21}Z_z + A_{22})$$

Vstupní impedance

$$Z_{11z} = \frac{A_{11}Z_z + A_{12}}{A_{21}Z_z + A_{22}}$$

Přenos napětí a proudu

$$\frac{U_1}{U_2} = A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_z} \quad a \quad \frac{I_1}{I_2} = A_{21}Z_z + A_{22}.$$

Kaskádní zapojení velkého množství shodných dvojbranů → vstupní impedance není ovlivněna zátěží, ale jen parametry určena A_{11} až A_{22} . Charakteristická impedance Z_0

$$Z_0 = \sqrt{Z_{110} \cdot Z_{11k}} = \sqrt{\frac{A_{11} \cdot A_{12}}{A_{21} \cdot A_{22}}}$$

Pro symetrické dvojbrany $A_{11} = A_{22}$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}$$

Symetrický dvojbran zatížený Z_0 má přenos napětí

$$G_0 = \frac{U_1}{U_2} = A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_0} = A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}}$$

Symetrický dvojbran zatížený Z_0 má přenos proudu

$$\frac{I_1}{I_2} = A_{21}Z_0 + A_{22} = A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}} = G_0$$

Přenos napětí i proudu jsou stejné → obrazový přenos

Přenosové vlastnosti dvojbranů se dají popsat také pomocí hyperbolických funkcí

Komplexní míra přenosu $g = b + j.a$

Přenos G souvisí s g $G = e^g = e^b \cdot e^{ja}$

Definována jednotka pro útlum Neper

dB pro poměr výkonů – pro stejnou impedanci poměr výkonů
=poměru druhých mocnin I a U pomocí dekadických logaritmů

Pomocí g_0 a Z_0 lze vyjádřit kaskádní matici

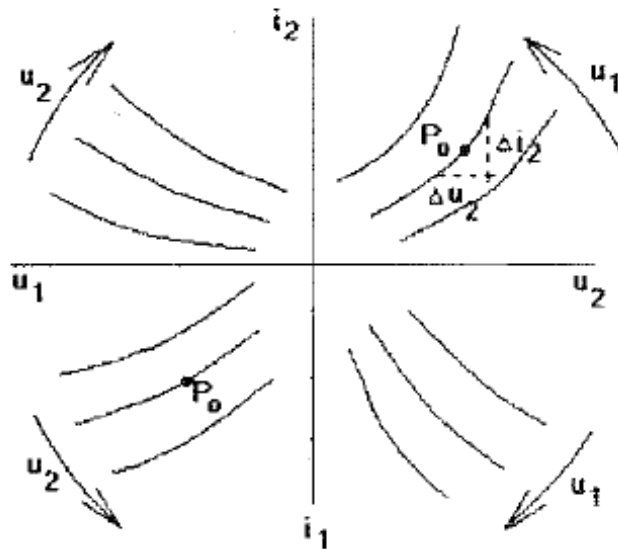
$$[A] = \begin{bmatrix} \cosh g_0 & Z_0 \cdot \sinh g_0 \\ \frac{1}{Z_0} \cdot \sinh g_0 & \cosh g_0 \end{bmatrix}$$

Náhradní zapojení dvojbranů

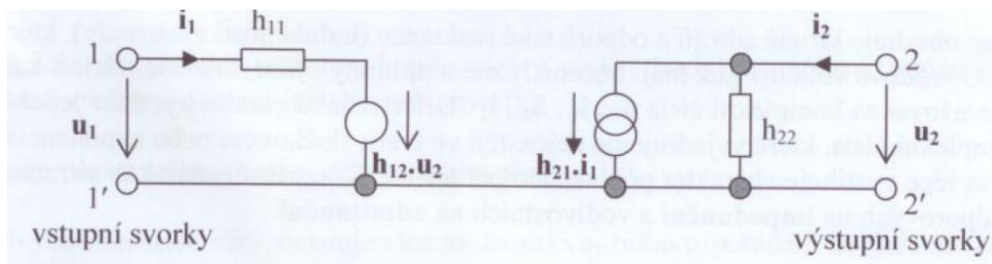
Vlastnosti dvojbranů: - pomocí rovnic

- grafické zobrazení (parametr. soustava charakteristik)

P_o - určeno 2 dvojicemi hodnot pro vst. a výst. charakteristiky

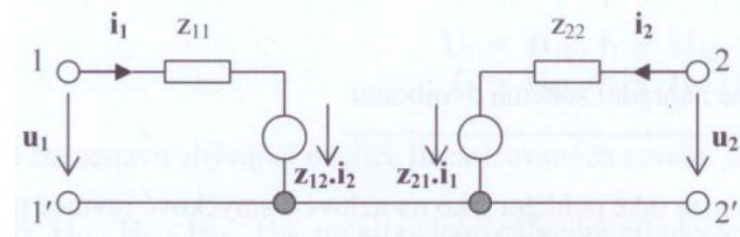


y_{11} a y_{22} jsou vodivosti odp. danému prac. bodu



$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2$$



$$U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$